

# 2013

90. Jahrgang  
April 2013  
ISSN 0932-8351  
A 1556

Sonderdruck

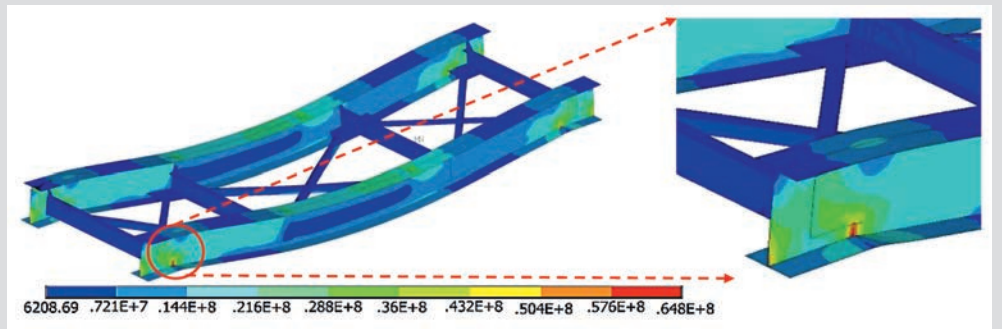
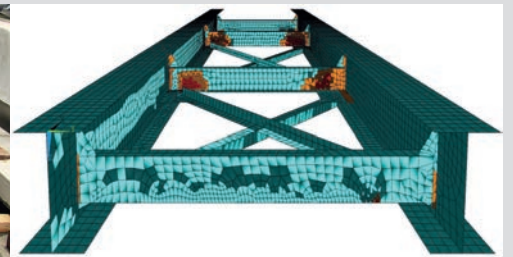
**GRK 1462**  
MODELLQUALITÄTEN



**Bauhaus-Universität  
Weimar**

# Bautechnik

**Zeitschrift für den gesamten Ingenieurbau**



## **Bewertung gekoppelter numerischer und experimenteller Partialmodelle im Konstruktiven Ingenieurbau**

DFG Graduiertenkolleg 1462





Die ausgewählten Artikel im Sonderdruck vermitteln einen Eindruck über aktuelle Forschungsschwerpunkte und -ergebnisse des DFG-Graduiertenkollegs 1462 und deren Kooperationspartner, dargestellt an praxisorientierten Anwendungsbeispielen. Die übergeordnete Fragestellung des Graduiertenkollegs umfasst die Bewertung von gekoppelten numerischen und experimentellen Modellen hinsichtlich ihrer Zuverlässigkeit, Unsicherheit und Robustheit. Waren es die Aspekte der Einwirkungen, der Mechanik, des Materialverhaltens, des Baugrunds und deren Interaktionen bei der Modellierung von konstruktiven Systemen, die vordergründig in der ersten Förderphase des Projekts untersucht wurden, erweitert sich der Fokus der Betrachtungen in der zweiten Phase, ab November 2012, um die Bewertung der Qualität experimenteller Modelle sowie des Monitorings bestehender Strukturen.

## Sonderdruck „Modellqualitäten“

Themen	
<b>Vorwort</b>	4
Holger Keitel, Frank Werner <b>Zur Bedeutung der Modellbildung für die Ingenieurpraxis</b>	6
Frank Scheiber, Frank Werner <b>Modelle und Normen</b> <b>Geometrisch nichtlineare Probleme</b>	12
Holger Keitel, Henning Stutz, Bastian Jung, Hem Bahadur Motra <b>Prognosequalität eines Gesamtmodells</b> <b>Einfluss verschiedener Kopplungsszenarien auf die Interaktion Struktur – Boden</b>	19
Thomas Most, Johannes Will, Tino Dannenberg <b>Anwendung effizienter Methoden der Sensitivitätsanalyse zur Untersuchung komplexer Ingenieuraufgaben</b>	26
Bastian Jung, Guido Morgenthal, Dong Xu <b>Integral bridges: sensitivity of limit state modelling</b>	32
Sharmistha Chowdhury, Volkmar Zabel, Carsten Könke <b>Fatigue assessment of a riveted railway steel bridge</b> <b>Application of different practical approaches</b>	41
Dmitrii Legatiuk, Klaus Gürlebeck, Guido Morgenthal <b>Modelling of concrete hinges through coupling of analytical and finite element solutions</b>	49
Samira Marzban, Jochen Schwarz <b>An investigation into the structural interaction in RC frame-wall systems</b>	53
Frank Scheiber, Hem Bahadur Motra <b>Tragwerksmonitoring und numerische Simulation</b>	63
Hem Bahadur Motra, Andrea Dimmig-Osburg, Jörg Hildebrand <b>Quality assessment of strain measurement in concrete structures</b>	69
Maher Deeb, Volkmar Zabel <b>A model-based approach in the design of experiments for damage detection</b>	76
Maher Deeb, Tajammal Abbas, Shahram Ghorashi, Ingmar Stade, Idna Wudtke, Volkmar Zabel <b>Modellbasierte Schadensidentifikation an Turmbauwerken</b>	82

# Vorwort

Liebe Leserin, lieber Leser,

in der täglichen Auseinandersetzung mit und der Lösung von Ingenieuraufgaben steht der praktisch tätige Ingenieur oft vor der Frage: Welches sind die in den Software-Paketen implementierten Modelle, die wir für eine vertrauensvolle Prognose der Zuverlässigkeit der gebauten oder noch zu bauenden Strukturen nutzen sollten? Insbesondere für komplexe Bauwerke mit stark ausgeprägten Interaktionen zwischen verschiedenen Teilsystemen, z. B. Boden-Bauwerks- oder Last-Struktur-Interaktionen, kann die Beantwortung dieser Frage zu einer herausfordernden Aufgabe werden.

Dieser Herausforderung widmet sich das seit 2008 durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft DFG geförderte Graduiertenkolleg „Bewertung gekoppelter numerischer und experimenteller Partialmodelle im Konstruktiven Ingenieurbau“ an der Bauhaus-Universität in Weimar.

In der Forschung des Kollegs geht es im Kern um die Entwicklung von Modellbewertungs- und Modellauswahl-

kriterien, die dem praktisch tätigen Ingenieur helfen, die Synthese von Modellen für die Berechnung von komplexen Bauwerken zu optimieren.

Waren die Kollegiaten der ersten Förderphase (2008-2012) mehrheitlich mit der Bewertung der mathematischen, numerischen Modelle beschäftigt (siehe linke Seite in Bild 1), rückt nun in der zweiten Förderphase des Kollegs (bis Mai 2017) die Bewertung der Qualität des Experiments bzw. des Monitorings von bestehenden Strukturen in den Vordergrund (rechte Seite in Bild 1). Das Experiment wird als ein physikalisches Modell definiert, welches durch seine Randbedingungen, z. B. Art der Einwirkungen, Festhaltungen und Unsicherheiten, z. B. Messfehler, direkte/indirekte Messgrößen usw. charakterisiert wird. Es stellt ein dem mathematisch/numerischen Partialmodell gegenüberliegendes Äquivalent dar. Durch Modellkalibrierungen und Validierungen sowie die modellbasierte Planung von Experimenten lassen sich das mathematische

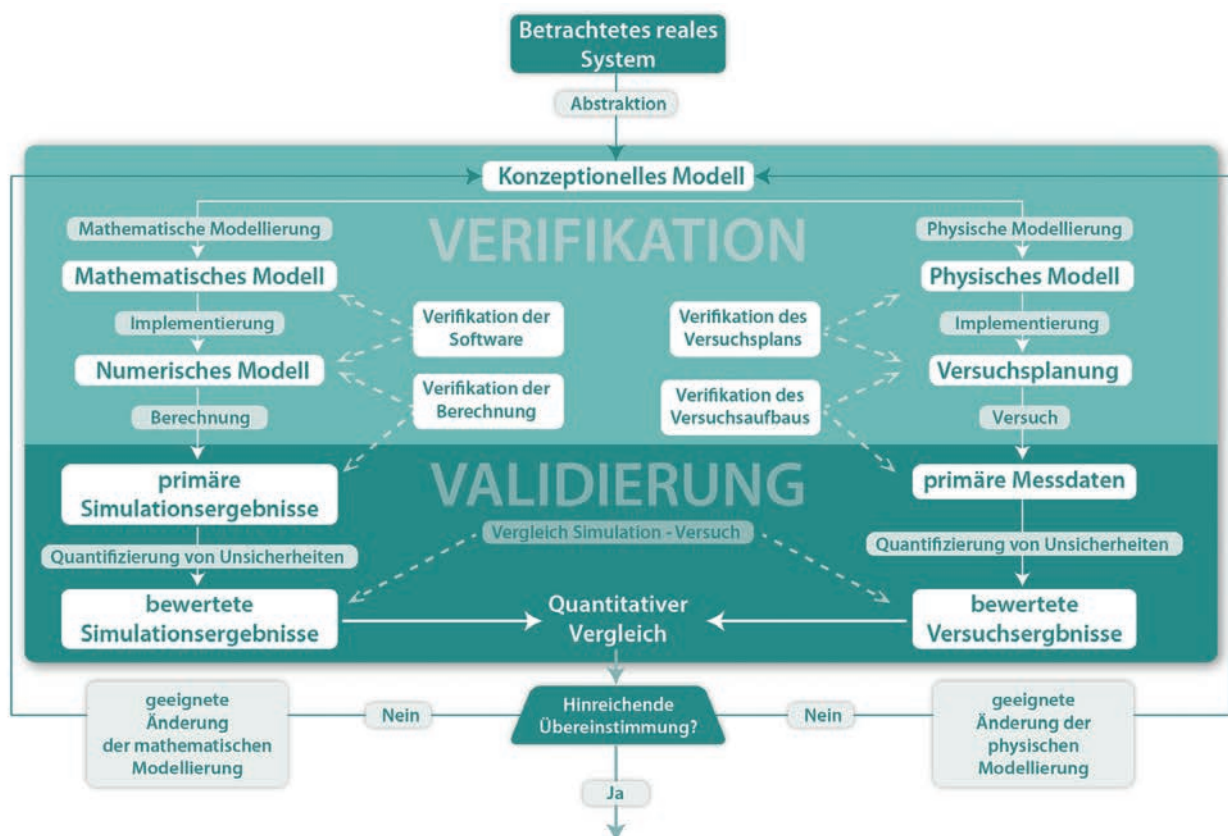


Bild 1. Qualitätsbewertung theoretisch/numerischer und experimenteller Modelle, Grafik basierend auf (ASME – American Society of Mechanical Engineers – Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics 2007)



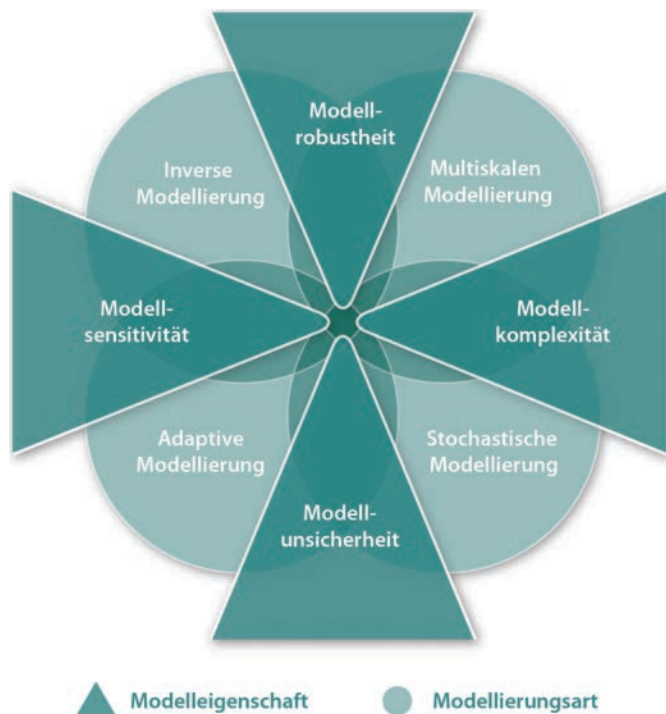


Bild 2. Modelleigenschaften und Arten der experimentellen und numerischen Modellierung

und das experimentelle Modell eng miteinander verknüpfen. Häufig wird dies als hybride Modellierung bezeichnet. Eine gemeinsame Betrachtung und simultane Bewertung der Modellierungsprozesse beider Zweige in Bild 1 ist wesentlich für eine realitätsnahe Beschreibung des Verhaltens von gebauten Objekten.

Sowohl die theoretisch/numerischen als auch die experimentellen Modelle bestehen aus miteinander gekoppelten Partialmodellen, die jeweils Teilaspekte des Gesamtproblems in unterschiedlicher Abstraktion abbilden. Der Grad an Abstraktion kann physikalische Prozesse, die Dimensionalität und Skala der Problembeschreibung, die

Berücksichtigung zeitvarianter oder stochastischer Effekte betreffen.

Für die quantitative Bewertung der Qualität gekoppelter experimenteller und theoretisch/numerischer Modelle, sogenannter hybrider Modelle, sind derzeit keine wissenschaftlich fundierten Methoden bekannt. Eine Qualitätsbewertung erfolgt im Ingenieurwesen, von wenigen sehr spezialisierten Ausnahmen abgesehen, bisher basierend auf dem phänomenologischen Erfahrungswissen der Modellanwender.

Kriterien anhand derer, analog zum Vorgehen bei der Bewertung numerischer Simulationsmodelle, experimentelle sowie hybride Modelle bewertet werden sollen, sind Modellsensitivität, Modellkomplexität, Modellrobustheit und Modellunsicherheit. Diese sollen mit Methoden der stochastischen, inversen und adaptiven Modellierung sowie der Metamodellierung quantifiziert werden, siehe Bild 2.

Der vorliegende Sonderdruck enthält eine Zusammenstellung aktueller Ergebnisse, die im Übergang von der ersten zur zweiten Phase entstanden sind. Dabei wurden insbesondere Themen gewählt, die einerseits einen engeren Bezug zu praktischen Fragestellungen erkennen lassen und andererseits einzelne Bewertungsmethoden auch im Detail demonstrieren.

Über eine rege Diskussion mit unseren Lesern würden wir uns sehr freuen.

Prof. Dr. Ing. habil. *Frank Werner*  
Sprecher des Graduiertenkollegs 1462  
Prof. Dr. rer. nat. *Tom Lahmer*  
Leitung Methodische Grundlagen  
Dipl.-Ing. *Idna Wudtke*  
Geschäftsführerin

### Danksagung

Die Autoren der Beiträge in diesem Sonderdruck sowie das Lenkungsgremium bedanken sich sehr herzlich für die Unterstützung ihrer Forschung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Graduiertenkollegs 1462.

# Zur Bedeutung der Modellbildung für die Ingenieurpraxis

Die Modellbildung für die Analyse und Synthese von Tragstrukturen ist eine der zentralen Aufgaben der Ingenieurpraxis. Das aus diesem Prozess resultierende Berechnungsmodell dient der Prognose des Trag- und Verformungsverhaltens von Strukturen und der Einschätzung ihrer Zuverlässigkeit. Aus der Abstraktion der realen Strukturen in Kombination mit diversen Vereinfachungen und Annahmen lassen sich jedoch verschieden detaillierte Berechnungsmodelle aufstellen, die sich im eigentlichen statischen System wie auch in der Komplexität der Partialmodelle unterscheiden können. Daraus resultieren ebenso differenzierte Prognosen des Tragverhaltens und ergo der Bewertung der Zuverlässigkeit. Anhand von ingenieurpraktischen Beispielrechnungen zum Trag- und Systemverhalten von einfachen Stahl- und Stahlbetonstützen unter Ansatz unterschiedlicher Modellierungen und Kombinationen von Partialmodellen soll dies anschaulich demonstriert werden. Oft sind es kleine Veränderungen an den statischen Modellen, die ohne Probleme mit zeitgemäßen Methoden bearbeitet werden können, die zu deutlichen Veränderungen in den Aussagen führen.

**Keywords:** Modellbildung; Partialmodelle; Stützensysteme

**On the importance of modeling for the engineering practice.** *The modeling for the analysis and synthesis of structural systems is a fundamental task of the engineer practice. The resulting computational model of this process serves for the prediction of the load-bearing and deformation behavior of structures and allows for inferences concerning the reliability. However from the abstraction of real structures in combination with various simplifications and assumptions various detailed calculation models can be created, which may differ in the actual structural system as well as in the complexity of partial models. This also results in diverging predictions of the structural behavior and ergo the assessment of the reliability. This article shows what the large influence of the modeling of structures on the prediction of structural behavior. This is illustrated by means of practical engineering example calculations for support and system behavior of steel and reinforced concrete columns under different modeling approaches and combinations of partial models. Often there are small changes in the static models, which can be edited easily using modern methods, that lead to significant changes in the structural behavior.*

**Keywords:** modeling, partial models, column systems

## 1 Einleitung

Die Prognose des Trag- und Verformungsverhaltens von Strukturen erfordert die Berücksichtigung zahlreicher Phä-

nomene bzw. Partialmodelle. Bei einer Stahlbetonstütze sind dies z. B. neben der Beschreibung des Kurzzeitmaterialverhaltens des Betons für den Druck- und Zugbereich die Langzeitphänomene Kriechen und Schwinden sowie die Nacherhärtung, das Materialverhalten des Betonstahls, der Verbund zwischen Beton und Betonstahl, die Kinematik, die Belastung, etc. Allein durch die Kombination unterschiedlicher Partialmodelle zur Beschreibung dieser einzelnen Phänomene können eine Vielzahl unterschiedlicher Gesamtmodelle aufgestellt und resultierend daraus divergierende Bemessungsergebnisse erzielt werden.

Eine weitere Möglichkeit für unterschiedliche Prognoseergebnisse, unabhängig von der Wahl der Kopplung von Partialmodellen, ergibt sich aus unterschiedlichen Modellierungen der konstruktiven Detailausführungen einer Struktur, beispielsweise der Definition eines Gelenks oder einer Einspannung. Diese im mechanischen Kontext klar voneinander differenzierbaren Randbedingungen liegen in der Realität häufig nicht eindeutig vor.

An übersichtlichen Beispielen der Ingenieurpraxis soll gezeigt werden, welche Bedeutung der Modellbildung der Strukturen zukommt. Dies soll zur Sensibilisierung des praktisch tätigen Ingenieurs auf Fragstellungen der Prognosequalität von Modellen und auf Einschätzungen der Qualität von Bemessungsergebnissen beitragen.

Die Beispielrechnungen konzentrieren sich auf zwei getrennte Schwerpunkte. Eine Betrachtung zu Strukturmodellen erfolgt für Stahlstützen. Hier liegt der Fokus im Wesentlichen auf dem Einfluss der Abbildung der Randbedingungen bzw. der konstruktiven Details. Am Beispiel einer Stahlbetonstütze – charakterisiert durch die hohe Unsicherheit der Materialparameter, der Bewehrungsverteilung etc. – wird insbesondere die Auswirkung unterschiedlicher Bemessungsverfahren und variierender Partialmodelle dargestellt. Darüber hinaus wird eine spezielle Komponente der Strukturmodellierung, die Berücksichtigung oder Vernachlässigung der Elastizität des Bodens, betrachtet.

## 2 Modelle für Stahlstützen

### 2.1 Systemanalysen

Die Bemessung von Stahlstützen erfolgt in der Ingenieurpraxis auch heute noch häufig über das Ersatzstabverfahren unter Annahme der Knicklänge der zu bemessenden Struktur. Die mechanisch definierte Knicklänge dient hierin als anschauliches Hilfsmittel, um unter Einbezie-

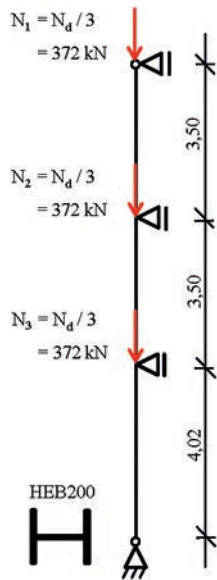


Bild 1. System der Stahlstütze für die Eigenwertanalyse  
Fig. 1. System of steel column for the eigenvalue analysis

hung der empirisch ermittelten Knickspannungslinien die Grenztraglast einer Stütze zu bestimmen. Im folgenden Beispiel sollen die Auswirkungen einer realitätsnahen Abbildung der konstruktiven Gegebenheiten auf den Wert der Knicklänge einer typischen Stahlstütze eines dreigeschossigen Gebäudes dargestellt werden.

