1. Übungsblatt
Diskrete Strukturen (Winter 2019/20)

Bauhaus-Universität Weimar, Professur für Mediensicherheit
Dr. Stefan Lucks, Jannis Bossert
URL: `http://www.uni-weimar.de/de/medien/professuren/mediensicherheit/teaching`

Abgabe: Bis zum 29. Oktober 2019, 13:30 Uhr vor Beginn der Übung oder per E-Mail an `jannis.bossert(at)uni-weimar.de`. Lösungen sind bevorzugt in LaTeX zu verfassen. Ein Template finden Sie auf der Übungsseite der Veranstaltung.

Ziel der Übung: Wiederholung und Anwendung von Grundlagen und Induktion

Hinweise:

- Geben Sie stets nachvollziehbare Lösungswege mit an. Für Lösungen, deren Herkunft nicht nachvollziehbar ist, werden 0 Punkte vergeben.
- Bei Beweisen ist es wichtig, dass sie nachvollziehbar sind. Liegt also eine Folgerung begründet in einer Definition oder einem Satz, so sollte diese/der mit angegeben werden. Beispiel:

$$a \bmod n = b \bmod n \stackrel{\text{Satz 20}}{\Longrightarrow} a \equiv b \pmod{n}.$$

- Für Programmieraufgaben: Parameter müssen stets als *Kommandozeilenparameter* übergeben werden. Bei Nichtbeachtung gibt es Punktabzug.
- Um eine Aussage zu widerlegen, reicht es aus, ein Gegenbeispiel zu nennen.
- Versehen Sie alle abzugebenden Dateien mit mindestens einer Matrikelnummer aus Ihrer Gruppe **(im Namen der Datei)**.
- Geben Sie das Ergebnis einer Modulo-Operation immer als den natürlichen Repräsentanten der jeweiligen Gruppe an.

Aufgabe 1 – Emails (0 Punkte)

Senden Sie eine Email mit den Uni-Email Adressen aller Gruppenmitglieder an `jannis.bossert(at)uni-weimar.de`. Diese werden für die Kommunikation während des Semesters verwendet!

Aufgabe 2 – Mengenlehre (4 Punkte)
Lösen Sie folgende Abwandlung von Aufgabe 2 aus dem Handout (siehe Webseite):

Seien die Mengen A, B, C und D wie folgt definiert:

$$A = \{2, 3, 5\}$$

$$B = \{1, 2, 7, 10\}$$

$$C = \{3, 5, 7, 11\}$$

$$D = \{4, 6, 8\}$$

Geben Sie die Mengen $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, A \oplus B, A \cap C, B \cup C, C \setminus D$ und $C \cap D$ an.

Aufgabe 3 – Modulare Arithmetik (2 Punkte)
Lösen Sie folgende Aufgabe aus dem Handout:

Aufgabe 8: Berechnen Sie $(3162^4) \mod 10$ ohne Taschenrechner!

Aufgabe 4 – Polynomdivision (2 Punkte)
Lösen Sie folgende Aufgabe aus dem Handout:

Aufgabe 22: Teilen Sie das Polynom $x^5 + 3x^3 + x^2 + x + 4$ durch $x + 1$. Hinweis: Der Rest ist 0.

Aufgabe 5 – Vollständige Induktion (4+4 Punkte)
Beweisen Sie durch vollständige Induktion. *Hinweis:* $\mathbb{N}_0$ bezeichnet die Menge aller natürlichen Zahlen einschließlich der 0.

a) $9^n + 11$ ist durch 4 teilbar für alle $n \in \mathbb{N}$.

b) $\sum_{i=1}^{n} 2i - 1 = n^2$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 6 – Direkte und Indirekte Beweise (2+2 Punkte)

a) Es bezeichne

$$\begin{aligned} f(1) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 \\ f(2) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 \\ f(i) &\stackrel{\text{def}}{=} f(i-1) + f(i-2), \quad \text{für alle } i \geq 3. \end{aligned}$$

die Fibonacci-Folge. Zeigen oder widerlegen Sie: $f(i) \leq 2f(i-1)$ gilt für alle $i \geq 2$.

b) Wie viele Tupel (a, b) mit $x, a, b \in \mathbb{N}$ und $x^{a+b} = x^{a \cdot b}$ gibt es: (b1) Für $x = 1$? (b2) Für $x > 1$?