1. Übungsblatt
Diskrete Strukturen (WiSe 2018/19)

Bauhaus-Universität Weimar, Professur für Mediensicherheit
Dr. Stefan Lucks, Nathalie Dittrich
URL: `http://www.uni-weimar.de/de/medien/professuren/mediensicherheit/teaching`

Abgabe: Bis zum 30. Oktober 2018, 15:15 Uhr vor Beginn der Übung oder per E-Mail an `nathalie.jolanthe.dittrich(at)uni-weimar.de`. Lösungen sind bevorzugt in LaTeX zu verfassen.
Ein Template finden Sie auf der Übungsseite der Veranstaltung.

Ziel der Übung: Wiederholung und Anwendung von Grundlagen und Induktion

Hinweise:

- Geben Sie stets nachvollziehbare Lösungswege mit an. Für Lösungen, deren Herkunft nicht nachvollziehbar ist, werden 0 Punkte vergeben.
- Bei Beweisen ist es wichtig, dass sie nachvollziehbar sind. Liegt also eine Folgerung begründet in einer Definition oder einem Satz, so sollte diese/der mit angegeben werden. Beispiel:

$$a \bmod n = b \bmod n \overset{\text{Satz 20}}{\Longrightarrow} a \equiv b \pmod{n}.$$

- Für Programmieraufgaben: Parameter müssen stets als *Kommandozeilenparameter* übergeben werden. Bei Nichtbeachtung gibt es Punktabzug.
- Um eine Aussage zu widerlegen, reicht es aus, ein Gegenbeispiel zu nennen.
- Versehen Sie alle abzugebenden Dateien mit mindestens einer Matrikelnummer aus Ihrer Gruppe **(im Namen der Datei)**.
- Geben Sie das Ergebnis einer Modulo-Operation immer als den natürlichen Repräsentanten der jeweiligen Gruppe an.

Aufgabe 1 – Wahrheitstabellen (2 Punkt(e))
Lösen Sie folgende Aufgabe aus dem Handout (siehe Webseite):

Aufgabe 4: Seien A, B und C Aussagen. Geben Sie eine Wahrheitstabelle für die folgenden Aussagen an:

a) $(A \to B) \to C$

b) $((A \oplus B) \to C) \to (A \vee (B \wedge C))$

c) $(A \vee B \vee C) \to (A \wedge B \wedge C)$

Aufgabe 2 – Logarithmen (2 Punkt(e))
Lösen Sie folgende Aufgabe aus dem Handout:

Aufgabe 17: Berechnen Sie $\log_2(\log_2(\log_2(256)) - 1)$

Aufgabe 3 – Polynomdivision (2 Punkt(e))
Lösen Sie folgende Aufgabe aus dem Handout:

Aufgabe 22: Teilen Sie das Polynom $x^5 + 3x^3 + x^2 + x + 4$ durch $x + 1$. Hinweis: Der Rest ist 0.

Aufgabe 4 – Vollständige Induktion (4+4 Punkt(e))
Beweisen Sie durch vollständige Induktion. *Hinweis:* $\mathbb{N}_0$ bezeichnet die Menge aller natürlichen Zahlen einschließlich der 0.

a) $5^n + 7$ ist durch 4 teilbar für alle $n \in \mathbb{N}$.

b) $\sum_{i=1}^{n} 2i - 1 = n^2$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 5 – Direkte und Indirekte Beweise (2+2 Punkt(e))

a) Es bezeichne

$$\begin{aligned} f(1) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 \\ f(2) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 \\ f(i) &\stackrel{\text{def}}{=} f(i-1) + f(i-2), \quad \text{für alle } i \geq 3. \end{aligned}$$

die Fibonacci-Folge. Zeigen oder widerlegen Sie: $f(i) \leq 2f(i-1)$ gilt für alle $i \geq 2$.

b) Wie viele Tripel (x, a, b) mit $x, a, b \in \mathbb{N}$ und $x^{a+b} = x^{a \cdot b}$ gibt es: (b1) Für $x = 1$? (b2) Für $x > 1$?