Die Geometrie, Lasten und herkömmliche Modellbildung dieser Stütze, eigentlich Stützensystems, sind in Bild 1 dargestellt. In der Regel wird die durchlaufende Stütze idealisiert mit einem gelenkigen Fußpunkt sowie gelenkigen Trägeranschlüssen im Bereich der horizontalen Halterungen durch die Geschossdecken bzw. Deckenträger modelliert. Eine Überprüfung dieser Modellannahmen mit der letztendlichen Ausführung dieser Anschlussdetails, siehe Bilder 2 und 3, offenbart, dass in der Realität am Fußpunkt eine nicht unerhebliche Verdrehungsbehinderung vorliegt. Selbst unter Vernachlässigung jeglicher Übertragung von Zugkräften ergibt sich infolge der Druck-



Bild 2. „Gelenkiger“ Stützenfußpunkt  
Fig. 2. „Hinged“ base of the column



Bild 3. „Gelenkiger“ Deckenträgeranschluss  
Fig. 3. Hinged floor beam connection

normalkraft der Stütze und der Anordnung einer Fußplatte eine Rotationsbehinderung und folglich eine Teileinspannung der Stütze. Ähnlich stellt sich die Situation im Bereich der angeschlossenen Deckenträger dar. Ein Trägeranschluss mittels Stirnplatte oder Fahnenblechanschluss behindert ebenfalls die freie Verdrehung der Stützung, sodass eine Modellierung einer Rotationsfeder im Bereich der Trägeranschlüsse realitätsnäher erscheint als ein Gelenk. Schwieriger ist die Beurteilung dieser Problematik für einseitig exzentrische Anschlüsse. Zunächst ergibt sich aus der Vertikallast infolge der Exzentrizität eine Momentenbeanspruchung der Stütze. Darüber hinaus kann der Deckenträger jedoch, für den Fall größerer Verdrehungen der Stütze gegenüber dem Trägerende, als Rotationsfeder aufgefasst werden. Eine freie Rotation ist infolge der Anschlüsse in der Regel nicht gewährleistet. Die tatsächlichen Auswirkungen für einen speziellen Fall sind im gegebenen konstruktiven Kontext zu klären.







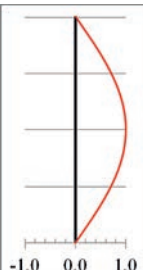
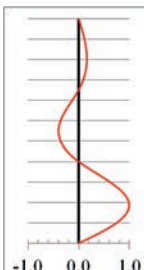
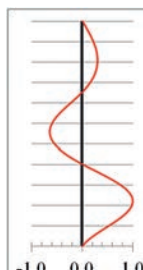
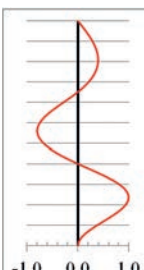
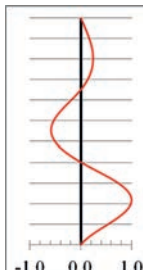
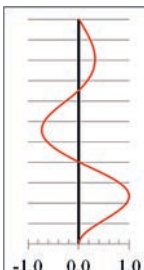
Als anschauliche Größe für vergleichende Betrachtungen eignen sich die System-Eigenwerte, auch wenn diese nicht direkt mit der Tragfähigkeit gekoppelt sind. Für die exemplarische Berechnung der Eigenwerte der Stützensysteme wird die Federsteifigkeit für die Teileinspannung am Fußpunkt aus der Nachgiebigkeit der Betonfundamentierung sowie der Fußplatte bestimmt. Zusätzlich werden die Eigenwerte für eine Volleinspannung eines Stützensystems am Fußpunkt angegeben. Die Rotationsfedern im Bereich der Deckenträger werden konservativ angenommen, d. h., es werden nur 10 % der Verdrehungsbehinderung durch die angeschlossenen Deckenträger angesetzt.

Die resultierenden Eigenwerte und -formen, Knicklasten sowie Knicklängen für die unterschiedlichen Modellierungstypen sind in Tabelle 1 aufgeführt. Es zeigt sich, dass schon die pragmatische Annahme, dass die Knicklänge der Höhe des untersten Geschosses entspricht, im Vergleich zur Modellierung des Stützensystems mit gelenkigen Trägeranschlüssen deutlich auf der sicheren Seite liegt:

$$N_{ki,A} = 2564 \text{ kN} < N_{ki,B} = 3490 \text{ kN} \quad \text{bzw.} \\ s_{kz,A} = 4,02 \text{ m} > s_{kz,B} = 3,46 \text{ m}.$$



**Tabelle 1. Resultate der Eigenwertanalyse**  
**Table 1. Results of the Eigenvalue analysis**

Stütze	A	B	C	D	E	F
Anschluss Träger – Fußpunkt	gelenkig – gelenkig, eingeschossig	gelenkig – gelenkig	gelenkig Teileinspannung	gelenkig Volleinspannung	Teileinspannung – Teileinspannung	Teileinspannung – Volleinspannung
System						
Eigenwert $\alpha_{crit}$ [-]	2,30	3,13	4,76	5,35	5,03	5,68
Kritische Last $N_{ki}$ [kN]	2564	3490	5307	5965	5608	6333
Knicklänge $s_{kz}$ [m]	4,02	3,46	2,81	2,65	2,74	2,57
Knicklängenbeiwert $\beta_z$ [-], bezogen auf die unterste Geschosshöhe	1,00	0,86	0,70	0,66	0,68	0,64
1. Eigenform – normiert						

Dieser Unterschied resultiert aus den geringfügig veränderlichen Geschosshöhen sowie der veränderlichen Längskraft der Struktur. Die realitätsnähere Abbildung des Stützenfußpunkts mittels Teileinspannung erhöht die kritische Last bzw. reduziert die Knicklänge im Vergleich zur gelenkigen Modellierung noch einmal deutlich auf  $N_{ki,C} = 5307$  kN sowie  $s_{kz,C} = 2,65$  m. Die zusätzliche Abbildung der Rotationsbehinderungen durch die Deckenträger wie auch die Berücksichtigung einer Volleinspannung führen zu einer weiteren geringen Steigerung der kritischen Last.

Dies einfache Beispiel zeigt den deutlichen Einfluss der Modellbildung auf das Systemverhalten. Allein die einfach zu berücksichtigende Rotationsbehinderung am Fußpunkt – Stütze C – verringert die Knicklänge um 70 % gegenüber der eingeschossigen Betrachtung – Stütze A. In Anbetracht dieser sichtlichen Effekte aus der Modellbildung der Struktur stellt sich die Frage, ob der Einfluss weiterer Partialmodelle auf die Tragfähigkeit, wie beispielsweise die in letzter Zeit häufig diskutierten Imperfektionsmodelle, wirklich praktische Bedeutung in ähnlichen Größenordnungen besitzen. Diese Problemstellung wird im nächsten Abschnitt an einem einfachen System beispielhaft betrachtet.

## 2.2 System und Imperfektionen

In zahlreichen aktuellen Veröffentlichungen [1], [2], [3] werden die theoretischen und experimentellen Herleitungen der Magnitude und Form der anzusetzenden Imperfektionen diskutiert. Daraus folgen Empfehlungen für Veränderungen der bislang anzunehmenden Amplituden und der Ableitung von Imperfektionsfiguren, die teilweise schon ihren Platz in den Normen gefunden haben. Es stellt sich die Frage, welche Signifikanz diese Änderungen der Imperfektionsparameter im Vergleich mit anderen Einflüssen, beispielsweise aus der Abbildung realitätsnaher konstruktiver Randbedingungen, besitzen.

Am Beispiel des Systems einer eingeschossigen Stahlstütze, dargestellt in Bild 4, soll exemplarisch der Einfluss der Imperfektionen auf die Traglast untersucht und dem Einfluss der Modellierung gegenübergestellt werden.

Die Stütze ist in y-Richtung des Querschnitts gehalten, sodass – phänomenologisch formuliert – ein Versagen infolge geometrisch und physikalisch nichtlinearen Tragverhaltens der Stütze um die starke Achse des IPE 300-Profiles eintritt. In der Praxis wird dies historisch als „Stabilitätsver-



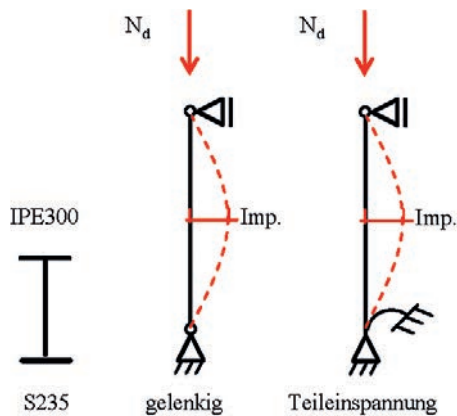


Bild 4. System der Stahlstützen für die Tragfähigkeitsanalysen

Fig. 4. System of the steel columns for analyses of load bearing capacity

sagen“ bezeichnet, obwohl dies eigentlich, nur einen möglichen, nicht notwendigen, Grenzzustand lautmalend beschreibt. Die Länge der Stütze wird variiert, um den Einfluss der Schlankheit auf die rechnerischen Traglasten zu analysieren. Die Modellierung der Randbedingungen erfolgt zum einen als ideal gelenkig, zum anderen wird entsprechend dem vorangehenden Beispiel eine Teileinspannung am Stützenfuß angesetzt. Die Imperfektion gemäß DIN-EN 1993-1-1 [4] entspricht  $w_0 = L/550$ . Diese wird bei der Beispielrechnung nicht deterministisch sondern stochastisch als normalverteilte Größe mit dem Mittelwert von  $\mu_{w0} = L/550$  und einer großzügig angenommenen Standardabweichung von  $\sigma_{w0} = 0,2 \times L/550$  berücksichtigt, um so den Einfluss der Variation von  $w_0$  zu quantifizieren.

Zunächst ist in Bild 5 die Verformung der Stütze für eine Länge von 12,8 m ( $\lambda = 102$ ) und eine Last von  $N_d = 620$  kN für das ideal gelenkige System wie auch für das System mit Teileinspannung am Fußpunkt dargestellt. In der Analyse wurden die Mittelwerte wie auch die 5%- und 95%-Quantilwerte der Imperfektion,  $L/820$  und  $L/410$ , berücksichtigt. Die aufgeführten Verformungen enthalten keinen Imperfektionsanteil, sondern stellen nur die Durchbiegung infolge Längskraft in Kombination mit geometrisch und physikalisch nichtlinearem Verhalten dar. Das Diagramm verdeutlicht bereits den großen Einfluss der Modellierung der Randbedingungen auf das Strukturverhalten.

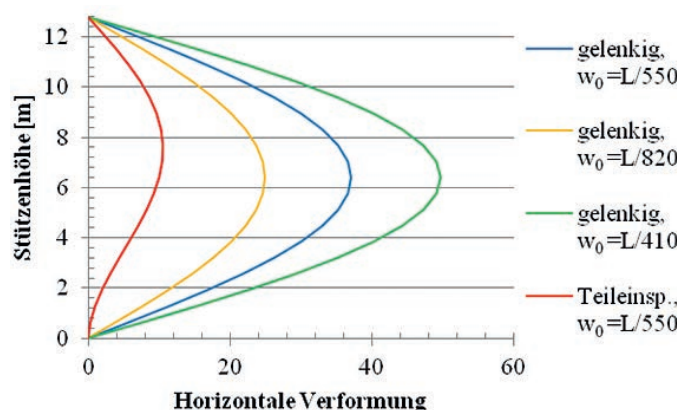


Bild 5. Verformung der Stütze

Fig. 5. Displacements of the column

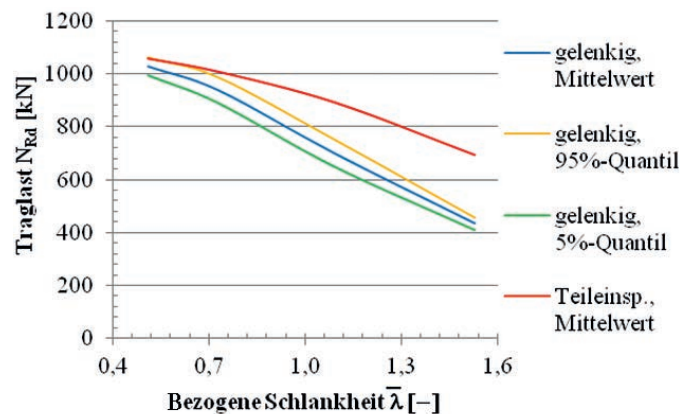


Bild 6. Traglast der Stütze für verschiedene Modellbildungen

Fig. 6. Load bearing capacity of the column for different modeling types

Infolge der Teileinspannung wird die Verformung der Stütze reduziert – ein deutlich größerer Einfluss als die Berücksichtigung anderer Magnituden für die Imperfektionen. Dabei ist nicht berücksichtigt, dass die Imperfektionsamplituden verringert werden könnten, da sich die Bezugslänge  $L$  eigentlich auf den Abstand der Wendepunkte der Eigenfigur bezieht.

Aus Bild 5 lassen sich bereits Rückschlüsse auf die Traglasten der unterschiedlichen Modellierungen, illustriert in Bild 6, ziehen. Die Auswertung der Untersuchungen der Tragfähigkeit der beidseitig gelenkig modellierten Stütze mit stochastischen Daten gegenüber der deterministischen Berechnung für die teileingespannte Stütze bestätigen die bereits gezeigten Erkenntnisse. Die realitätsnahe Abbildung des Fußbereichs der Stütze wirkt sich deutlich stärker auf die rechnerische Tragfähigkeit der Stütze aus als die Größe der Imperfektionen. Vor allem im Bereich größerer Schlankheiten ist der Einfluss der Imperfektion gegenüber der Modellbildung sehr gering, da in diesem Fall bereits eine kleine Störung der ideal geraden Stabgeometrie signifikante geometrisch nichtlineare Effekte auslöst. Eine Teileinspannung reduziert die Knicklänge der Stütze wesentlich ( $\rightarrow$  deutlich geringere Schlankheit), wodurch die beeindruckende Differenzen der Traglasten für den gelenkigen und teileingespannten Fall zu erklären ist.

### 3 Modelle für Stahlbetonstützen

#### 3.1 Grundlagen

Eine realitätsnahe physikalisch und geometrisch nichtlineare Analyse von Stahlbetonstützen erfordert die Berücksichtigung zahlreicher Partialmodelle. Allein aus der Berücksichtigung verschiedener Ansätze für diese Partialmodelle können unterschiedliche Bemessungsergebnisse erzielt werden. Neben der Wahl der Partialmodelle soll im folgenden Beispiel auch die Wahl des Bemessungsverfahrens auf die (normativ) erforderliche Bewehrungsmenge der Stütze beschrieben werden. Weiterhin soll der Einfluss der Modellbildung bezüglich der Nachgiebigkeit der in statischen Berechnungen regelmäßig als starr gelagert angenommenen Köcherfundamente von Kragstützen auf die Tragfähigkeit verdeutlicht werden.

Betrachtet wird beispielhaft die in Bild 7 dargestellte abgestufte Stütze, die bei einer Gesamthöhe von 12 m eine

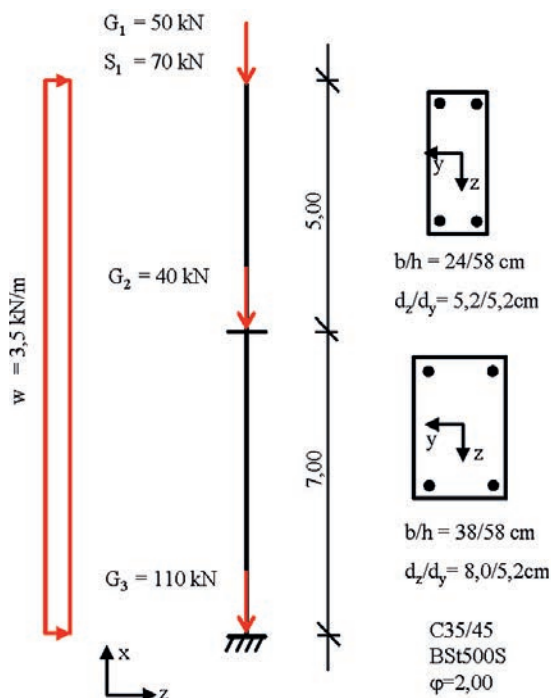


Bild 7. System, Einwirkung und Materialdaten der Stahlbetonstütze

Fig. 7. System, loading, and material data of the RC column

große Schlankheit aufweist. Das Köcherfundament besitzt die Abmaße von  $l = 4 \text{ m} \times b = 1,6 \text{ m} \times h = 0,35 \text{ m}$  bei einem definierten Wert für die Bettung von  $C_z = 10000 \text{ kN/m}^3$ , was einem relativ weichen Boden entspricht. Zusätzlich zur Bodennachgiebigkeit soll der Einfluss der an die Stütze angeschlossenen Betonscheibenelemente untersucht werden, welche die Stütze in Richtung der lokalen y-Achse in einer Höhe von ca. 3 m federnd aussteifen. In Richtung der starken Achse der Stütze wirkt eine konstante Windlast, ansonsten werden nur axiale Kräfte aus Eigengewicht und Schnee eingeleitet.

Die Ermittlung der Imperfektionen der Stütze erfolgt gemäß DIN-EN-1992-1-1 [5] basierend auf der für die jeweilige Richtung ersten Knickeigenform der Stütze. Das Kriechen des Betons wird erfasst über:

- die pauschale Streckung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons für Kurzzeitverhalten mit dem Faktor  $(1 + \varphi_{\text{eff}})$
- eine Zeitintegration zur Kalkulation der Kriechdehnungen für eine 100-jährige quasi-ständige Belastung der Stütze; im Anschluss daran erfolgt der Nachweis der Stütze für die Bemessungslast unter Ansatz der zuvor bestimmten spannungslosen Vordehnungen aus Kriechen.

Tabelle 2. Bezeichnungen im Diagramm

Table 2. Abbreviations of the diagram

DB	doppelte Buchführung	f	feste Einspannung	100	Imperfektionen zu 100 % angesetzt	KZI	Kriechverformung mittels Zeitintegration ermittelt
ANL	allgemeines nichtlineares Verfahren	e	elastische Einspannung durch Bodennachgiebigkeit	80	Imperfektionen zu 80 % angesetzt	W100	Wandscheiben als elastische horizontale Halterung mit $k = 100 \text{ kN/m}$
BEM	Bemessungswerte			120	Imperfektionen zu 120 % angesetzt		

Die Bemessung der Stütze erfolgt mit drei unterschiedlichen Verfahren:

- der „doppelten Buchführung“ (DB) nach Quast [6], DIN-EN-1992-1-1 Ab. 5.8.6 (3)
- dem allgemeinen nichtlinearen Verfahren (ANL) „ $\gamma_R$ -Verfahren“ nach DIN-EN-1992-1-1 Ab. 5.7 bzw. Ab. 5.8.6 (1), (2)
- der Stützenberechnung basierend auf Bemessungswerten (BEM) der Materialparameter.

Die resultierenden erforderlichen Bewehrungsmengen für die unterschiedlichen Modellierungsarten sind in Bild 8 aufgeführt. Darin werden die Bezeichnung gemäß Tabelle 2 verwendet.

Der Vergleich der erforderlichen Bewehrungsmengen zeigt gravierende Unterschiede zwischen den einzelnen Modellierungsvarianten bzw. Nachweiskonzepten. Zunächst kann festgestellt werden, dass die Verwendung des allgemeinen nichtlinearen Verfahrens nach DIN-EN-1992-1 im Vergleich mit den weiteren Bemessungskonzepten auf der sicheren Seite liegt,  $A_{s,f100ANL} = 43 \text{ cm}^2 > A_{s,f100DB} = 37 \text{ cm}^2$ . Dies ist, wie bereits unter anderem in [7] erläutert, in der pauschalen Abminderung aller Materialparameter mit dem globalen Teilsicherheitsbeiwert von  $\gamma_R = 1,3$  begründet, wodurch auch die Steifigkeit des Betonstahls deutlich reduziert und eine erhöhte Bewehrungsmenge erforderlich wird. Bezüglich der Modellierung beeindruckt der große Unterschied zwischen einer starren und einer nachgiebigen Gründung. Aus der Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Bodens resultiert eine Erhöhung der erforderlichen Bewehrung um 54 % ( $A_{s,e100DB} = 57 \text{ cm}^2 / A_{s,f100DB} = 37 \text{ cm}^2$ )! Verglichen damit ist der Einfluss aus Veränderungen von Imperfektio-

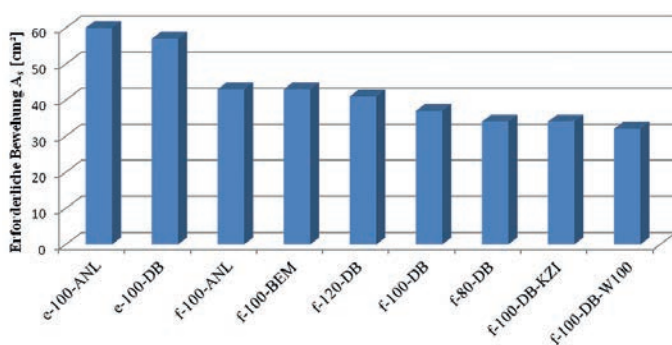


Bild 8. Erforderliche Bewehrungsmenge des unteren Stützenabschnitts für unterschiedliche Modellierungsarten und Bemessungsverfahren

Fig. 8. Required reinforcement of the lower column part for different modeling types and design methods

nen, der detaillierteren Kriechanalyse sowie der Aussteifung durch die Wandscheiben eigentlich vernachlässigbar gering.

