

8. Übungsblatt Diskrete Strukturen (WS 14/15)

Bauhaus-Universität Weimar, Professur für Mediensicherheit
Prof. Dr. Stefan Lucks, Christian Forler, Eik List
URL: <https://www.uni-weimar.de/de/medien/professuren/mediensicherheit/teaching/ws-2014/diskrete-strukturen-vorlesung/>

Abgabe und Besprechung: 03.02.2015 (13:30 Uhr) in der Übung

Aufgabe 1 (2 Punkte) Rechenregel für bedingte Wahrscheinlichkeiten

Seien A und B zwei Ereignisse einer abzählbaren Menge Ω mit $\Pr[B] > 0$. Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage.

$$\Pr[\bar{A}|B] = 1 - \Pr[A|B].$$

(*Hinweis: Sie können folgende Aussage verwenden: $\Pr[X \cap Y] = \Pr[Y] - \Pr[\bar{X} \cap Y]$.*)

Aufgabe 2 (4+2 Punkte) Das Fahrerfluchtproblem

Gestern Nacht gab es in Musterstadt einen schweren Verkehrsunfall zwischen einem Taxi und einer Radfahrerin. Der Taxifahrer ist flüchtig. Zum Glück gab es einen Zeugen, der zu Protokoll gibt, dass ein rotes Taxi den Unfall verursacht hat. In Musterstadt gibt es 160 grüne und 20 rote Taxis. Sie wissen, dass auf Grund der schlechten Sichtverhältnisse die Irrtumswahrscheinlichkeit des Zeugens ($\Pr[\text{“Zeuge sah rotes Taxi”} | \text{“Grünes Taxi hat den Unfall verursacht”}]$) bei 15 Prozent liegt.

- a) Helfen Sie der leitenden Ermittlerin. Ist das flüchtige Taxi wirklich zu 85 Prozent rot, und soll Sie daher nach einem roten Taxi fahnden oder doch lieber nach einem grünen? Welche Fahndungsstrategie sollte bevorzugt werden? Begründen Sie ihre Antwort.
- b) Wie wäre ihre Antwort falls es in Musterstadt 100 grüne und 60 rote Taxis gäbe?

Aufgabe 3 (2 Punkte) PIN

In der Regel sind EC-Karten durch eine vierstellige PIN vor unauthorisierten Zugriff geschützt. Um die Anwenderfreundlichkeit zu erhöhen, hat die *Weimar Bank AG* beschlossen, keine PINs bei denen die führende Ziffer “0” ist herauszugeben. Man nimmt an, dass ein naiver Kunde glauben könnte es gilt “0123” \equiv “123” und sich dann wundern weshalb der Bankautomat “123” nicht als gültige PIN akzeptiert.

Berechnen Sie, ab wie vielen EC-Karten eine PIN-Kollision mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $1/2$ auftritt.

Aufgabe 4 (2 Punkte) Eulerkreis

Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

Ein (endlicher) gerichteter Graph $G = (V, E)$ ohne isolierten Knoten hat einen Eulerkreis $\implies G$ ist zusammenhängend und für alle $v \in V$ gilt $\text{Eingrad}(v) = \text{Ausgrad}(v)$.

Aufgabe 5 (4 Punkte) Grapheneigenschaften

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussage:

Für jeden Graphen $G = (E, V)$ mit $|V| \geq 2$ existieren zwei Knoten $v, v' \in V$ mit $v \neq v'$ und $\deg(v) = \deg(v')$.

Aufgabe 6 (4 Punkte) Programmieraufgabe: Spannbaum

Schreiben Sie in Python3 ein Skript, welches eine 7×7 -Adjazenzmatrix A in Form einer Textdatei einliest. Ihr Skript soll für den von A dargestellten Graphen G , überprüfen ob G zusammenhängend ist. Falls ja, geben Sie einen beliebigen Spannbaum von G aus. Die Textdatei soll dabei als Kommandozeilenparameter eingelesen werden.

Beispiel

```
# python3 graph7_123456.py g1.txt
0 --> 1
1 --> 2
2 --> 3
3 --> 4
4 --> 5
5 --> 6
```

Hinweis: Mit der Anweisung `matrix = [row][column]` können Sie ein zweidimensionales Array (Matrix) erzeugen. Mit `matrix[2][0]` erhalten Sie beispielsweise Zugriff auf das erste Element der dritten Zeile.

Abgabe: Schicken Sie Ihre Lösung als Anhang einer E-Mail `graph7_<MatrNr>.py` an `christian.forler@uni-weimar.de` mit dem Betreff “[DS] Graph7”.

Testvektoren

```
# cat g1.txt
0 1 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0
0 1 0 1 0 0 0
0 0 1 0 1 0 0
0 0 0 1 0 1 0
0 0 0 0 1 0 1
1 0 0 0 0 1 0
# python3 graph7_123456.py g1.txt
0 --> 1
1 --> 2
2 --> 3
3 --> 4
4 --> 5
5 --> 6
```

```
# cat g2.txt
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0
0 1 0 0 0 0 0
0 0 1 0 0 0 0
# python3 graph7_123456.py g2.txt
0 --> 6
6 --> 2
2 --> 5
5 --> 1
```

```
1 --> 3
3 --> 4
```

```
# cat g3.txt
0 1 1 1 1 1 0
1 0 1 1 1 1 0
1 1 0 1 1 1 0
1 1 1 0 1 1 0
1 1 1 1 0 1 0
1 1 1 1 1 0 0
0 0 0 0 0 0 0
# python3 graph7_123456.py g3.txt
```