### 3.2 Sicherheitsbetrachtungen

Aus den erheblichen Unterschieden der Bewehrungsmengen leitet sich die Frage der Konsequenzen einer zu niedrig bewehrten Stütze für die Systemsicherheit ab. Muss mit einem praktisch möglichen Versagen gerechnet werden, weil eine nicht angemessene Modellierung für die Bewehrungsermittlung verwendet wurde? Oder ist die Sicherheit bei einer Bemessung nach Norm so groß (Quantilwerte der Materialparameter und Einwirkungsgrößen, Teilsicherheitsbeiwerte), dass auch Unsicherheiten infolge unangemessener Modellierung praktisch abgedeckt werden? Eine Abschätzung bzw. Bewertung dazu kann über eine Zuverlässigkeitsanalyse erfolgen.

Die Zuverlässigkeitsanalyse wird mit einer festgelegten Bewehrungsmenge zu  $A_s = 37 \text{ cm}^2$  realisiert – dies entspricht dem Ergebnis der Bemessung mittels „Doppelter Buchführung“ unter Berücksichtigung von 100 % Imperfektionen und einer starren Lagerung des Fundaments. Die Materialparameter des Betons [8], [9], Stahls [9] und Bodens [10] sowie der Einwirkungen [11], [12], Geometrie [9] und Imperfektionen [9] werden entsprechend den in diesen Literaturquellen angegebenen stochastischen Verteilungsformen aus den normativ festgelegten charakteristischen Werten in Zufallsparameter umgerechnet. Aus dieser Vielzahl an stochastischen Parametern werden mittels Sampling Stichproben von Parametersätzen erzeugt und für diese jeweils das numerische Stützenmodell berechnet. Aus der Gesamtzahl an Stichproben und der Anzahl der versagten Einzelstützen lässt sich eine Versagenswahrscheinlichkeit ableiten.

Die Zuverlässigkeitsanalyse dieser Stütze unter Ansatz der relativ geringen Bewehrungsmenge ergab eine Versagenswahrscheinlichkeit von  $P_f = 0,019$  (ca. 2 %) und liegt damit deutlich über der normativ avisierten Größenordnung eines Versagensfalles in  $10^6$  Fällen, entsprechend einer Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f = 0,0000001$ . Eine weitere Zuverlässigkeitsanalyse für diese Stütze, jedoch mit einer um 20 % erhöhten Bewehrungsmenge, ergab mit  $P_f = 0,004$  eine deutlich reduzierte, aber vergleichsweise immer noch hohe, Versagenswahrscheinlichkeit. Die hier errechneten Versagenswahrscheinlichkeiten variieren zweifellos je nach Bodensteifigkeit sowie den weiteren Randbedingungen und mögen in der Regel deutlich geringer sein. Denkbar sind auch Verteilungseffekte für die Einwirkungen aus größeren Gruppen von Stützen u. Ä. Der Einfluss der Modellbildung auf die Abschätzung der Zuverlässigkeit von Tragstrukturen sollte nicht unterschätzt werden. Dies gilt sowohl für positive als auch negative Effekte. In der Praxis lassen sich viele Modelle finden, die historisch gewachsen sind und deren Realitätsnähe, insbesondere auch unter Nutzung moderner, leistungsfähiger Analysemethoden, kaum hinterfragt wird.

### 4 Fazit

Die Modellierung der Randbedingungen, Selektion der Partialmodelle oder Wahl des Bemessungsverfahrens kann zu großen Unterschieden in den prognostizierten Strukturantworten sowie den letztendlichen Bemessungsergebnissen

führen. Insbesondere der Einfluss einer nachgiebigen Gründung sowie Berücksichtigung einer Teileinspannung für praktisch nicht ausgebildete Gelenke von Stahlkonstruktionen beeinflussen das Strukturverhalten signifikant. Dem gegenüber haben einzelne Partialmodelle wie die Abbildung von Imperfektionen oder die Modellierung des Kriechens nur einen marginalen Einfluss. Auch wenn dies hier nur an einfachen und überschaubaren Systemen gezeigt wurde, gilt dies insbesondere für komplexe Situationen, wo allerdings Fragen der Redundanz oder im ungünstigen Fall eines fortschreitenden Versagens unbedingt zu beachten sind.

Dennoch sollen die hier dargestellten Beispiele nicht vordergründig als Modellierungsempfehlungen fungieren, sondern vielmehr sollen diese als Motivation für den praktisch tätigen Ingenieur dienen, Bemessungsergebnisse hinsichtlich ihrer Qualität und Konfidenz kritisch zu hinterfragen.

### Literatur

- [1] *Beier-Tertel, J.*: Geometrische Ersatzimperfektionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegedrillknicken von Trägern aus Walzprofilen. Ruhr-Universität Bochum, Dissertation 2008.
- [2] *Kindmann, R., Wolf, C.*: Geometrische Ersatzimperfektionen für Tragfähigkeitsnachweise zum Biegeknicken von Druckstäben. Stahlbau 78 (2009), H. 1, S. 25–34.
- [3] *Lokkas, P. G.*: A rational approach on the study of a uniaxial buckling model. 4th GRACM Congress on Computational Mechanics, Patra, Greece, Juni 2002.
- [4] DIN EN 1993-1-1:2005+AC: 2010 – Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag, 2003.
- [5] DIN EN 1992-1-1:2011+AC: 2011 – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag, 2011.
- [6] *Quast, U.*: Stützenbemessung. Betonkalender 2004/2, S. 377–448. Berlin: Ernst & Sohn, 2004.
- [7] *Timmler, H.-G., Keitel, H., Schröter, H.*: Aspekte nichtlinearer Berechnungen im Stahlbeton- und Spannbetonbau nach EC 2. IKI-Informationstag, Weimar, Germany, Oktober 2012.
- [8] CEB – Comité Euro-International du Béton: CEB-FIP Model Code 1990. 1993.
- [9] *Vrouwenvelder, T.* (Ed.): Probabilistic Model Code, 12<sup>th</sup> draft. Joint Committee on Structural Safety (JCSS) 2002.
- [10] *Moormann, C.*: Trag- und Verformungsverhalten tiefer Baugruben in bindigen Böden unter besonderer Berücksichtigung der Baugrund-Tragwerk- und der Baugrund-Grundwasser-Interaktion. Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2002.
- [11] *Kraus, O.*: Systemzuverlässigkeit von Hallenrahmen aus Stahl unter zeitvarianter Belastung. RWTH Aachen, Dissertation, 2004.
- [12] *Späthe, G.*: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen. Wien: Springer Verlag, 1992.

### Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Holger Keitel  
Bauhaus-Universität Weimar, Graduiertenkolleg 1462  
Berkaer Straße 9, 99423 Weimar  
holger.keitel@uni-weimar.de

Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Werner  
Bauhaus-Universität Weimar, Professur Stahlbau  
Marienstraße 13, 99423 Weimar  
frank.werner@uni-weimar.de



# Modelle und Normen

## Geometrisch nichtlineare Probleme

Bauen stellt eine komplexe Interaktion der Gesellschaft mit der natürlichen Welt dar. Bauwerke sollen i. Allg. über eine sehr lange Zeit praktisch nutzbar sein. Die Anforderungen an die Zuverlässigkeit, insbesondere Sicherheit, sind ungewöhnlich hoch und deutlich größer als in anderen Bereichen der Technik. Bauen unter den Bedingungen des ökonomischen Wettbewerbs erfordert Regeln und Richtlinien für die Beurteilung der zu erwartenden Zuverlässigkeit eines Bauwerkes. Modelle bilden die Interaktion zwischen Bauwerk und vorhandener Umgebung unter Nutzung probabilistischer Methoden näherungsweise ab. Die Beurteilung der Qualität, d. h. letztendlich der Aussagefähigkeit, muss unter Berücksichtigung der praktischen Handhabbarkeit erfolgen. Am einfachen Beispiel von Druckstäben lassen sich Randbedingungen und Anforderungen an zukunftsfähige Bemessungsmodelle anschaulich demonstrieren. Die Definition von allgemein anerkannten Regeln der Technik für die Bemessung von Bauwerken muss den aktuellen Bedingungen angepasst werden. Zukunftsfähige Normenkonzepte müssen sich an der Entwicklung der Entwurfsmethoden und der Informations- und Kommunikationstechnik orientieren. Vereinfachende empirische Formeln, Diagramme usw. verlieren ihre Gültigkeit auch außerhalb eingeführter Normen nicht und müssen nicht neu aufbereitet werden.

**Keywords:** Norm; Bemessung, geometrisch nichtlineare; Imperfektionen

**Models and codes – Geometrical nonlinear problems.** *Construction involves a complex interaction with the physical world and with society. Buildings are expected to be usable for a very long period of time. The requirements with regard to reliability and security in particular, are extraordinarily high – considerably greater than in other technical fields. Construction, particularly under the pressure of free market competition, requires rules and regulations for the assessment of the anticipated reliability and performance of a building. To a certain degree, models can be used to anticipate the interaction between a building and its environment by applying probabilistic methods. The evaluation of the quality has to be done by considering the practical handling. By the usage of the example of compression members, it is possible to show the marginal conditions and requests for sustainable design models. The definition of commonly accepted technical rules for the design of buildings has to be matched to the current conditions. Concepts for developing design codes must be future proofed such that the codes are complimentary to the progress of new design methodologies, and also to the innovation and development of information technology. However, traditional empirical simplifying formulas, diagrams, etc., are still valid and do not require updating*

**Keywords:** code; geometrical nonlinear design; imperfections

### 1 Einführung

Bauen stellt eine komplexe Interaktion der Gesellschaft mit der natürlichen Welt dar. Die entstehenden Bauwerke sollen i. Allg. über eine sehr lange Zeit praktisch nutzbar sein. Die Anforderungen an die Zuverlässigkeit, insbesondere an die Sicherheit, sind deutlich höher als in anderen Bereichen der Technik. Ausführliche Betrachtungen zur allgemeinen Situation, Randbedingungen, Fragen der Modellbildung und -nutzung finden sich in [1], [2].

Ein wesentliches Problem in der Beurteilung von Bauwerken besteht darin, dass im Überlebensfalle, d. h. bei mehr oder weniger schadlosem Dasein nach einem entsprechenden Zeitraum, die Ursache dafür kaum darstellbar ist. Erfahrungen zu Fragen der Ökonomie einer Bauweise lassen sich eigentlich nur im Grenzbereich zum Versagen sammeln.

Die Gesellschaft musste sich Regeln für die Beurteilung der zu erwartenden Zuverlässigkeit eines Bauwerkes schaffen [3], [4]. Dies hat zu einem tiefgestaffelten System von Bemessungsnormen geführt. Die Baubeteiligten sehen sich kaum noch in der Lage, effektiv mit allen vorhandenen Dokumenten umzugehen. Gegenwärtig sind heftige Diskussionen und verschiedene Aktivitäten zu beobachten („Wider die Normenflut“ [5]), die sich kritisch mit der Situation auf dem Gebiet der Bemessungsnormen auseinandersetzen.

**Bemessungsnormen** – entstanden aus der Notwendigkeit der gesellschaftlich kontrollierten Wahrung eines Sicherheitsniveaus für Bauwerke. Neben der Festlegung genormter Werte für Materialien und Einwirkungen kam es sehr schnell zur „Normierung“ mechanischer Beziehungen, die als Grundlage für die Bemessungsmethoden dienen.

**Allgemein anerkannte Regeln der Technik (aaRdT)** – können nach Definition nur für Methoden und Produkte vorhanden sein, die eine langjährige zuverlässige Anwendung erfuhren. Damit ist für moderne technische Entwicklungen ein deutlicher Widerspruch vorhanden. Eine praktisch sichere Nutzung des rasant wachsenden aktuellen Wissens ist unter Anwendung traditioneller Methoden der Bemessung nicht mehr effektiv möglich.

**Zukunftsfähige Normenkonzepte** – müssen sich an der Entwicklung der Entwurfsmethoden und der Informations- und Kommunikationstechnik orientieren. Vereinfachende empirische Formeln, Diagramme usw. verlieren ihre Gültigkeit auch außerhalb eingeführter Normen nicht.



Methoden der Mechanik müssen nicht neu aufbereitet werden.

## 2 Problemstellung

Die aktuelle „Stahlbau“-Literatur weist eine große Zahl von Veröffentlichungen auf, die dem weiten Gebiet der „Stabilitätsproblematik“ gewidmet sind, und die „Normenmacher“ feilen an immer interessanteren Formulierungen, um die komplexe Realität „exakt“ abzubilden. Im Jahre 1920 findet sich die interessante Feststellung: „Durch die Kármánschen Versuche kann das Knickproblem des geraden Stabes als erschöpfend gelöst angesehen werden, ...“ ([6], S.III). Glücklicherweise ist unsere reale Baupraxis unerschöpflich in ihren Ausprägungen und manche Fragen entstehen erst, wenn man weiß, wie sie zu stellen sind!

Kompliziertere Einwirkungssituationen, ungewöhnliche Lagerungs- und Stützverhältnisse, diskontinuierliche Querschnitte oder ausgefallene Systemkonfigurationen ließen sich bis vor kurzer Zeit kaum realitätsnah – Qualitätsbegriffe wie „exakt oder genau“ sollte man weitgehend vermeiden – und zuverlässig behandeln. Das führte schon frühzeitig zur Nutzung vereinfachter Berechnungsmethoden (z. B. c/40-Nachweis) oder der rigorosen Nutzung konstruktiver Gegebenheiten, um „Stabilitätsprobleme“ zu vermeiden.

Mit der DIN 18800 (in der DDR etwas früher → TGL 13503) kamen umfangreiche Nachweiskonzepte für Stützen und Träger mit komplexen Beanspruchungssituationen auf den Markt. Ihre Vollendung erfahren diese empirisch-analytischen Nachweisformate insbesondere für Biegedrill-Knickprobleme (+Längskraft) in den aktuellen Normen DIN EN 1993-1-1. Diese Vorgehensweise schloss im ausgehenden 20. Jahrhundert sicher eine praktisch vorhandene Lücke in der Bemessungspraxis. Ob die Nutzer wirklich wussten und selbst heute noch wissen, was sie dabei tun, darf hinterfragt werden. Ausgehend von der aktuellen Situation werden Konzepte angeboten, die den Eurocode vereinfachen sollen [7]. Qualitativ neue und zukunftsfähige Ansätze unter Nutzung mittlerweile erprobter Mechanik-Konzepte sind dabei nicht wirklich zu erkennen. Warum ist es bei einem mechanisch schwierig abbildbaren Baustoffsystem wie Stahlbeton üblich, mit FE-Methoden praktisch umfangreich zu arbeiten, und der relativ realitätsnah modellierbare Baustahl wird hinter Formelungetümen versteckt? Der Meinung, dass ein Bauingenieur mit einfachen Methoden in der Lage sein sollte, das nachzuvollziehen, was er tut, ist zuzustimmen. Es dürfte aber eine völlige Verkennerung der Tatsachen sein, dass bei Anwendung aktueller Biege-Torsions-Formeln (der Normen) ein Anwender wirklich erfassen kann, was passiert.

Welche Hindernisse stehen dem Einsatz bzw. der Anwendung von problemspezifischen Finite-Elemente-Methoden zur Bearbeitung von Biege-Torsions-Problemen für gebräuchliche Konstruktionsformen des Stahlbaus im Wege?

## 3 Ausgangssituation

### 3.1 Stabilitätsprobleme

Unter dem Überbegriff Stabilitätsprobleme sind die Bezeichnungen Knicken, Knickversagen, Biegedrill-Knickpro-

blem o. Ä. über mehr als 100 Jahre im Gebrauch und scheinen aktueller denn je. Sie besitzen dabei eigentlich phänomenologischen Charakter und sind eher auf den Vorgang des Versagens bzw. des Versagensmodus ausgerichtet als den der Bemessung: „Unsere Sprache ist in der glücklichen Lage, zur Bezeichnung des Knickens ein besonderes Wort zu besitzen, das durch seine Verwandtschaft mit dem Worte „Knacken“ zugleich auch dem bei Knickversuchen gelegentlich vernehmbaren Geräusche Ausdruck verleiht, ...“ ([6], S. 5).

Die historische Begriffsprägung lässt sich auf das von Euler genutzte mathematische Modell für den Druckstab zurückführen. Die mathematisch-physikalische Betrachtung des Problems über die Lösung von Eigenwertproblemen, verbunden mit der Erfahrung der rasch anwachsenden Verformungen für bestimmte Konstruktionsformen und Lastniveaus, wird durch das Wort Stabilität – im Versagensfalle Instabilität – anschaulich ausgedrückt.

„Euler formulierte für die statische Stabilität: Die Stabilitätsgrenze ist erreicht, wenn neben der ursprünglichen Gleichgewichtslage mindestens eine infinitesimal benachbarte Gleichgewichtslage bei gleicher Belastung existiert. ...“ ([8], S. 19). Eine spätere Definition ist praktisch einprägsamer und anschaulicher: „Die Liapunov-Definition der kinetischen Stabilität ... nach Thompson und Hunt (1984): Wenn eine hinreichend kleine beliebige Störbewegung aus einer Gleichgewichtslage für alle Zeiten klein bleibt, gilt die Gleichgewichtslage als stabil.“ ([8], S. 18).

Im Laufe der letzten 200 Jahre wurden unterschiedlichste Betrachtungen angestellt und teilweise auch Formulierungen gewählt, die leicht missverstanden werden können: „Wird ein ideal gerader Stab mit doppelsymmetrischem Querschnitt durch eine Druckkraft  $N$  genau mittig belastet, so wird bei Erreichen einer Last  $N_{Ki}$  die Stabachse plötzlich in Richtung des geringsten Widerstands ausweichen.  $N_{Ki}$  ist die Eulersche Knicklast, ... Dieser nur theoretisch exakt denkbare Vorgang führt auf eine rechnerische Grenzlasterlast, die Knicklast. Der mathematisch-physikalische Vorgang wird Stabilitätsproblem (auch Verzweigungsproblem) genannt.“ ([9], S. 7).

Hier klingen mystische Töne an. Warum weicht ohne Ursache ein System plötzlich seitlich aus? Was ist an dieser Betrachtung idealer Systeme in der heutigen Zeit noch so interessant, dass sie immer wieder zitiert werden? Bis vor wenigen Jahrzehnten war man, ohne Computerhilfe, angewiesen auf analytisch-empirische Lösungen von Differenzialgleichungen bzw. Differenzialgleichungssystemen. Die klassische Stabilitätstheorie (lineare und homogene Dffgl.) liefert Eigenwerte ( $N_{ki}$  oder  $M_{y,ki}$ ), die unter Nutzung empirisch definierter Tragfähigkeitskurven (z. B. KSL: Knickspannungslinien) eine hoffentlich zuverlässige praktische Bemessung ermöglichen. Bis dahin war es allerdings ein mühsamer Weg, da sich Theorie und empirische Erkenntnisse oft nur schwer vereinbaren ließen [10].

Die moderne, zuverlässige Dimensionierung (praktische Bemessung) druckbeanspruchter schlanker Bauteile benötigt nicht wirklich Verzweigungs- und Durchschlagpunkte am Last-Verformungspfad eines Tragsystems [11]. Insbesondere im praktischen Stahlbau, wo man i. Allg. von kleinen Verformungsgrößen ausgeht (im deutschen Sprachraum: Theorie II. Ordnung), behandeln die Analysen zur Feststellung des Last-Verformungs-Verhaltens eigentlich

ein Spannungsproblem. Lediglich im Bereich der Grenztragfähigkeit könnte ein System (schlagartig?) in einen anderen Verformungszustand übergehen. In den Beanspruchungsstufen, die vor diesem Zustand liegen, kann von einem vorhersagbaren Verhalten des Systems ausgegangen werden. Natürlich existiert eine Gefahr, dass bei großen Schlankheiten und Lastniveaus, die nahe am Versagenszustand liegen, geringe Lasterhöhungen zu „praktisch rasch anwachsenden Verformungen“ führen könnten. Hier handelt es sich i. Allg. um qualitativ falsche Modelle (Bemessungen) für konstruktive Gegebenheiten, die auch bei Festigkeitsproblemen zum Versagen führen könnten.

Wird das Phänomen Störbewegung ersetzt durch die Wirkung einer Imperfektion, ist eine praktikable Vorgehensweise zur Analyse druckbeanspruchter Stabsysteme beschrieben. Dabei kann eine Imperfektion die unterschiedlichsten Wirkmechanismen bzw. Ursachen erfassen [12]. Geometrische oder physikalische, reale oder fiktive Abweichungen von einer idealen Systemkonfiguration lassen sich modellhaft abbilden. Ziel ist die Schaffung eines Systemzustandes, der zuverlässige Aussagen zum Verformungsverhalten und damit zur Gleichgewichtslage erlaubt. Die Frage der Exaktheit einer solchen Vorgehensweise ist später sicher noch zu diskutieren.

Alle praktischen geometrisch nichtlinearen Analysen beinhalten letztendlich die Beschreibungen eines Last-Verformungs-Verhaltens im Bereich deutlich unterhalb der Traglast. Damit ist es zweifelsohne gerechtfertigt, von einer Biege-(torsions-)verformung zu sprechen und dies nicht zu verkomplizieren [11]. Das praktische Problem für die zuverlässige Bemessung druck- und biegendruckbeanspruchter Bauteile liegt im Wesentlichen darin, zutreffende Last-Verformungspfade unter Berücksichtigung definierter Sicherheitsniveaus zu finden. Besitzt ein Stabsystem Einwirkungen, die originär die Verformungsgrößen  $v(y)$ ,  $w(z)$  und  $\varphi_x(x)$  erzeugen, sind, von wenigen speziellen Fällen abgesehen, die zu untersuchenden Verformungszustände gegeben. Handelt es sich um ideale Systeme mit zentrischen Einwirkungen, wie  $N_x$  oder  $V_z$  in den Querschnittshauptachsen, müssen prinzipiell räumliche Verformungspfade initiiert werden. Die Diskussion, inwieweit Imperfektionsfigur und Verformungsfigur zusammenfallen müssen, ist i. Allg. akademisch. Dies lässt sich am Zweifeldträger mit konstanter Streckenlast – nur da ist es interessant – und Druckkraft zeigen. Die Abbildung praktisch immer vorhandener und damit eigentlich im Analysemodell auch unbedingt darzustellender Systemimperfektionen schafft die Voraussetzung für das Erreichen von Last-Verformungspfaden in der geometrisch nichtlinearen Analyse. Das „plötzliche Ausweichen“ des idealen Systems hat seine Mystik verloren!

## 4 Aktuelle Normen

### 4.1 Knicklänge

Mit der Entwicklung der Bauteilformen ergeben sich Schwierigkeiten bei der Anwendung einfacher, historisch gewachsener Nachweise. Insbesondere bei gevouteten Querschnitten oder solchen mit unterschiedlichen Ausführungen der Gurte (Dicke, Breite usw.), Querschnittsprüngen o. Ä. ist es nicht mehr möglich, einen Stab generell zu bemessen. Es ist eigentlich die Stelle im Element (Stab oder Träger) und im Querschnitt zu bestimmen, die für

eine betrachtete Einwirkungskombination die maximale Beanspruchung oder Verformung aufweist. Dies ist unter Verwendung globaler Abminderungsfaktoren, wie  $\omega$ -,  $\kappa$ - oder  $\chi$ -Werten, kaum möglich. In Verbindung mit der Diskussion wissenschaftlich begründeter Imperfektionsformen und -amplituden wurden dazu unterschiedlich komplexe Vorgehensweisen entwickelt. Definiert werden u. a. Werte  $\alpha_{ult}$  und  $\alpha_{kritisch}$ , wie z. B. für den einfachen Fall eines Stabes mit Längskraft eine „lokale Schlankheit“:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}} \rightarrow \bar{\lambda}(x_d) = \sqrt{\frac{N_{Rk}(x_d)}{\alpha_{crit} \cdot N_{Ed}(x_d)}}$$

mit

$\alpha_{crit}$  kleinstmöglicher Vergrößerungsfaktor der Druckkraft  $N_{Ed}$ , um ideales Knickversagen  $N_{cr}$  zu erreichen ( $\rightarrow$  was ist „ideales Knickversagen“?)

$\alpha_{ult,k}$  kleinstmöglicher Vergrößerungsfaktor der Druckkraft  $N_{Ed}$ , um den charakteristischen Wert der Beanspruchbarkeit  $N_{Rk}$  zu erreichen, ohne dass das Ausweichen aus der Ebene berücksichtigt wird

Die übrigen Bezeichnungen entsprechen den Definitionen im EC 3.

Ein einfaches Beispiel zeigt, wie verwirrend die Verwendung solcher Definitionen sein kann. Betrachtet werden zwei Stützen (Bild 1), die sich darin unterscheiden, dass in einem Fall der Querschnitt konstant ( $A_{co}$ ) ist (Bild 1a) und im anderen die Enden konisch auslaufen (Bild 1b), mit  $A_{min,ko} = 0,5 \cdot A_{co}$ . Die ermittelten kritischen Längskräfte (Lösung des Eigenwertproblems mittels FE-Beam-Elementen) ergeben sich zu:

$$N_{ki,co} = 2772 \text{ kN bei } N_{Rk} = A_{co} \cdot f_y = 3815 \text{ kN}$$

$$N_{ki,ko} = 2713 \text{ kN bei } N_{Rk} = A_{ko} \cdot f_y = 2213 \text{ kN}$$

Es war zu erwarten, dass die „weichere“ konische Stütze eine geringere kritische Beanspruchbarkeit zeigt. Der Un-

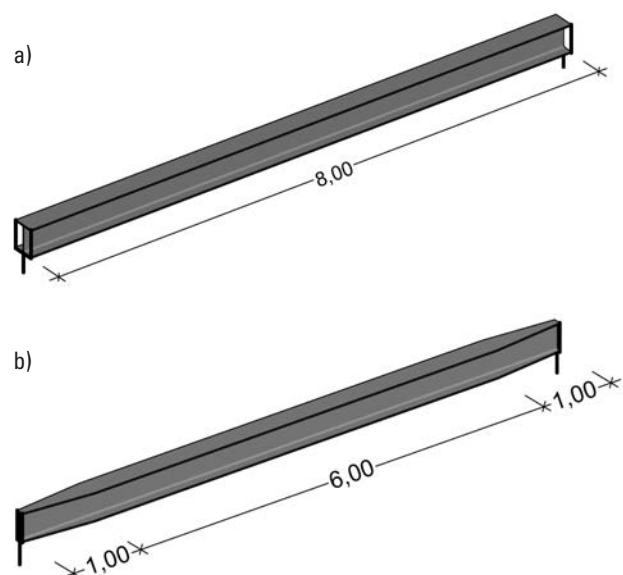


Bild 1. Stützen mit unterschiedlichen Stabenden – Eulerfall II; HEA 400,  $f_y = 23,5 \text{ kN/cm}^2$ ,  $N_d = 1700 \text{ kN}$   
Fig. 1. Columns with different beam ends – Euler case II, HEA 400,  $f_y = 23,5 \text{ kN/cm}^2$ ,  $N_d = 1700 \text{ kN}$

terschied ist nicht sehr groß, da die Enden der Stütze nicht wesentlich zur Verformungsenergie beitragen. Bei unbedarfter Nutzung der angepassten Schlankheitsformel kommt man zu folgendem Schluss:

$$\bar{\lambda}_{\text{const}} = \sqrt{\frac{3815}{2772}} = 1,17$$

$$\bar{\lambda}_{\text{konisch}} = \sqrt{\frac{2213}{2713}} = 0,90$$

Die konische Stütze könnte eine geringere Schlankheit aufweisen! Zur Klarheit der Aussagen einer Norm trägt dies nicht bei. Die  $\chi$ - oder  $\kappa$ -Werte wurden historisch für bestimmte Bauteile als Systemgrößen statistisch mühsam abgeleitet [10]. Sie werden so in ihrem Verständnis umgedeutet. Zieht man in Betracht, dass diese Bemessungsmethodik von Hand kaum durchführbar ist, stellt sich die Frage, warum nicht gleich eine mechanisch klar darstellbare **geometrisch nichtlineare Systemanalyse** vorgeschlagen wird. Die Schnittgrößen für jeden Querschnitt des Systems können mit genügender Genauigkeit dargestellt werden.

## 4.2 Imperfektionen

Die einzige „Schwierigkeit“, zeitgemäße Analysemethoden einzusetzen, besteht in der Definition von **Imperfektionsform und -amplitude**, die dem Zuverlässigkeitsanspruch der aktuellen Normen gerecht werden. Hier lassen sich prinzipiell zwei Problemfälle unterscheiden:

- Einfache Konstruktionsformen, die direkt mit den vorhandenen Bemessungsmethoden auf der Basis von  $\kappa$ - oder  $\chi$ -Werten vergleichbar sind.
- Komplizierte Konstruktionsformen und/oder jegliche Form komplexer Beanspruchung mit räumlichen Verformungen, Torsion u. Ä. führen zu Last-Verformungs-Pfaden, die mit den historisch gewachsenen einfachen Vorstellungen i. Allg. nicht zusammenpassen. Damit ist auch ein Vergleich mit bzw. eine Kalibrierung an vorhandenen Versuchswerten deutlich erschwert.

Allgemein durchgesetzt in der Praxis hat sich die Benutzung von Imperfektionen in der Form geometrischer Veränderungen der Ausgangssysteme. Die Nutzung von Einwirkungen als Initiator zusätzlicher Verformungen stellt für manche praktische Aufgabenstellung eine Vereinfachung dar.

Diese **geometrischen Imperfektionen haben i. W. zwei Funktionen** zu erfüllen:

- Initiierung von Anfangsverformungen in idealen Systemen, um überhaupt eine geometrisch nichtlineare Analyse starten zu können
- Einführung eines zusätzlichen Beanspruchungszustandes, der einen Zuwachs in den Beanspruchungen der Systeme gewährleistet

Aus rein mechanischer Sicht spielen die Größe und die exakte Form einer Imperfektionsfigur keine Rolle. Es genügt, wenn eine kleine (!) geometrische Komponente vorhanden ist, die einen möglichen Last-Verformungs-Pfad in der gewünschten Richtung initiiert. In der zweiten Funktion tragen die Imperfektionen den Charakter von Sicherheitsfaktoren und konkurrieren eigentlich mit den  $\gamma$ -Werten. In der

aktuellen Diskussion spielt die Sicherheitskomponente eine überbewertete Rolle.

Eine Kalibrierung der Imperfektionsgrößen kann eigentlich nur an den historisch erprobten, einfachen Knick- oder Kippspannungskurven (Europäische KSL) erfolgen. Der Einsatz moderner stochastischer Modelle soll hier nicht diskutiert werden [2]. Die notwendige Validierung ist im statistisch notwendigen Umfang kaum möglich, da an ausgeführten Bauwerken eine große Zahl von Experimenten auf einem hohen Beanspruchungsniveau nötig wäre. Die letzte Generation der DIN-Normen gab zur Festlegung von Imperfektionen im Wesentlichen folgende Definitionen:

- „... sind so anzusetzen, dass sie sich der zum niedrigsten Knickwert gehörenden Verformungsfigur möglichst gut anpassen.“ [DIN 18800, T2, (202)]
- die Amplitude ist nur von Abständen zwischen Stützstellen und der Art der Querschnittsform abhängig
- für Biegetorsionsanalysen kann mit  $v = 0,5 v_0$  gearbeitet werden.

Die Verformungsempfindlichkeit (Schlankheit) der Systeme spielte bei der Festlegung der Amplituden der Imperfektionen keine Rolle. Die Normvorgaben lassen eine einfache technische Umsetzung zu, wenn es sich um überschaubare Stabsysteme handelt. Die dazu gegebene Begründung [12] ist anschaulich und in ihrer Nutzung ausgesprochen effektiv. Inwieweit dies unökonomisch bzw. auf der anderen Seite gefährlich ist, lässt sich aus den vorhandenen praktischen Erfahrungen der letzten 20 Jahre kaum nachweisen. Eine Diskussion zur Größe der anzusetzenden Imperfektionen bedarf einer Betrachtung der Aussagekraft der aktuellen europäischen KSL und der daraus abgeleiteten Sicherheitsniveaus. Es scheint wenig zielführend, die Definition von Imperfektionen zu verkomplizieren, wenn ihre tatsächliche Unsicherheit nicht zuverlässig verifiziert und validiert werden kann [13].

An der unterschiedlichen Modellierung einfachster Systeme, unter Berücksichtigung von geometrisch, teilweise auch physikalisch nichtlinearen Effekten, lässt sich zeigen, dass dies zu deutlich unterschiedlichen Ergebnissen führen kann [14]. Betrachtet man dazu aktuelle „Normendiskussionen oder -entwicklungen“ (z. B. [15]), stellt sich häufig die Frage der Relevanz bzw. der Zielrichtung von Normungsarbeit.

## 4.3 Teilsicherheitsbeiwerte

Ausgehend von den Erkenntnissen und Vorschlägen von *L. v. Tettmeier* haben sich die europäischen KSL über mehr als 100 Jahre entwickelt und bei Nutzung einfacher Bemessungsmethoden praktisch bewährt [10]. Beeindruckend ist die Fülle der dazu vorliegenden Daten und die Beschreibungen der zugrunde liegenden Versuche. Alle grafischen Darstellungen der Datensammlungen, siehe z. B. [13], [15], zeigen weit streuende Punktwolken. Natürlich lassen sich diese Datenmengen mit Hilfe statistischer Methoden bei Nutzung weit entwickelter Verteilungsfunktionen analysieren. Es bleibt das Problem – und nicht nur hier –, dass für die Beschreibung der Randbereiche solcher Verteilungen, das sind die eigentlich maßgebenden Bereiche, kaum genügend Daten vorliegen. Darüber hinaus stel-



len sich bei der Betrachtung der Versuchsergebnisse u. a. folgende Fragen:

- Welchen Einfluss hat der Versuchsaufbau?  
In [16] wird z. B. gezeigt, dass schon geringste Verschiebungen von Einspann- bzw. Lagerungspunkten deutliche Veränderungen in den kritischen Lasten hervorrufen.
- Wie wird die kritische Last definiert und mit welchen Messmethoden wurden diese Zustände ermittelt?  
Ist es einfach der Lastabfall im Beanspruchungsdiagramm oder wurde dort aufwendig gemessen, um z. B. Materialplastizierungen zu erfassen?
- Für die Statistik wäre es z. B. interessant zu wissen, ob Träger gleicher Chargen verwendet wurden, usw.

Insgesamt ergibt sich eine beträchtliche Anzahl von Parametern, die die Ergebnisse beeinflussen werden. Damit sind kleine Sicherheitsbeiwerte als  $\gamma_M < 1,2$  kaum sachlich begründbar [13]. Die Nachrechnung eines in ([13], Bild 4.2) dargestellten  $\chi$ -Wertes (Bild 2) ergab, dass etwa ab 100 Messwerten, deutlich erst ab 500 Messwerten (Bild 3), von einem genügend hohen Vertrauensniveau gesprochen werden könnte. Die aktuell resultierenden Unterschiede im Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  in Abhängigkeit der verwendeten Verteilung sind beträchtlich (Tabelle 1). Dies wird auch kaum wesentlich gemildert, wenn durch die Gesamtkurve als Verbindung unterschiedlicher Versuchsdaten eine Glättung angenommen werden kann. Auch synthetische Datengruppen sind nur bedingt hilfreich, da auf die statistischen Grundwerte der Versuche zurückgegriffen werden muss und zufällige Modelleigenschaften kaum synthetisierbar sind.

Prinzipiell beinhaltet der  $\gamma_M$ -Wert neben den Materialparametern auch die Modellqualität (s. DIN EN 1990, 8.3). Wie sollen die Materialstreuungen plus Versuchsstreuungen und dazu die Modellunsicherheiten in Werten um  $\Delta\gamma_M = 0,2$  ausgedrückt werden? Der  $\gamma_M$ -Wert ist eine prinzipiell einleuchtende Erfindung, verdeckt aber ein wenig, dass durch den Wert  $\gamma_F = 1,5$ , der eine mehr als 100-jährige Erfahrung vorweist, die Gesamtaussage verschwimmt. Wenn über Zuverlässigkeitsprobleme diskutiert wird, muss die Qualität der Ausgangsparameter Beachtung finden. Die prinzipielle Qualität der Tragwerksmodelle ist außerordentlich wichtig und kann zu einer völligen Veränderung der Betrachtungsebene führen [14].

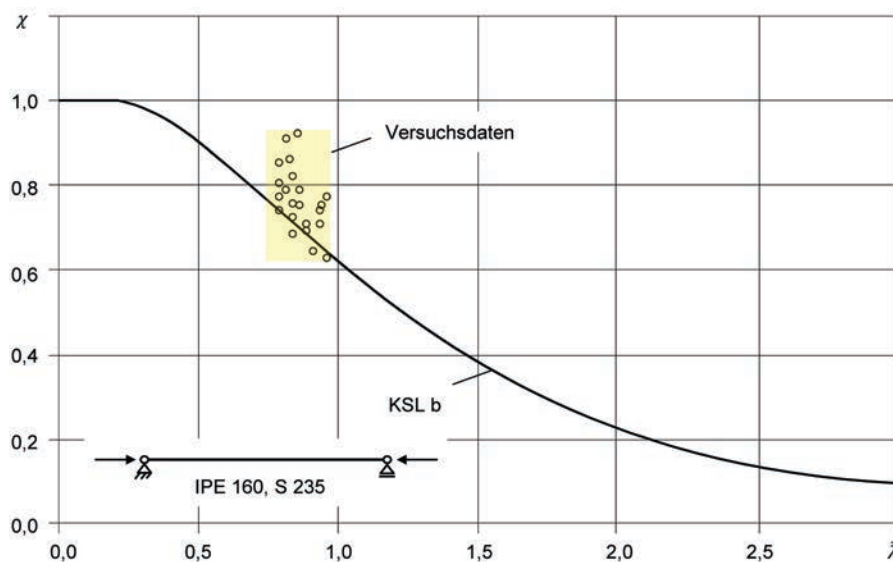


Bild 2. Versuchsergebnisse und Knickspannungskurve – KSL b – Knicken um die schwache Achse (nach [13])  
Fig. 2. Experimental results and buckling curve – KSL b – buckling about the weak axis (according to [13])

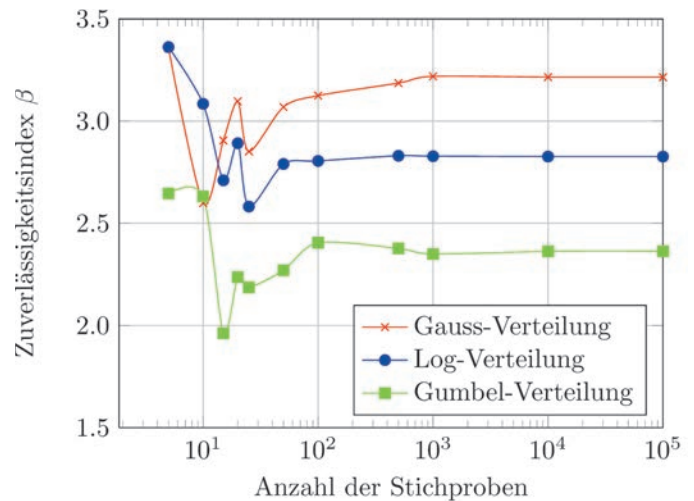


Bild 3. Notwendige Anzahl von Proben für einen Zuverlässigkeitsindex mit einer hohen Konfidenz  
Fig. 3. Required number of samples for a reliability factor with a high confidence

Tabelle 1. Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  in Abhängigkeit der gewählten Verteilungsfunktion für die Datenmenge nach Bild 3  
Table 1. Reliability index  $\beta$  depending on the selected distribution function for data sets according to Fig. 3

Verteilungsfunktion	Versagensindex $F_{98}^{-1}$	Zuverlässigkeitsindex $\beta$
Gauss	0,9080	<b>3,2139</b>
Log	0,9214	<b>2,8362</b>
Gumbel	0,9507	<b>2,3636</b>
Entropie	0,9200	<b>2,4044</b>

Eine einfache probabilistische Untersuchung für einen mittig beanspruchten Druckstab mit vier Schlankheiten verdeutlicht den Einfluss von Imperfektionen auf das Sicherheitsniveau. Dabei wurde wie folgt vorgegangen:

- Ermittlung von max.  $N_d$  (Grenzbeanspruchbarkeit) nach DIN EN 1993-1 mittels  $\chi$ -Werten
- $N_k = N_d/1,4 \rightarrow \gamma_F = 1,40$  – ein großer Anteil veränderlicher Lasten



- Der Mittelwert  $m(N)$  basiert auf der Vorgabe der DIN EN 1990:  $\alpha_E = -0,7$  und  $\beta = 3,8$ .
- Die Standardabweichung  $cv(N)$  entspricht einer deutlich streuenden Last.
- Imperfektionswerte  $w_0$  in den Grenzen der DIN 18800 und DIN EN 1993 wurden ungünstig als Mittelwerte ( $m$ ) mit einer mittleren Streuung angenommen.
- Die Werte für  $f_y$  entsprechen den allgemein üblichen Annahmen.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt. Die Verhältnisse der Auslastung für die Einwirkung  $N$  und die Imperfektion  $w_0$  mit den 98%-Quantilwerten zum Wert für  $N(\sigma = 24 \text{ kN/cm}^2)$  (Zeile 11) spiegeln auf den ersten Blick die bekannte Erfahrung wider. Die Auswertung der Grenzzustandsfunktion (Zeile 12 bis 16) zeigt darüber hinaus:

- $P(R - E) = 10^{-6} \rightarrow$  die kleinste auftretende Differenz ist nicht kleiner als der Wert für die definierte Versagenswahrscheinlichkeit in den Normen.
- $m - 0,8 \cdot 3,8 \cdot \sigma_R \rightarrow$  der Grenzwert in Anlehnung an DIN EN 1990 ist ebenfalls größer als die kleinste Differenz.

Berücksichtigt man, dass die Betrachtungen mit elastischen Querschnittstragfähigkeiten und  $w_0$  als Mittelwert ermittelt wurden, wird deutlich, dass mit den angesetzten Imperfektionen prinzipiell keine unsichere Bemessung erfolgen sollte. Darüber hinaus kann formuliert werden:

- Stäbe mit geringer Schlankheit, d. h. einer hohen Grundbeanspruchung aus  $\sigma = N/A$ , reagieren natürlich empfindlich, aber im Wesentlichen linear auf zusätzliche Beanspruchungen.

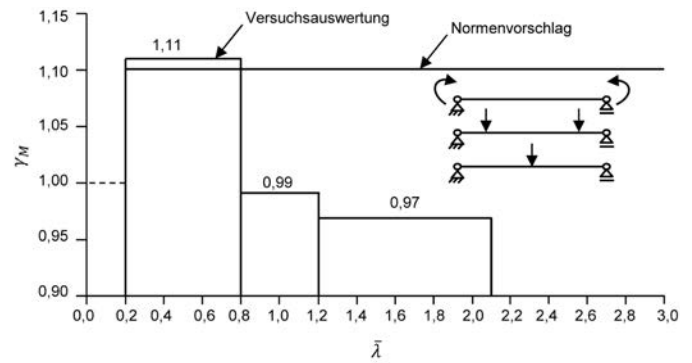


Bild 4. Teilsicherheitsbeiwerte in Abhängigkeit vom  $\bar{\lambda}$ -Bereich bei Verwendung der Knickspannungslinien – Biegedrillknicken (nach [13])

Fig. 4. Partial safety factor according to  $\bar{\lambda}$  by using buckling curves – lateral torsional buckling (according to [13])

- Eine zusätzliche Imperfektion führt bis  $\bar{\lambda} \approx 0,9$  zu einer etwa linearen Zunahme des Momentes, d. h. es sind eigentlich kaum geometrisch nichtlineare Effekte vorhanden.
- Für größere Schlankheiten korrigieren kleine Verringerungen der Längskraft den Beanspruchungszustand deutlich nach unten.
- Da im Schlankheitsbereich  $\bar{\lambda} > 0,65$  auch die Ermittlung der  $\chi$ -Werte unter Berücksichtigung großer Streuungen erfolgt sein dürfte, sollten die Imperfektionen prinzipiell nicht überbewertet werden.

Ein Nachdenken über kleine  $\gamma_M$ -Werte (s. Bild 2, [13]) auf wissenschaftlichem Niveau ist wenig zielführend. Die Qua-

Tabelle 2. Abschätzung der Versagenswahrscheinlichkeit eines Druckstabes in Abhängigkeit der Schlankheit  $\lambda$  als Spannungsproblem (elastisch)

Table 2. Estimation of the probability of failure for compression members depending on the slenderness  $\lambda$  as stress failure (elastic)

	$\bar{\lambda} \rightarrow \chi$	0,51 → 0,92		0,73 → 0,77	1,10 → 0,53		1,55 → 0,32
1	$w_{0-m}$	L/550	L/300	L/300	L/550	L/300	L/300
2	$w_{0-m}$ [cm]	1,09	2,00	2,83	2,18	4,00	6,00
3	$w_{0-98\%}$ [cm]	1,31	2,41	3,37	2,63	4,82	7,22
4	$N_{ki}$ [kN]	4813		2398	1058		534
5	$N_k = N_d / 1,4$ [kN]	848		710	488		295
6	$N_m$ [kN]	550		450	320		193
7	$N_{98\%}$ [kN]	772		674	482		285
8	$w_{98\%}$ [cm] (Normalverteilung)	0,22	0,40	1,14	1,81	3,32	7,08
9	$w(N_{98\%}; w_{0-98\%})$ [cm]	0,25	0,46	1,32	2,20	4,04	8,28
10	$\sigma(N_{98\%}; w_{0-98\%})$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	16,52	18,32	18,21	13,16	16,65	13,24
11	$N(24) / N(\sigma(N_{98\%}; w_{0-98\%}))$	1,44	1,29	1,27	1,49	1,27	1,33
12	min: $(f_y - N/A + N(w_0 + w)/W_y)$	0,252	0,190	0,267	0,430	0,303	0,493
13	mittel: $(f_y - N/A + N(w_0 + w)/W_y)$	0,677	0,634	0,655	0,803	0,732	0,844
14	Standardabweichung $\sigma_R$	0,144	0,151	0,152	0,128	0,142	0,136
15	$10^{-6}$ – Quantil	0,252	0,190	0,267	0,430	0,304	0,493
16	$m - 0,8 \cdot 3,8 \cdot \sigma_R$	0,239	0,175	0,194	0,412	0,304	0,429

mit:  $N_d = 24 \cdot A \cdot \chi$   
 $N_k \approx N_m + 0,7 \cdot 3,8 \cdot 0,2 \cdot N_m$   
 $f_{y,k} = 240 \text{ N/mm}^2$   $f_{y-m} = 277 \text{ N/mm}^2$   
 $w_{0-m}$  L/550 und L/300

$cv = 0,2$  Verteilung: normal  
 $cv = 0,09$  Verteilung: lognormal  
 $cv = 0,1$  Verteilung: normal-gestutzt

lität der Analysemodelle und die Unsicherheiten der Eingangsparameter lassen eine praktikable Darstellung kleiner Teilsicherheitswerte kaum zu (Bild 4). Aufwendige Analysen von gemessenen Last-Verformungspfaden ließen begrenzte Rückschlüsse auf System- und Parametereinflüsse zu. Der Nutzen für praktische Probleme mit einer unendlichen Anzahl individueller konstruktiver Ausprägungen scheint gering.

## 5 Zusammenfassung

Betrachtungen zum Einfluss von Imperfektionen erfolgen in der Regel an einfachen Systemen, da für komplexe Systeme nicht genügend Daten für eine Validierung vorliegen. Belastbare Aussagen zur praktischen Relevanz von Imperfektionen an komplexen Systemen bezüglich konstruktiver Gestaltung und räumlicher Einwirkungen sind nicht vorhanden. Eine wissenschaftlich fundierte Diskussion über Imperfektionen ist für komplexe Systeme praktisch nicht zielführend bzw. bedarf grundsätzlich neuer Forschungsansätze.

Als Basis für eine Diskussion können für Biegeprobleme folgende Thesen formuliert werden:

- Schlankheiten  $\bar{\lambda} < 0,7$  sind prinzipiell unkritisch.
- Für Schlankheiten bis  $\bar{\lambda} \approx 0,9$  spielt die geometrische Nichtlinearität keine Rolle.
- Für  $\bar{\lambda} > 0,9$  führt eine Reduzierung der Last überproportional zu geringeren Auslastungen.
- Imperfektionen sind eigentlich nur für ideale Systeme interessant.
- Mit  $w_0 = L/1000$  und  $y_M = 1,2$  lassen sich alle Anforderungen in einfacher Weise erfüllen.
- Spezialfälle wie Zimmermann-Stab und Zweifeldträger mit Längskraft und konstanter Streckenlast spielen praktisch kaum eine Rolle.

Die aktuelle Situation auf dem Gebiet von Analysemethoden unter Nutzung finiter Balkenelemente, weniger Schalen- oder Volumenelemente, ermöglicht einen zeitgemäßen Zugang zur Beschreibung geometrisch und physikalisch nichtlinearen Systemverhaltens. Es existieren einfach zu handhabende Balkenelemente, die über einen 7. Freiheitsgrad höherwertige Ansätze für die Torsion mit Wölbeffekten zulassen. Es gelingt damit, insbesondere für beliebige offene Querschnitte, realitätsnahe Aussagen zum Last-Verformungs-Verhalten unter komplizierten Belastungs-, Lagerungs- und Systembedingungen zu erhalten. Die Verfügbarkeit und die Zuverlässigkeit dieser Methoden ermöglichen eine breite, normativ absicherbare Nutzung.

## Literatur

- [1] Werner, F.: Realität – Modell – Norm. Stahlbau 79 (2010), H. 10, S. 711–719.
- [2] Werner, F., Könke, C., Schanz, T., Bucher, C.: Realität – Modell – Bauwerk. Bautechnik Sonderdruck 88 (2011), H. 6, S. 4–7.
- [3] Kurrer, K.-E.: 100 Jahre Normen im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau 98 (2003), H. 12, S. 794–808.
- [4] Werner, F.: Erfolg oder Debakel? Eurocodes: Gibt es Wege zu überschaubaren und Sinnvollen normen? Deutsches IngenieurBlatt, November 2004, S. 24–29.
- [5] Scheer, J.: Wider die Normenflut. Deutsches IngenieurBlatt, Juli/August 2003, S. 26–27.
- [6] Mayer, R.: Die Knickfestigkeit. Berlin: J. Springer 1921.
- [7] Naumes, J., Strohmman, I., Ungermann, D., Sedlacek, G.: Die neuen Stabilitätsnachweise im Stahlbau nach Eurocode 3. Stahlbau 77 (2008), H. 10, S. 748–761.
- [8] Reitlinger, R.: Stabilität und Optimierung imperfektionsempfindlicher Tragwerke. Dissertation. Stuttgart 1994.
- [9] Krüger, U.: Stahlbau – Teil 2 Stabilitätslehre. Berlin: Ernst & Sohn 1998.
- [10] Nowak, B.: Die historische Entwicklung des Knickstabproblems und dessen Behandlung in den Stahlbaunormen. Dissertation. Darmstadt 1981.
- [11] Spangenberg, H.: Zum Bauteilnachweis offener, stabilitätsgefährdeter Stahlbauprofile unter Einbeziehung seitlicher Beanspruchungen und Torsion. Dissertation. Aachen: Shaker Verlag 2007.
- [12] Lindner, J., Scheer, J., Schmidt, H.: Stahlbauten – Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4. Berlin: Beuth, Ernst & Sohn 1993.
- [13] Müller, C.: Zum Nachweis ebener Tragwerke aus Stahl gegen seitliches Ausweichen. Dissertation. Aachen: Shaker Verlag 2003.
- [14] Keitel, H., Werner, F.: Zur Bedeutung der Modellbildung für die Ingenieurpraxis. Bautechnik – Sonderdruck „Modellqualitäten“ 90 (2013). S. 6–11.
- [15] Feldmann, M., Naumes, J., Sedlacek, G.: Biegeknicken und Biegedrillknicken aus der Haupttragebene. Stahlbau 78 (2009), H.10, S. 764–776.
- [16] Bauer, M., Reuter, M.: Realität – Experiment – Simulation Untersuchungen am Beispiel eines Biegeträgers. 17. DAST-Kolloquium, Weimar, 2010, S. 31–35.

## Autoren dieses Beitrages:

Frank Scheiber, M.Sc.  
Bauhaus-Universität Weimar, Graduiertenkolleg 1462  
Berkaer Straße 9, 99423 Weimar  
frank.scheiber@uni-weimar.de

Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Werner  
Bauhaus-Universität Weimar, Professur Stahlbau  
Marienstraße 13, 99423 Weimar  
frank.werner@uni-weimar.de

# Prognosequalität eines Gesamtmodells

## Einfluss verschiedener Kopplungsszenarien auf die Interaktion Struktur – Boden

Die Konstruktion von Brücken in integraler Bauweise findet in letzter Zeit wachsendes Interesse, da diese mit wesentlichen Kostenersparnissen bei der Bauwerkserhaltung verbunden sind. Jedoch stellen diese Brückenkonstruktionen sehr hohe Anforderungen an die Planer, die viele komplexe, teils schwer erfassbare Phänomene eines solchen Tragwerks entsprechend in der Berechnung und Bemessung berücksichtigen müssen. Um die Zuverlässigkeit der Modellprognose einschätzen und die Komplexität eines Berechnungsmodells sinnvoll reduzieren zu können, wird in diesem Artikel eine Bewertungsmethode für die Prognosequalität gekoppelter Partialmodelle vorgestellt und anschließend angewandt. Damit wird es ermöglicht, die Qualität der Modellprognose zu quantifizieren und folglich optimale wie auch effiziente Modellkombinationen für eine zuverlässige Prognose zu detektieren.

**Keywords:** Prognosequalität; Kopplungsqualität; Bewertungsmethode; Brücke, integrale; Boden-Bauwerks-Interaktion

**Prediction quality of coupled partial models – Influence of different coupling scenarios on the soil-structure interaction.** Integral bridges are gaining more and more interest lately because they are associated with significant cost savings in building maintenance. However, the design of these bridges makes very high demands on the planners, which have to take into account many complex phenomena of such a bridge structure for its calculation and design. In order to assess the reliability of the model prediction and to reduce the complexity of a calculation model in a reasonable manner, this article presents an evaluation method for the prediction quality of coupled partial models. Finally, this algorithm is applied to an example of a bridge structure. The evaluation method allows for the quantification of the prediction quality and, thus, to detect optimal as well as efficient model combinations for a reliable prediction.

**Keywords:** prediction quality, coupling quality, evaluation methods, integral bridges, soil-structure-interaction

### 1 Motivation

Die Konstruktion von Brücken in integraler Bauweise findet in letzter Zeit wachsendes Interesse seitens der Bauherren, da durch die lager- und fugenlose Konstruktion eine hohe Kostenersparnis in der Bauwerkserhaltung erzielt werden kann. Die Anforderungen an die Planer solcher Brückentragwerke sind jedoch sehr hoch, denn zahlreiche komplexe, teils schwer erfassbare und diffizil modellierbare Phänomene müssen in der Analyse und Auslegung berücksichtigt werden.

So erfordert die Berechnung des Tragverhaltens integraler Brücken die Berücksichtigung zahlreicher Partial-

modelle (PM) – wie beispielsweise das Kriechen des Betons – und deren Kopplung. Im Speziellen die Erfassung der Zwängungen infolge Kriechen, Schwinden und Relaxation sowie deren Abbau durch die Rissbildung des Betons und die Nachgiebigkeit der Gründung stellen hohe Anforderungen an die Modellbildung und den planenden Ingenieur. Für jedes dieser Partialmodelle liegen in der Literatur verschieden komplexe Modellierungsvarianten vor und der Planer wird mit der Frage konfrontiert, welche Komplexität bzw. Qualität der einzelnen Modelle für seine Planungsaufgabe ausreichend ist und wie diese zu kombinieren sind.

Im vorliegenden Beitrag wird diesbezüglich ein Algorithmus vorgestellt und exemplarisch angewandt, mit dem die Bedeutung der einzelnen PM und deren Kopplung für die Prognose des Tragverhaltens quantifiziert wird. Darauf aufbauend kann eine Prognosequalität der gekoppelten Partialmodelle ermittelt werden.

### 2 Methode der Qualitätsbewertung

Die Methode zur Qualitätsbewertung wurde in [1] ausführlich beschrieben und wird im Folgenden kurz erläutert. Die resultierende Gesamtqualität der Prognose setzt sich im Wesentlichen aus der individuellen Qualität der PM, dem Einfluss der PM auf die globale Modellprognose und der Kopplungsqualität der PM zusammen.

#### 2.1 Einfluss der Partialmodelle auf die globale Modellantwort

Der Einfluss eines PM auf bzw. die Bedeutung eines PM für das globale Tragverhalten kann über Sensitivitätsanalysen quantifiziert werden. Dabei ist es von entscheidender Bedeutung, dass die angewandten Sensitivitätsmaße nicht nur den alleinigen Einfluss des PM sondern auch dessen Interaktionen mit weiteren PM berücksichtigen. Diese Voraussetzungen sind bei Applikation globaler, varianzbasierter Sensitivitätsanalysen erfüllt. Um diese anzuwenden, wird in Anlehnung an [2] jedes PM  $i$  in Form eines diskreten, stochastischen Parameters

$$X_i \in \{0,1\}, \quad (1)$$

mit  $i = 1, \dots, M$

repräsentiert mit  $M$  als Anzahl aller Partialmodelle der Struktur. Der Parameter folgt einer Gleichverteilung und

kann die Werte 0 und 1 annehmen, wobei 0 einem deaktivierten PM (kein Kriechen) und 1 einem aktivierten PM (Kriechen wird berücksichtigt) entsprechen. Für die verschiedenen möglichen Kombinationen deaktivierter und aktivierter PM wird die Gesamtstruktur berechnet.

Im Anschluss daran können die Gesamtvarianz der Modellantwort  $Y$ , der Erwartungswert von  $Y$ ,  $E(Y)$  sowie die bedingten Varianzen von  $Y$ ,  $V[E(Y|X_i)]$ , ausgewertet werden. Unter Anwendung dieser stochastischen Maße lässt sich der alleinige Einfluss eines PM über den *first-order-Sensitivitätsindex* [3]

$$S_i = \frac{V[E(Y|X_i)]}{V(Y)} = \frac{V_i}{V(Y)} \quad (2)$$

und der Gesamteinfluss eines PM – inklusive aller Interaktionen mit weiteren Modellen – über den *total-effects-Sensitivitätsindex* [4]

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V[E(Y|X_{\sim i})]}{V(Y)}, \quad (3)$$

quantifizieren. Hierbei bezeichnet  $X_{\sim i}$ , dass alle Parameter außer  $X_i$  streuende Größen sind. Weiterhin ist es unter Verwendung von *second-order*-bzw. *higher-order*-Sensitivitätsindizes [5] möglich, lediglich die Auswirkung der Interaktion zweier Partialmodelle  $i$  und  $j$  auf das globale Systemverhalten zu bestimmen. Diese sind wie folgt definiert:

$$S_{ij} = \frac{V[E(Y|X_i, X_j)] - V_i - V_j}{V(Y)} = \frac{V[E(Y|X_i, X_j)]}{V(Y)} - S_i - S_j. \quad (4)$$

## 2.2 Kopplungs- und Partialmodellqualität

Die gebräuchlichsten Kopplungsarten im Ingenieurwesen sind die uni- und bidirektionale Kopplung. Die erste bezeichnet den einseitigen Datentransfer vom PM  $k$  nach  $l$ , jedoch keinen rückwärts gerichteten Datenaustausch. Dagegen inkludiert die bidirektionale Kopplung zusätzlich den Datenaustausch von Modell  $l$  nach  $k$ . Die bidirektionale Kopplung erlangt vor allem bei starken Interaktionen von PM an Bedeutung.

Die Kopplungsqualität des Datenaustauschs ist in diesem Artikel stets auf die Konsistenz der Daten zwischen zwei Partialmodellen bezogen. Dies bedeutet, dass der Verlust an Qualität des Datentransfers einer Übergangsgröße  $\alpha$ , z. B. einer Auflagerkraft einer Stütze oder eine Setzung eines Fundaments, in Abhängigkeit der relativen Differenz dieser Größe in den zwei gekoppelten Partialmodellen  $k$  und  $l$  definiert werden kann

$$cq_{\alpha, k-l} = 1 - \frac{|\alpha^k - \alpha^l|}{\max\{|\alpha^k|, |\alpha^l|\}}. \quad (5)$$

Eine ideale Kopplung resultiert in  $cq = 1$ , eine Entkopplung zweier Partialmodelle ergibt  $cq = 0$ . Für die Beurteilung der Prognosequalität gekoppelter PM wird neben der reinen Qualität des Datentransfers auch der Einfluss der Kopplung auf das globale Tragverhalten maßgebend, der anhand der zuvor beschriebenen Sensitivitätsindizes quan-

tifiziert werden kann. Folglich wird der Einfluss der PM auf die Kopplungsgrößen, z. B. Auflagekräfte oder Fundamentsetzungen, bestimmt. Unter Verwendung der *higher-order*-Sensitivitätsindizes kann der Einfluss des Kopplungstyps ermittelt werden, indem alle Sensitivitätsindizes, die sich auf PM vor der Kopplung  $PM \ i \leq k$  bzw. nach der Kopplung  $PM \ i \geq l$  beziehen, aufsummiert werden

$$\sum_{i \leq k} S_{i, \alpha} = \sum_{i \leq k} \sum_{j \leq k} S_{ij, \alpha} \quad \text{und} \quad \sum_{i \geq l} S_{i, \alpha} = \sum_{i=1}^{N_p} S_{Ti, \alpha} - \sum_{i \leq k} S_{i, \alpha}. \quad (6)$$

In  $\sum_{i \geq l} S_{i, \alpha}$  sind neben den *first-order*-Indizes der PM  $i \geq l$  auch alle Interaktionsterme der PM  $i \geq l$  mit allen weiteren PM enthalten. Eine hohe Summe  $\sum_{i \geq l} S_{i, \alpha}$  ist Beleg für

einen großen Einfluss der bidirektionalen Kopplung auf die Kopplungsgrößen, bspw. erfordert ein hoher Einfluss des Boden-Bauwerks-Interaktionsmodells auf die Überbauschmittgrößen einer Brücke eine bidirektionale Kopplung der Brückenstruktur mit der Fundamentierung.

Die resultierende Kopplungsqualität nimmt Bezug auf die Lage der Antwortgröße der Gesamtstruktur in der Analyse-Reihenfolge, für welche die Gesamtqualität definiert werden soll. Ist diese Antwortgröße vor der jeweiligen Kopplung positioniert, wird eine bidirektionale Kopplung essentiell, um den Einfluss der nachgerichteten PM zu berücksichtigen. Die Kopplungsqualität  $CQ$  ist in diesem Fall in Abhängigkeit der mittleren Datentransferqualität für die vorwärtsgewandte Kopplung  $f$  und die rückwärtsgewandte Kopplung  $b$  wie folgt definiert

$$CQ_{k-l} = \overline{cq}_{k-l}^f \times \overline{cq}_{l-k}^b. \quad (7)$$

Liegt die Antwortgröße der Gesamtstruktur in der Analyse-Reihenfolge nach der Kopplung, gewichten sich die Qualitäten des Datentransfers entsprechend der Sensitivitätsindizes

$$CQ_{k-l} = \frac{\frac{1}{N_f} \sum_{\alpha=1}^{N_f} \left( cq_{\alpha, k-l}^f \sum_{i \leq k} S_{i, \alpha_f} \right) + \overline{cq}_{l-k}^b \frac{1}{N_f} \sum_{\alpha=1}^{N_f} \left( \sum_{i=1}^{N_p} S_{Ti, \alpha} - \sum_{i \leq k} S_{i, \alpha} \right)}{\frac{1}{N_f} \sum_{\alpha=1}^{N_f} \sum_i S_{i, \alpha}}. \quad (8)$$

Auf die Bestimmung der Qualität der einzelnen PM wird im Rahmen dieses Artikels verzichtet. Eine Übersicht über mögliche Methoden ist in [6] gegeben.

## 2.3 Gesamtqualität

Die Qualität des Gesamtmodells (GM) für die Prognose einer Antwortgröße  $\gamma$  ergibt sich aus der Kombination der individuellen Qualität der PM  $MQ_i$ , deren Einfluss auf die Antwortgröße  $\gamma$ , quantifiziert über, sowie dem Produkt der Qualitäten der  $N_{c, i, \gamma}$  erforderlichen Kopplungen von Partialmodellen

$$MQ_{GM}^{\gamma} = \sum_{i=1}^{N_{PM}} \left[ \frac{S_{Ti}^{\gamma}}{\sum_{j=1}^{N_{PM}} S_{Tj}^{\gamma}} MQ_i \prod_{c=1}^{N_{c, i, \gamma}} CQ_c \right]. \quad (9)$$



Anhand dieses Maßes können unterschiedliche Kombinationen von PM und deren Kopplung qualitativ verglichen werden, um zum einen eine bestmögliche Kombination von Modellen zu detektieren und zum anderen davon abweichende Modellkombinationen bzgl. deren Prognosezuverlässigkeit zu bewerten.

### 3 Beispielrechnung

#### 3.1 Semi-integrale Brücke – Geometrie, Lasten, Materialparameter

Die Anwendung der zuvor erläuterten Bewertungsmethode erfolgt am Beispiel einer Rahmenbrücke/semi-integralen Brücke mit drei Feldern, deren angenommene Geometrie und Vorspannung in Bild 1 dargestellt sind. Die Querschnitte des vorgespannten Überbaus und der schlaff bewehrten Pfeiler sind in Bild 2 illustriert und die dazugehörigen Materialparameter in Tabelle 1 aufgeführt.

Berechnungen bezüglich der maßgebenden Schnittgrößen am Pfeilerfuß an den Bauwerksachsen B und C dienen zur Dimensionierung einer Tiefengründung mit einer Pfahlgruppe. Mit der einreihigen Anordnung der Pfähle in Längsrichtung des Brückenbauwerks kann die Horizontal- und Rotationssteifigkeit der Pfahlgründung im Vergleich zu mehreren Pfahlreihen in dieser Richtung reduziert werden. Durch die Abminderung dieser Pfahlgründungssteifigkeiten wird der Widerstand des gesamten Bauwerkes gegenüber den indirekten Einwirkungen aus Zwang reduziert. Aus der Vordimensionierung ergab eine Pfahlgründung an den Bauwerksachsen B und C jeweils eine Pfahlgruppe bestehend aus vier Einzelpfählen in Brückenquerrichtung mit einem Pfahldurchmesser von  $D_P = 1,0$  m (s. Bild 1) und einem Pfahlachsabstand von  $s = 2,0$  m.

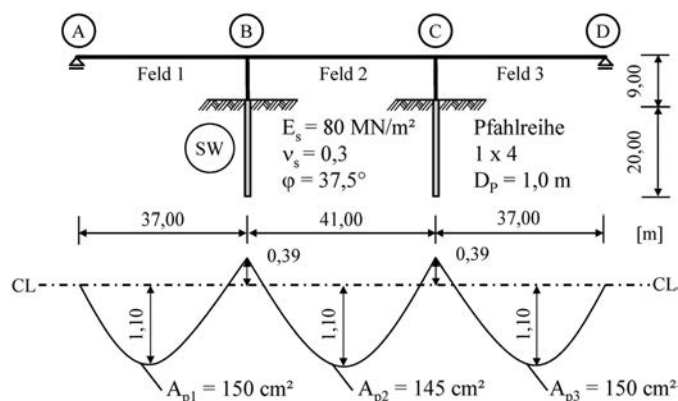


Bild 1. Geometrie und Vorspannung der Brücke  
Fig. 1. Geometry and prestressing of the bridge

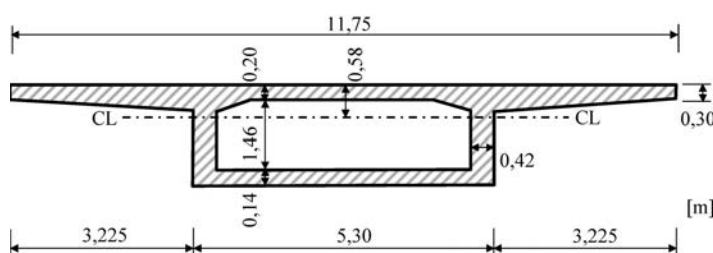


Bild 2. Querschnitt des Überbaus und der Pfeiler  
Fig. 2. Cross-section of the superstructure and the pillars

Tabelle 1. Materialparameter  
Table 1. Material parameters

Materialparameter	Einheit	Überbau	Pfeiler
<b>Beton</b>		C 50/60	C 35/45
CEM		CEM II 52,5 N	CEM II 42,5
$E_{cm}$	[MN/m²]	32800	28300
$E_{c0}$	[MN/m²]	38500	33300
$f_{cm}$	[MN/m²]	58	43
$f_{ctm}$	[MN/m²]	4,1	3,2
<b>Betonstahl</b>			B 500 B
$E_s$	[MN/m²]		200000
$f_y$	[MN/m²]		500
<b>Spannstahl</b>			Y 1770
$E_s$	[MN/m²]		195000
$f_{p0,1k}$	[MN/m²]		1500

Die Bewertung der gekoppelten PM des semi-integralen Bauwerkes erfolgt für eine Lebensdauer von 100 Jahren im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination. Die zu berücksichtigenden Lasten sind:

- Eigengewicht  $G_k$ : Überbau 142 kN/m, Ausbau 24 kN/m, Pfeiler 6,75 kN/m
- Vorspannung  $P_k$ :  $\sigma_p = 1295$  MN/m²
- Verkehrslast  $Q_{k1}$ : UDL 46,375 kN/m, TL 1200 kN,  $\psi_{2,1} = 0,20$
- Temperatur  $Q_{k2}$ :  $T_0 = 10$  °C,  $T_{min} = -24$  °C,  $T_{e,min} = -16$  °C,  $\Delta T_N = -26$  K,  $\Delta T_M = -8,8$  K,  $\psi_{2,2} = 0,50$

#### 3.2 Partialmodelle

Im Rahmen dieses Beispiels wird der Einfluss von neun PM auf das Strukturverhalten der Brücke untersucht. Im Folgenden werden diese Modelle kurz erläutert.

##### Physikalisch nichtlineares Kurzzeit-Materialmodell für Beton

Das Materialverhalten von Beton ist, insbesondere bedingt durch die Rissbildung im Bereich positiver Dehnungen, charakterisiert durch eine starke Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Die nichtlineare Materialverhalten wird nach [7] durch ein verschmiertes Rissmodell unter Berücksichtigung einer konstanten Zugversteifung (*tension-stiffening*) im bewehrungsnahe Bereich berücksichtigt. Der Einfluss des nichtlinearen Materialverhaltens wird für die Bereiche Überbau/Pfeiler getrennt ermittelt.

### Geometrische Nichtlinearität

Die geometrische Nichtlinearität wird durch Anwendung der nichtlinearen Kinematik des Balkenelements im Berechnungsprogramm berücksichtigt und stellt im Vergleich zur häufig angewandten vereinfachten Theorie II. Ordnung eine Qualitätssteigerung dar.

### Temperatur

Die Temperatureinwirkungen auf den Überbau und die Pfeiler werden entsprechend dem Temperaturmodell nach DIN-EN 1991 [8] angesetzt. Es wird eine Erwärmung des Überbaus in Kombination mit einem linearen Temperaturgradienten, der eine Erwärmung der Oberseite des Überbaus vorsieht, angesetzt. Die Brückenpfeiler werden ebenfalls mit einer über den Querschnitt linear veränderlichen Temperaturverteilung beansprucht.

### Kriechen unter Dauerbelastung und zyklisches Kriechen

Das Kriechen des Betons wird mit dem Modell für die Kriechnachgiebigkeit nach Model-Code 90-99 [9] berücksichtigt und folgt dem Produktansatz mit einer hyperbolischen Zeitfunktion. Zyklisches Kriechen charakterisiert die im Vergleich zur Dauerbelastung erhöhte Nachgiebigkeit des Betons unter zyklischen Einwirkungen, beispielsweise aus Maschinenlasten oder zyklischer Verkehrsbelastung, und wird in diesem Beitrag mittels BP-Modell [10] abgebildet.

### Schwinden

Das Schwinden wird, wie auch das Kriechen, mit dem Modell nach Model-Code 90-99 [9] erfasst. Dies sieht eine explizite Unterscheidung der Schwindvorgänge in autogenes Schwinden und Trocknungsschwinden mit zugehörigen Zeitverlaufs-funktionen vor.

### Relaxation

Die Relaxation des Spannstahls wird im vorliegenden Berechnungsprogramm mit dem Modell nach Blessenohl [11] berechnet. Dieses bildet die Relaxation als nichtlineares Kriechen ab. In Folge dessen wird eine Zeitintegration für nichtlineares Kriechen erforderlich, so dass der Algorithmus nach Diener [12] angewandt wird.

### Boden-Bauwerks-Interaktion

Die Steifigkeit der Gründung wird unter Anwendung von Modellen für Pfahlgründungen bestimmt und anschließend in das verwendete FEM-Modell des semi-integralen Bauwerks als Steifigkeitsfedern implementiert. Für den vertikalen Pfahlgruppenabtrag wird das Modell von Randolph et al. [13] angesetzt. Darin ist die Interaktion der Pfähle von einem belasteten Pfahl abhängig und die Verschiebungen der benachbarten Pfähle werden dann mittels Superpositionsgesetz ermittelt. Für die Berechnung des horizontalen Anteils der belastenden Pfahlgruppe kommt das Modell von Randolph [14] zum Einsatz. Dieses analytische Verfahren basiert auf der Annahme eines elastischen Kontinuums, in das der Pfahl gebettet ist. Mit Hilfe der Beiwerte von Poulos [15] werden die laterale Verschiebung und die Rotation am Pfahlkopf bestimmt.

## 3.3 Ergebnisse

Die berechneten Prognosequalitäten der diversen Modellkombinationen können, je nach Einfluss der PM, stark mit

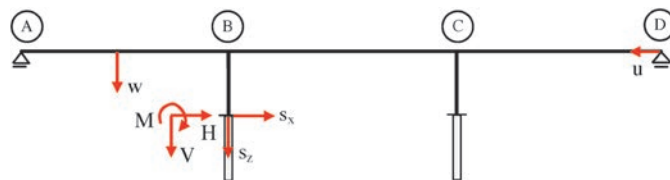


Bild 3. Untersuchte Antwortgrößen des Gesamtmodells  
Fig. 3. Investigated response quantities of the coupled model

der betrachteten Antwortgröße variieren. Im Rahmen dieses Beitrags wird die Prognosequalität für die vertikale Durchbiegung  $w$ , die horizontale Verformung des Überbaus  $u$  sowie die horizontale Verschiebung  $s_x$  und vertikale Verschiebung  $s_z$  der Pfahlgründung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit exemplarisch untersucht (Bild 3).

Entsprechend der zuvor erläuterten Methode wird zunächst der Einfluss der einzelnen PM auf die Antwortgrößen der Struktur bzw. die Übergabegrößen der Kopplung untersucht, indem das Modell komplett gekoppelt berechnet wird. Für die Untersuchung der Kopplung Struktur – Boden sind die Kopplungsgrößen die Horizontal- und Vertikalkraft sowie das Fußmoment der Stütze.

Der Gesamteinfluss der PM ist in Tabelle 2 anhand der *total-effects*-Sensitivitätsindizes dargestellt. Es wird ersichtlich, dass beispielsweise das physikalisch nichtlineare Materialverhalten des Betons einen nahezu vernachlässigbar geringen Einfluss auf alle Antwortgrößen hat. Dies kann auf den untersuchten Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zurückgeführt werden, in dem nur eine geringe Rissbildung des Betons auftritt. Weiterführende Untersuchungen [16] zeigen, dass im GZT das nichtlineare Materialverhalten von Beton ein einflussreiches PM ist. Aus Tabelle 2 wird weiterhin ersichtlich, dass im Allgemeinen nur wenige Partialmodelle einen Einfluss auf Modellantwortgrößen besitzen, d. h. dass auch die Qualität der Prognose dieser Größen nur von der Qualität weniger Modelle abhängig ist. Für die vorliegende Brücke im GZG sind die geometrische und physikalische Nichtlinearität sowie erwartungsgemäß das zyklische Kriechen ohne Einfluss auf das Tragverhalten, so dass diese mit einer geringen Modellkomplexität berücksichtigt bzw. ganz vernachlässigt werden können – beispielsweise eine geometrisch lineare Analyse ausreichend ist.

Aus dem Vergleich der berechneten *first-order*- und *total-effects*-Sensitivitätsindizes kann die Interaktion zwischen PM quantifiziert werden und so das Verständnis des Strukturverhaltens gestärkt aber auch die Notwendigkeit der Kopplung verdeutlicht werden. Am Beispiel der Horizontalverschiebung des Fundaments  $s_x$  wird deutlich, dass eine starke Interaktion zwischen den PM vorliegt. Die Modelle Kriechen und Temperatur sowie vor allem das Schwind- und das Pfahlmodell interagieren stark miteinander, was auf die Zwangsbeanspruchung infolge Schwinden und Temperatur sowie deren Abbau durch Kriechen und Nachgiebigkeit der Gründung zurückzuführen ist. Resultierend aus diesen Wechselwirkungen kann die Schlussfolgerung gezogen werden, dass die Berücksichtigung der Kopplung diese beteiligten PM von Bedeutung für die Gesamtprognosequalität der horizontalen Fundamentverschiebung ist.

Für die Ermittlung der Kopplungsqualität sind die *higher-order*-Sensitivitätsindizes zu analysieren und entsprechend der beteiligten PM zu gruppieren und nach

Tabelle 2. Einfluss der PM auf die Antwortgrößen  
Table 2. Influence of PM on response quantities

$S_i$ $S_{Ti}$	$X_1$ Phys-NL Überbau	$X_2$ Phys-NL Pfeiler	$X_3$ Geo-NL	$X_4$ Tempera- tur	$X_5$ Kriechen	$X_6$ Zykl. Kriechen	$X_7$ Schwinden	$X_8$ Relaxation	$X_9$ Pfahl
<b>w</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	0,00	0,04	0,46	0,08
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,42	0,00	0,05	<b>0,50</b>	0,08
<b>u</b>	0,00	0,00	0,00	0,09	0,07	0,00	0,84	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,09	0,07	0,00	<b>0,85</b>	0,01	0,00
<b>My-Pfeiler</b>	0,00	0,00	0,00	0,08	0,08	0,00	0,73	0,00	0,04
	0,00	0,01	0,00	0,09	0,14	0,00	0,78	0,00	0,05
<b>s<sub>z</sub></b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	<b>1,00</b>
<b>s<sub>x</sub></b>	0,00	0,00	0,00	0,02	0,01	0,00	0,19	0,00	0,56
	0,00	0,00	0,00	0,04	0,04	0,00	0,38	0,00	<b>0,78</b>
<b>V</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,29	0,68	0,02
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,30	<b>0,68</b>	0,03
<b>H</b>	0,00	0,00	0,00	0,05	0,07	0,00	0,72	0,00	0,07
	0,00	0,01	0,00	0,07	0,13	0,00	<b>0,78</b>	0,00	0,11
<b>M</b>	0,00	0,00	0,00	0,04	0,05	0,00	0,70	0,00	0,11
	0,00	0,01	0,00	0,05	0,12	0,00	<b>0,77</b>	0,00	0,16

Gl. (6) aufzusummieren. Für die Kopplung Boden – Bauwerk sind dies: zum einen alle *first-order*-und *higher-order*-Indizes die sich nur auf die Partialmodelle der Struktur beziehen, d. h. PM, die vor der Kopplung zur Gründung liegen, sowie zum anderen der *first-order*-Index des PM Pfahl sowie alle Interaktionsindizes dieses Modells, d. h. alle Einflüsse, die mit dem Pfahlmodell assoziiert sind. Die Resultate dieser Summen von Indizes sind für die Kopplungsgrößen V, H und M in Tabelle 3 aufgeführt. Es wird ersichtlich, dass insbesondere das Fußmoment aber auch die Horizontalkraft vom Pfahlmodell sowie dessen Interaktionsanteilen abhängig sind.

Unter Verwendung der errechneten Summen und der Qualität des Datentransfers, Gl. (5), kann die Kopplungsqualität bestimmt werden. Im Rahmen dieses Artikels werden zwei unterschiedliche Kopplungstypen untersucht: die uni- und die bidirektionale Kopplung. Für alle Kopplungstypen ist die Qualität des Datentransfers für die Vorwärts-Kopplung gleich  $cq^f = 1$  (perfekte Datenübertragung). Die Qualität des rückwärtigen Datentransfers vom Fundament zur Struktur ergibt sich im unidirektionalen Fall zu  $cq^b = 0$  (kein Datentransfer) und im bidirektionalen Fall zu  $cq^b = 1$ . Nach Gln. (7) und (8) kann in Abhängigkeit von

Tabelle 3. Einfluss der PM vor und nach der Kopplung auf die Kopplungsgrößen

Table 3. Influence of PM before and after coupling on the coupling quantities

$S_{Ti}$	<i>first-order</i> -und <i>higher-order</i> - Indizes der Struktur	<i>first-order</i> -Index des PM Pfahl sowie alle Inter- aktionsindizes
	$\sum_{i \leq 8} S_{i,\alpha}$	$\sum_{i \geq 9} S_{i,\alpha}$
<b>V</b>	0,98	0,03
<b>H</b>	0,95	0,15
<b>M</b>	0,88	0,23

Tabelle 4. Kopplungsqualitäten für verschiedene Kopplungstypen

Table 4. Coupling qualities for different coupling types

Kopplungsqualität $CQ_{k-l}$	unidirektionale Kopplung	bidirektionale Kopplung
Antwortgrößen vor der Kopplung – Struktur, w, u	0,00	1,00
Antwortgrößen nach der Kopplung – Gründung, s <sub>x</sub> , s <sub>z</sub>	0,87	1,00

der Position der Antwortgröße (Struktur oder Fundament/Boden), für die anschließend die Gesamtqualität bestimmt werden soll, die Kopplungsqualität bestimmt werden (Tabelle 4). Wie darin zu erkennen ist, liegt bei Betrachtung der Kopplungsqualität für Antwortgrößen der Gründung auch bei einer unidirektionalen Kopplung eine akzeptable Qualität von  $CQ = 0,87$ . Die Qualitätsverlust im Vergleich zur bidirektionalen Kopplung,  $CQ = 1,00$ , ist mit der fehlenden Interaktion zwischen Gründung und Struktur sowie deren Einfluss auf die Auflagerkräfte der Brücke zu erklären. Die Qualität der unidirektionalen Kopplung für die Antwortgrößen der Struktur ist  $CQ = 0,00$ , da keine Informationen über die Verformung der Gründung in der Berechnung der Struktur berücksichtigt werden können.

Im Anschluss an die Bestimmung der Sensitivitätsindizes und Kopplungsqualitäten sind für die Quantifizierung der Gesamtprognosequalität lediglich die individuellen Qualitäten der PM zu ermitteln. Da dies jedoch nicht Gegenstand dieses Beitrags ist, werden die Qualitäten für gewisse Szenarien angenommen (Tabelle 5). Für die Bewertung von Kriech- und Kinematikmodellen sei beispielsweise auf [17] und [18] verwiesen. Alle nicht in dieser Tabelle aufgeführten PM werden mit der maximalen Qualität von  $MQ = 1,0$  berücksichtigt. Weiterhin sind in dieser Tabelle der angesetzte Kopplungstyp sowie die resultierenden Gesamtqualitäten dargestellt.



Tabelle 5. Gesamtprognosequalität in Abhängigkeit der Partialmodell- und Kopplungsqualität  
 Table 5. Total prediction quality depending on quality of partial models and coupling

MQ <sub>Kr.</sub>	MQ <sub>Schw.</sub>	MQ <sub>Pfahl</sub>	Kopplungstyp	MQ <sub>GM</sub> <sup>w</sup>	MQ <sub>GM</sub> <sup>u</sup>	MQ <sub>GM</sub> <sup>s</sup>	MQ <sub>GM</sub> <sup>g</sup>
1,00	1,00	1,00	unidirekt.	0,92	<b>1,00</b>	0,63	<b>1,00</b>
1,00	1,00	0,50	bidirekt.	<b>0,96</b>	<b>1,00</b>	<b>0,69</b>	0,50
0,50	1,00	1,00	unidirekt.	0,72	0,96	0,63	<b>1,00</b>
1,00	0,50	1,00	unidirekt.	0,90	0,58	0,63	<b>1,00</b>
1,00	1,00	1,00	bidirekt.	1,00	1,00	1,00	1,00

Die resultierenden Prognosequalitäten variieren stark mit der untersuchten Ergebnisgröße. Die vertikale Durchbiegung  $w$  beispielsweise wird wesentlich vom Kriechen und weniger vom Pfahlmodell und deren Kopplung beeinflusst. Folglich ist die Wahl eines guten Kriechmodells essentiell für eine gute Prognose, währenddessen die Kopplung zu der Gründung auch vereinfachend unidirektional Berücksichtigung finden kann. PM wie bspw. das physikalisch und geometrisch nichtlineare Material- bzw. Strukturverhalten wirken sich gar nicht auf die Gesamtqualität aus und können folglich im GZG mit einfachen Modellen berücksichtigt werden. Ähnliche Rückschlüsse zur Prognosequalität können für die horizontale Verformung der Brücke  $u$  gezogen werden, nur dass hierbei das Schwindmodell im Wesentlichen die Gesamtqualität definiert. Anders hingegen verhält sich die Gesamtqualität für die horizontale Verformung der Gründung. Infolge der Zwangsbeanspruchungen, die durch die Nachgiebigkeit der Gründung teilweise abgebaut werden, sind sowohl die Interaktion zwischen den PM als auch die Qualität des Pfahlmodells entscheidend. In dem hier vorliegenden Szenario, das lediglich für die Pfahlmodelle geringer Qualität eine bidirektionale Kopplung vorsieht, können folglich nur niedrige Gesamtqualitäten erzielt werden. Lediglich eine hypothetische bidirektionale Kopplung zwischen hochwertigem Pfahlmodell und der Struktur erreicht eine angemessene Prognosequalität. In diesem Fall wäre die Erhöhung der Kopplungsqualität über eine partielle bidirektionale Kopplung über wenige Iterationen zwischen Gründungsmodell und Strukturmodell eine geeignete Maßnahme zur Steigerung der Prognosequalität bei vertretbarer Rechenzeit. Die Analyse der vertikalen Setzungen zeigt, dass einzig das Pfahlmodell die Qualität definiert und eine unidirektionale Kopplung mit dem qualitativ höherwertigen Gründungsmodell angestrebt werden sollte.

Da je nach betrachteter Antwortgröße andere Modellkombinationen bzw. Kopplungsmuster zur höchsten Prognosequalität führen, sollten vom Ingenieur gegebenenfalls mehrere Gesamtmodelle oder ein Gesamtmodell mit einer hohen durchschnittlichen Prognosequalität verwendet werden.

#### 4 Zusammenfassung und Ausblick

Im vorliegenden Artikel konnte gezeigt werden, dass die Bewertung eines Gesamtmodells bestehend auf einer Vielzahl von Partialmodellen mit Hilfe des vorgestellten Schemas sinnvoll und durchführbar ist. Es ist möglich, das Gesamtmodell sowie die Kopplungsqualität eines Bauwerks zu bestimmen und folglich die Qualität unterschiedlicher Modellbildungen qualitativ zu vergleichen. Beispielhaft

wurde gezeigt, dass ein Partialmodell mittlerer Qualität in Verbindung mit einer hohen Kopplungsqualität einem hochwertigen Partialmodell mit einer niedrigen Kopplungsqualität vorzuziehen ist.

Infolge einer hohen Prognosequalität wird eine höhere Zuverlässigkeit der Prognose sichergestellt, so dass resultierend daraus niedrigere Modellsicherheitsbeiwerte angesetzt werden können. Durch vielfache Anwendungen des Bewertungsschemas auf unterschiedliche Bauwerkstypen lassen sich Empfehlungen zur Modellierung dieser Strukturen ableiten. Im Fall eines semi-integralen Bauwerks sollte hierbei ein besonderes Augenmerk auf komplexere Modelle zur Berechnung der Boden-Bauwerks-Interaktion gelegt werden.

#### Literatur

- [1] Keitel, H.: Assessing the prediction quality of coupled partial models considering coupling quality. Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Stuttgart 2012, S. 33–46.
- [2] Most, T.: Assessment of structural simulation models by estimating uncertainties due to model selection and model simplification. Computers and Structures 89 (2011), No. 17–18, pp. 1664–1672.
- [3] Sobol, I.: Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. Mathematical Modeling & Computational Experiment 1 (1993), No. 1, pp. 407–414.
- [4] Homma, T., Saltelli, A.: Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models. Reliability Engineering and System Safety 52 (1996), pp. 1–17.
- [5] Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., Tarantola, S.: Global sensitivity analysis. The primer. John Wiley & Sons 2008.
- [6] Lahmer, T., Knabe, T., Nikulla, S., Reuter, M.: Bewertungsmethoden für Modelle des konstruktiven Ingenieurbaus. Bautechnik 2011 – Sonderdruck „Modellqualitäten“ 88 (2011), H. 6, S. 60–64.
- [7] fib Model Code 2010 – Volume 1. International Federation for Structural Concrete (fib), 2012.
- [8] DIN EN 1991-2:2003+AC: 2010 – Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken. Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag 2003.
- [9] Structural concrete: Textbook on behaviour, design and performance – Updated knowledge of the CEB-FIP Model Code 90: volume 1–3. CEB Comité Euro-International du Béton 1999.
- [10] Bažant, Z. P., Kim, J.-K.: Improved prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 5 – Cyclic load and cyclic humidity. Materials and Structures 25 (1992), No. 147, pp. 163–169.
- [11] Blessenohl, B.: Zur numerischen Berechnung der Auswirkungen des Kriechens und Schwindens auf Betonverbund-

- tragwerke – Grundlagen und Algorithmen für die EDV. Dissertation. RWTH Aachen 1990.
- [12] *Diener, J.*: Beitrag zur physikalisch und geometrisch nicht-linearen Berechnung langzeitbelasteter Bauteile aus Stahlbeton und Spannbeton unter besonderer Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens und der Rissbildung. Dissertaion. Bauhaus-Universität Weimar 1998.
- [13] *Randolph, M. F., Wroth, C. P.*: An analysis of the vertical deformation of pile groups. *Géotechnique* 29 (1979), No. 4, pp. 423–439.
- [14] *Randolph, M. F.*: The response of flexible piles to lateral loading. *Geotechnique* 31 (1981), No. 2, pp. 247–259.
- [15] *Poulos, H. G.*: Behavior of laterally loaded piles: II Pile groups. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division* 97 (1971), No. 5, pp. 733–751.
- [16] *Jung, B., Morgenthal, G., Xu, D.*: Integral bridges: sensitivity of limit state modelling. *Bautechnik* 2013 – Sonderdruck „Modellqualitäten“ 90 (2013), S. 32–40.
- [17] *Keitel, H.*: Bewertungsmethoden für die Prognosequalität von Kriechmodellen des Betons – Evaluation methods for the prediction quality of concrete creep models. Dissertation. Bauhaus-Universität Weimar 2011.
- [18] *Nikulla, S.*: Quality assessment of kinematical models by means of global and goal-oriented error estimation techniques. Bauhaus-Universität Weimar, 2012.

#### Autoren

Dr.-Ing. Holger Keitel  
holger.keitel@uni-weimar.de

Henning Stutz M. Sc.  
henning.stutz@uni-weimar.de

Bastian Jung M. Sc.  
bastian.jung@uni-weimar.de

Hem Bahadur Motra M. Sc.  
hem.bahadur.motra@uni-weimar.de

alle  
Bauhaus-Universität Weimar  
Graduiertenkolleg 1462  
Berkaer Straße 9  
99423 Weimar

# Anwendung effizienter Methoden der Sensitivitätsanalyse zur Untersuchung komplexer Ingenieuraufgaben

Virtuelle Berechnungsmethoden haben in den letzten beiden Jahrzehnten einen stark ansteigenden Anteil im Entwurfsprozess von Strukturen und Systemen eingenommen. Numerische Berechnungsverfahren, wie z. B. die Finite-Elemente-Methode, sind für den Einsatz für komplexe Problemstellungen mittlerweile sehr weit entwickelt worden. Die dadurch verfügbaren numerischen Analysemodelle bieten nun die Möglichkeit, automatisierte mathematische Optimierungsverfahren zur verbesserten Auslastung sowie stochastische Methoden zu detaillierten Sicherheitsbetrachtungen in den virtuellen Entwicklungsprozess einfließen zu lassen. Für beide Vorgehensweisen hat sich eine Betrachtung der Wichtigkeit von Eingangsgrößen in Bezug auf relevante Antwortgrößen, die sogenannte Sensitivitätsanalyse, als sehr sinnvoll erwiesen. In dem vorliegenden Artikel wird eine effiziente Methodik zur globalen varianzbasierten Sensitivitätsanalyse vorgestellt. Diese Vorgehensweise nähert die Antwortgrößen mit Hilfe von Ersatzfunktionen an. Im Gegensatz zu existierenden Verfahren wird dabei nicht ausschließlich die Repräsentation der Stützpunktdaten, sondern die Prognosefähigkeit neuer, unbekannter Bereiche bewertet. Anhand dieser Qualitätsbetrachtungen gelingt es sehr zuverlässig, wichtige Eingangsparameter zu identifizieren. Das Ersatzmodell wird dann ausschließlich mit diesen Variablen aufgebaut, wodurch ein Einsatz auch für komplexere Modelle mit vielen Eingangsparametern ermöglicht wird. Anhand zweier praktischer Anwendungsbeispiele wird der Mehrwert dieser Vorgehensweise aufgezeigt.

**Keywords:** Sensitivität; Ersatzmodell; Optimierung; Analyse, stochastische

**Application of efficient methods for sensitivity analysis to complex engineering tasks.** *In the last two decades virtual simulation methods have become more and more important in the development process of structures and systems. Numerical methods such as the Finite Element Method have been improved to be applicable for complex engineering tasks. Today, numerical models offer the opportunity for automatized mathematical optimization to improve the performance of a design and stochastic evaluations which enable detailed safety assessment. For both fields the identification of important input variables with respect to relevant response quantities is very helpful. In the present paper an efficient method for global variance based sensitivity analysis is presented. Within this method, meta-models are used to approximate the response variables based on a relatively small set of support points. Based on prediction analyses instead of state-of-the-art goddess-of-fit methods, the presented method identifies important input variables, which have to be considered within the approximation models. With this automatic variable reduction procedure the presented approximation method can be applied*

*for complex simulation models with many input parameters. By means of two application examples, the advantages of the presented method are shown.*

**Keywords:** sensitivity, meta-model, optimization, stochastic analysis

## 1 Einleitung

Sensitivitätsanalysen sind dazu geeignet, Unsicherheiten in Modellantwortgrößen den Modelleingangsgrößen zuzuweisen. Innerhalb einer Robustheitsanalyse mittels virtueller Modelle können mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse im Falle nichtrobusten Verhaltens des untersuchten Systems die maßgeblich verantwortlichen Eingangsgrößen identifiziert und entsprechende Maßnahmen sinnvoll eingeleitet werden. Alternativ zur Anwendung innerhalb der Robustheitsanalyse ist eine Sensitivitätsanalyse sinnvoll, um für eine Optimierungsfragestellung wichtige Designvariablen zu identifizieren und Mechanismen und Zusammenhänge zu erkennen. Eine Reduktion der Anzahl der zu untersuchenden Designvariablen auf wichtige Größen ermöglicht meist eine weitaus effizientere Lösung des Optimierungsproblems.

## 2 Varianzbasierte Sensitivitätsanalyse

Bei der globalen Sensitivitätsanalyse wird der Einfluss der Modelleingangsgrößen auf die Modellantwortgrößen in einem bestimmten Bereich untersucht. Bei stochastischen Variablen wären das die Bereiche, die durch die Verteilungen vorgegeben sind, und bei Optimierungsvariablen entsprechen diese dem Designraum, der durch die unteren und oberen Schranken definiert ist. Bei der globalen varianzbasierten Sensitivitätsanalyse wird nun nicht der Einfluss an einem lokalen Entwicklungspunkt untersucht, sondern die Variation der Antwortgrößen wird der Variation der Eingangsvariablen zugeordnet [1]. Dabei wird zwischen Effekten erster Ordnung, welche den Einfluss einer Eingangsgröße allein beschreiben, und Effekten höherer Ordnung unterschieden, welche die Interaktionen zwischen den Eingangsgrößen darstellen. Für praktische Anwendungen sind allerdings existierende varianzbasierte Maße entweder nicht ausreichend genau (z. B. Korrelationskoeffizienten bilden nur eindimensionale Zusammenhänge ab) oder sind hinsichtlich der Zahl der Modellauswertungen zu aufwendig (Sobol Indizes [2]) können beliebige Zusammen-



hänge abbilden, benötigen aber mehrere tausend Modellaufrufe). Aus diesem Grund hat die Dynardo GmbH ein Konzept entwickelt, um für komplexe Aufgabenstellungen mit vielen Eingangsvariablen die Variablenwichtigkeiten mit möglichst wenig Modellaufrufen zu berechnen.

### 3 Metamodell Optimaler Prognose (MOP)

Bei dem Metamodell Optimaler Prognosefähigkeit werden die untersuchten Modellantwortgrößen durch eine Approximationsfunktion ersetzt. Ein etabliertes Vorgehen dafür stellt die Antwortflächenmethode dar, bei der generell polynomiale Approximationsfunktionen verwendet werden. Die Approximationsqualität wird bei Polynomen in der Regel mit dem Bestimmtheitsmaß abgeschätzt (Coefficient of Determination – CoD). Allerdings ist dieses Maß für eine geringe Zahl von Stützstellen oder mit steigendem Polynomansatz viel zu optimistisch, wie Bild 1 zeigt. Weiterhin ist das Bestimmtheitsmaß nur für Polynome anwendbar, was den Einsatz komplexerer, aber eventuell genauerer Approximationsmethoden erschwert.

Zur objektiven Bewertung der Approximationsqualität von Metamodellen hat die Dynardo GmbH den Koeffizient der Prognosefähigkeit (Coefficient of Prognosis – CoP) ein-

geführt [3]. Dieser schätzt auf Basis von Kreuzvalidierungen die durch das Metamodell erklärbare Varianz ab. In Bild 2 ist dargestellt, wie sich der CoP für eine Moving Least Squares Approximation (MLS) [4] verhält. Dabei wird das erwartete Verhalten, dass wenige Stützstellen auch eine schlechtere Approximationsqualität hervorrufen, auch abgebildet. Weiterhin zeigt das Bild, dass das lokale angepasste MLS-Verfahren mit steigender Stützstellenanzahl den Funktionsverlauf immer besser reproduzieren kann. Werden in dem Approximationsmodell nun noch die beiden unwichtigen Variablen entfernt, erhöht sich die Approximationsqualität signifikant. Das bedeutet, dass die Identifikation der wichtigen Variablen für ein komplexes Modell die Anwendbarkeit von Metamodellen deutlich verbessert und oftmals erst ermöglicht. Innerhalb der Prozedur zur Generation des MOP werden nun verschiedene Metamodelltypen mit verschiedenen Variablenkombinationen analysiert. Das optimale Metamodell in Kombination mit der optimalen Variablenkombination liefert dann den maximalen CoP (s. Bild 2).

Vergleicht man nun die Approximationsqualität des MOP für eine steigende Dimension mit anderen üblichen Approximationsmethoden wie Kriging, Support Vector Regression (SVR) oder auch neuronalen Netzwerken (ANN), so stellt man fest, dass nicht die immer komplexere Appro-

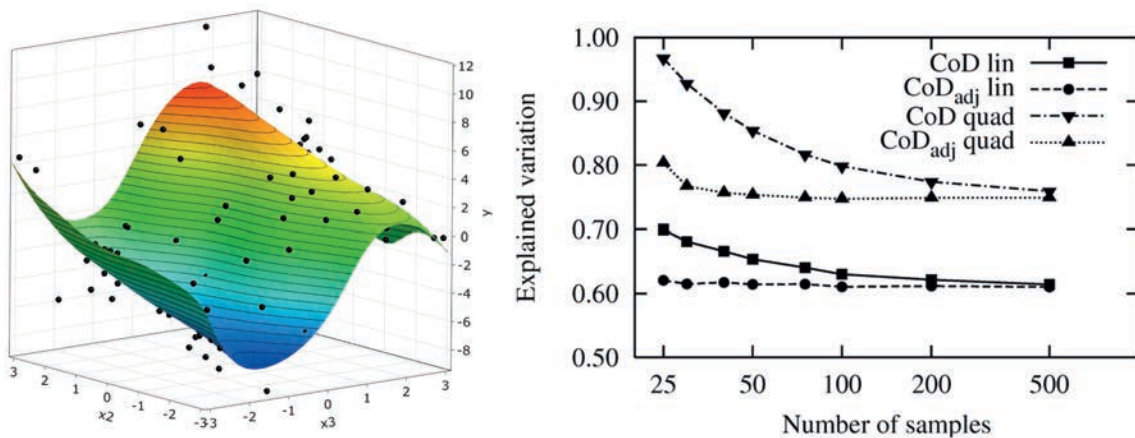


Bild 1. Analytische nichtlineare Funktion (links) mit drei wichtigen und zwei unwichtigen Eingangsvariablen und Bewertung der Qualität der Polynomapproximation (rechts) in Abhängigkeit der Stützstellenanzahl mit Hilfe des Coefficient of Determination (CoD)

Fig. 1. Analytical nonlinear function (left) with three important and two unimportant input variables and its assessment of the approximation quality of polynomial model (right) depending on the number of support points by using the Coefficient of Determination (CoD)

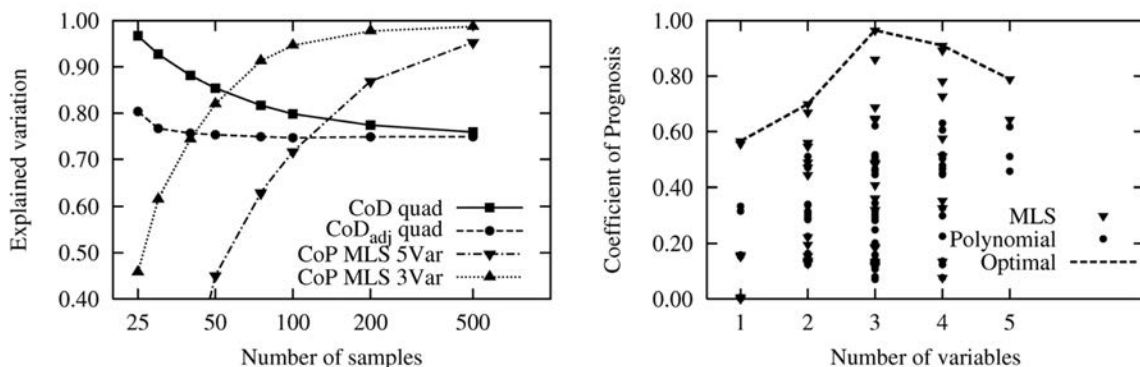


Bild 2. Konvergenz des Coefficient of Prognosis (CoP) für die MLS-Approximation der analytischen Funktion (links) und CoP in Abhängigkeit des Approximationsmodells und der Variablenkombinationen (rechts)

Fig. 2. Convergence of the Coefficient of Prognosis (CoP) of an MLS approximation of the analytical function (left) and the CoP depending on the approximation model and the input variable combinations (right)

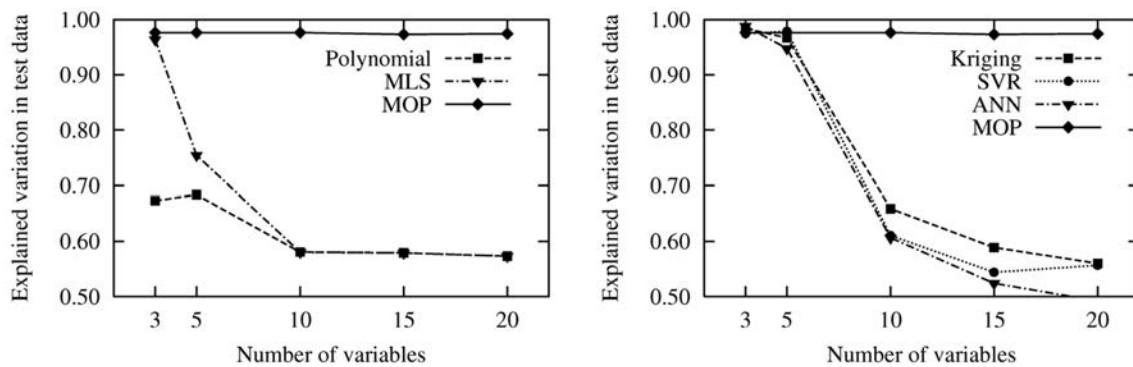


Bild 3. Vergleich der Approximationsqualität des MOP mit anderen Approximationsverfahren für die analytische Funktion unter Erhöhung der Dimension (Variablen ohne Einfluss werden hinzugefügt)

Fig. 3. Comparison of the approximation quality of the MOP and other approximation methods by means of the analytical function with increasing dimension (dummy variables are added to the approximation model)

ximationsmethodik sondern die sinnvolle Reduktion des Variablenraumes die Analyse hochdimensionaler Probleme ermöglicht (Bild 3).

Unter Verwendung der gefundenen optimalen Approximation im optimalen Variablenraum werden schlussendlich die Wichtigkeiten der Eingangsvariablen mit Sobol-Indizes abgeschätzt. Die Gesamtqualität des MOP gegeben durch den CoP gibt nun einen Hinweis auf die nicht erklärbare Varianz und liefert Indizien für mögliche numerische Ungenauigkeiten im Modell, auch Solverrauschen genannt, oder stark nichtlineare Effekte.

## 4 Anwendungen

### 4.1 Optimierung einer Dachkonstruktion

In dem ersten Anwendungsbeispiel wurde eine Dachkonstruktion in zwei Ausführungsvarianten (Bild 4) hinsichtlich wichtiger Einflussgrößen untersucht. Dabei sollte das Design der Dachkonstruktion flächendeckend für den Bereich Deutschland gestaltet werden, sodass für jeden beliebigen Standort eine optimale Konstruktionsvariante mit genau definierter Abmessung vorgelegt werden kann. Einzig die Grundform als freistehendes Pultdach aus Stahlprofilen war vorgegeben.

Um die optimale Dachkonstruktion mit Hilfe einer Formoptimierung für jede Region zu bestimmen, war es sinnvoll, zunächst verschiedene Dachvarianten zu entwi-

ckeln, um die jeweils beste Lösung des Optimierungsproblems zu finden. Die Variantenuntersuchung umfasste dabei zwei Pultdachkonstruktionen (s. Bild 4). Während im Dachmodell A die Dachplatten auf zwei Randpfetten aufgelagert wurden, wurde im Dachmodell B für die Lagerung noch eine zusätzliche Mittelpfette angebracht. Alle Pfetten (I-Profil) wurden wiederum von einem darunterliegenden Sparren (U-Profil) getragen. Der Sparren war biegesteif mit einer Stütze (I-Profil) im Modell A bzw. mit zwei Stützen (I-Profil) im Modell B verbunden. Die beiden Pultdachkonstruktionen wurden in ANSYS als parametrische FE-Modelle (ohne die Dachplatten) modelliert. Als variable Eingangsgrößen dienten dazu Geometrieparameter wie Sparrenlänge, Stützenabstand in Querrichtung, Dachneigungswinkel, Stützenhöhe, Pfettenlänge und die Anzahl der Dachfelder. Des Weiteren wurden die Materialeigenschaften der Stahlprofile als diskrete Parameter sowie die Standortparameter Geländehöhe, Schnee- und Windlastzone definiert.

Als Optimierungsziel wurde die Minimierung der Gesamtmasse der Konstruktion gewählt. Neben dem Ziel der Materialreduzierung mussten die Dachkonstruktionen auch auf eine statisch ausreichende Tragfähigkeit, nach den geltenden Normen, nachgewiesen werden. Dabei wurden in der Bemessung die regional gegebenen Lasten aus Schnee- und Windlast sowie das Eigengewicht der Konstruktion berücksichtigt. Die linear elastische Nachweisführung der einzelnen Profile und auch des gesamten Systems wurde in



Bild 4. FEM-Modell der untersuchten Dachkonstruktionen mit zwei Dachpfetten (links, Variante A) und drei Dachpfetten (rechts, Variante B)

Fig. 4. FEM model of the investigated roof structure with two stringers (left, variant A) and with three stringers (right, variant B)



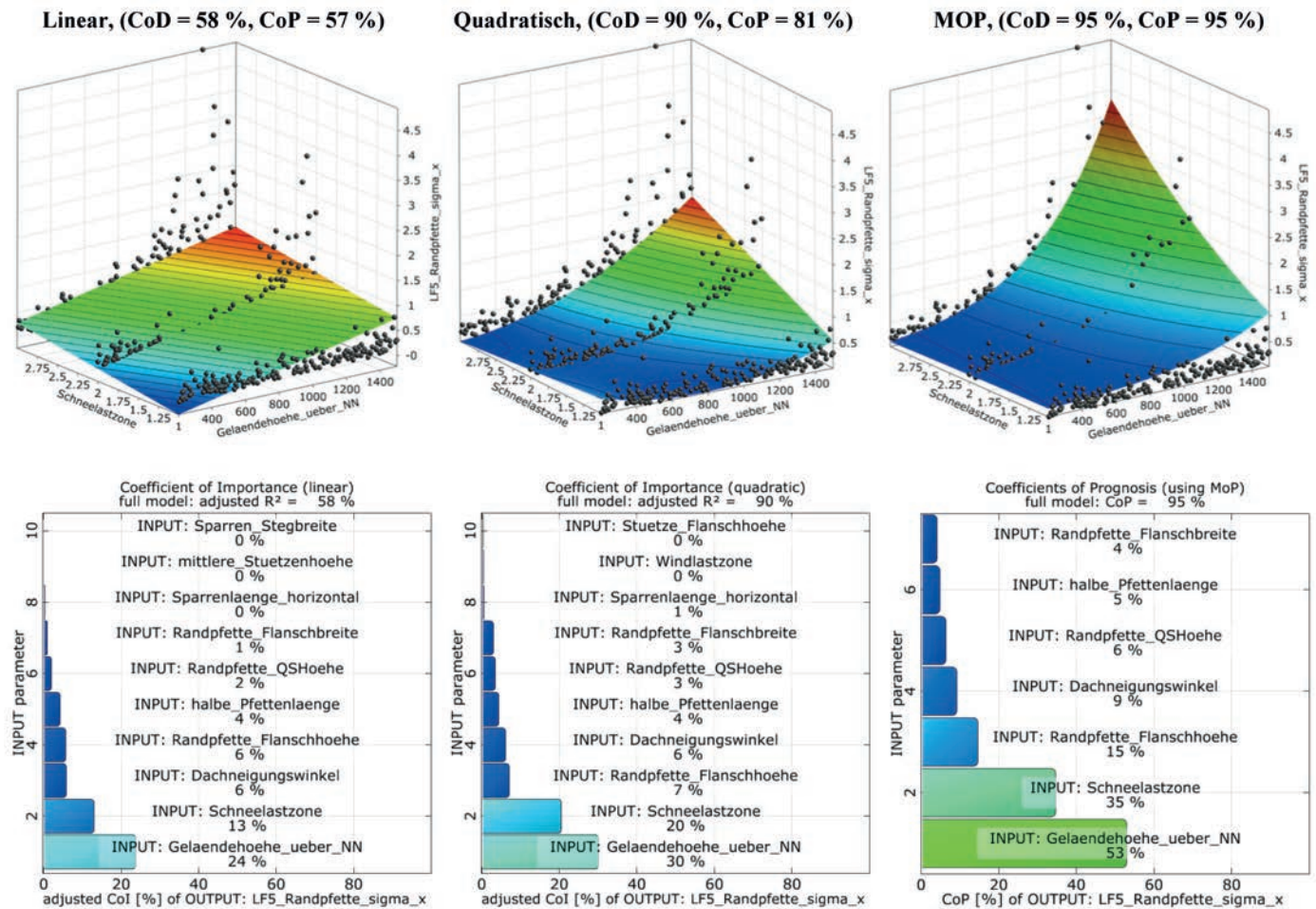


Bild 5. Normalspannung der Randpfette in Modell A: Approximation mit linearem und quadratischem Polynom sowie mit dem MOP (oben: 3D-Subraumplot, unten: auf Basis des Approximationsmodells ermittelte Einzelwichtigkeiten der Eingangsvariablen)

Fig. 5. Normal stress of the outer stringer in model A: Approximation using a linear and quadratic polynomial as well as the MOP (top: 3D subspace plot, bottom: sensitivity indices of the input variables obtained with the approximation model)

ANSYS durchgeführt. Die Nachweise beinhalteten Spannungs-, Querschnitts- und Biegedrill- bzw. Biegeknicknachweise sowie Nachweise für die Gebrauchstauglichkeit. Weitere Informationen zu den Nachweisen sind [5] zu entnehmen.

Für beide Dachvarianten wurde die vorgestellte Sensitivitätsanalyse mittels Metamodell Optimaler Prognose durchgeführt und mit den Ergebnissen einer Analyse mittels linearer und quadratischer Polynome verglichen. Dabei wurden 500 Stichproben der Designparameter mit der Latin Hypercube-Methode erzeugt und mit dem numerischen Modell ausgewertet. In Bild 5 sind die sich ergebenden wichtigen Einflussgrößen exemplarisch für die maximale Normalspannung in den Randpfetten in Dachvariante A dargestellt. Das Bild zeigt einen deutlichen nichtlinearen Einfluss von Geländehöhe und Schneelastzone. Dieser Einfluss wird von dem MOP sehr gut wiedergegeben, hohe Bestimmtheiten (CoP-Werte) werden erreicht. Unter Verwendung eines linearen Ansatzes allerdings kann der Zusammenhang nur zu 57 %, mit Hilfe eines quadratischen Polynoms nur zu 81 % erklärt werden. Weiterhin zeigen die Einzelwichtigkeiten des quadratischen Polynoms sichtbare Abweichungen (die Summe der CoI-Werte liegt weit unterhalb des Gesamt-CoD), dies ist durch die hohe Anzahl von Polynomkoeffizienten begrün-

det (19 Eingangsvariablen entsprechen bereits 210 Koeffizienten). Das heißt, weniger als 500 Modellauswertungen bei nur 19 Eingangsvariablen sind mit einem quadratischen Polynommodell kaum sinnvoll auszuwerten.

Dieser Effekt wird bei Dachvariante B noch verstärkt (Bild 6): Da in diesem Modell 25 Eingangsgrößen als Designvariablen definiert wurden, ist die Prognosefähigkeit des quadratischen Polynommodells (351 Koeffizienten) kaum besser als die des linearen Modells. Die relativ hohen Werte des CoD täuschen allerdings eine bessere Approximationsqualität vor. Mit Hilfe des MOP ist die Prognosefähigkeit ähnlich hoch wie bei Variante A und sinnvolle Aussagen zum Einfluss der Designvariablen können getroffen werden. Analog zur Dachvariante A sind auch bei Variante B die Geländehöhe sowie die Schneelastzone massgebend. Weitere Ergebnisse dieser Analysen sind in [5] zu finden.

## 4.2 Optimierung von Geschwindigkeits-Zeit-Verläufen eines Fahrzeugs

In dem zweiten Anwendungsbeispiel war es die Aufgabe, den Geschwindigkeitsverlauf eines Fahrzeuges über eine bestimmte Fahrstrecke zu optimieren. Dabei sollten Randbedingungen wie eine vorgegebene Maximalgeschwindigkeit, maximale und minimale Beschleunigungen eingehal-



ten werden. Das numerische Berechnungswerkzeug war allerdings nicht in der Lage, das Abbremsverhalten konsistent abzubilden. Innerhalb des letzten Zeitschritts vor einem Haltepunkt wurde die Geschwindigkeit numerisch zu Null gesetzt. Durch diesen „Trick“ hat sich allerdings ein Beschleunigungs-Zeit-Verlauf ergeben, der Singularitätsstellen aufweist (Bild 7).

Aufgrund dieser Singularitätsstellen konnte die minimale Beschleunigung, welche aus dem Zeitsignal abgegriffen wurde, nicht ausreichend genau bestimmt werden. Als Resultat konnte der Optimierungsalgorithmus nicht konvergieren (Bild 8).

Dieser Sachverhalt hätte sich mit einer Voranalyse mit dem Metamodell Optimaler Prognosefähigkeit bereits aufzeigen lassen können: Die Variation der minimalen Beschleunigung aus dem Zeitverlauf ließ sich Hilfe der Variation der Eingangsvariablen nur zu 45 % erklären. Das heißt, nicht erklärbares Verhalten, sogenanntes Solverrauschen, dominiert diese Antwortgröße. Infolge kleiner Veränderungen der Eingangsvariablen kommt es zu großen Veränderungen der Antwortgröße (auch in Bild 7 ersichtlich). Das Berechnungsmodell verhält sich somit nicht robust und ist daher nicht für eine automatische Optimierung mit deterministischen Verfahren geeignet. Möglich wäre in dem Fall nur die Anwendung zufälliger Suchstra-

tegien, wie Evolutionärer Algorithmen, die allerdings weit aus mehr Modellauswertungen benötigen und wesentlich ungenauere Ergebnisse liefern.

Mit Hilfe der Ergebnisse des MOP konnte allerdings doch eine erfolgreiche Optimierung durchgeführt werden: Wenn man die minimale Beschleunigung nur in dem Bereich abfragt, der die Singularitätsstelle nicht umfasst, ist die Erklärbarkeit dieser Größe wieder gegeben, wie in Bild 9 dargestellt.

Die Anwendung zeigt, dass das MOP nicht nur zur effizienten Identifikation von wichtigen Einflussgrößen verwendet werden kann, es kann auch zur Analyse der Modellrobustheit gegenüber kleinen Änderungen der Eingangsgrößen benutzt werden. Diese Vorgehensweise liefert somit auch wichtige Erkenntnisse zur richtigen Modell- oder Antwortgrößenwahl für eine anschließende Systemoptimierung.

## 5 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Artikel wurde eine effiziente Methode zur varianzbasierten Sensitivitätsanalyse an praxisrelevanten Anwendungsbeispielen demonstriert. Analog zur direkten varianzbasierten Analyse werden bei dem Metamodell Optimaler Prognose die Beiträge einzelner Eingangsvariab-

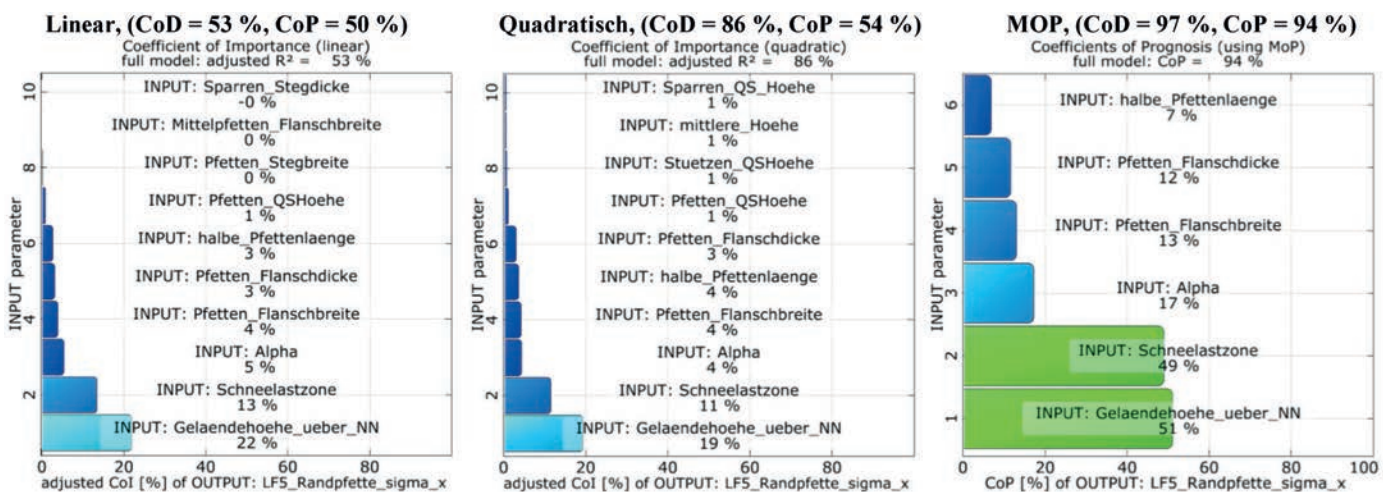


Bild 6. Normalspannung der Randpfette in Modell B: Beitrag der Eingangsgrößen zur Variation der Normalspannung bei Approximation mit linearem und quadratischem Polynom sowie mit dem MOP

Fig. 6. Normal stress of the outer stringer in model B: Sensitivity indices of the input variables using a linear and quadratic polynomial as well as the MOP

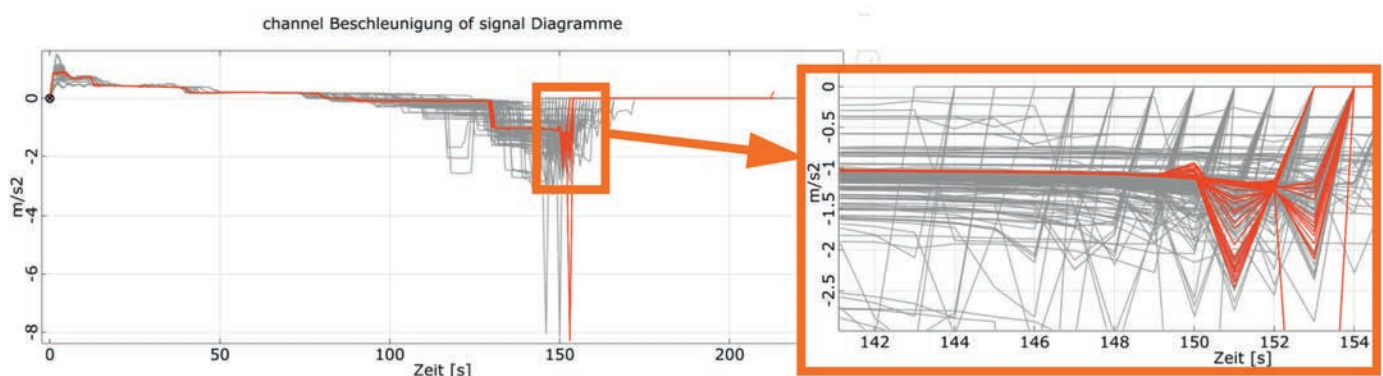


Bild 7. Beschleunigungs-Zeit-Verlauf einer numerischen Geschwindigkeitssimulation mit Singularitätsstellen im Abbremsbereich (dargestellt sind 100 Berechnungsläufe mit leicht variierten Eingangsparametern)

Fig. 7. Acceleration-time-diagram of a numerical velocity simulation with singularity points in the braking phase (100 simulation runs with slightly varying input parameters are shown)

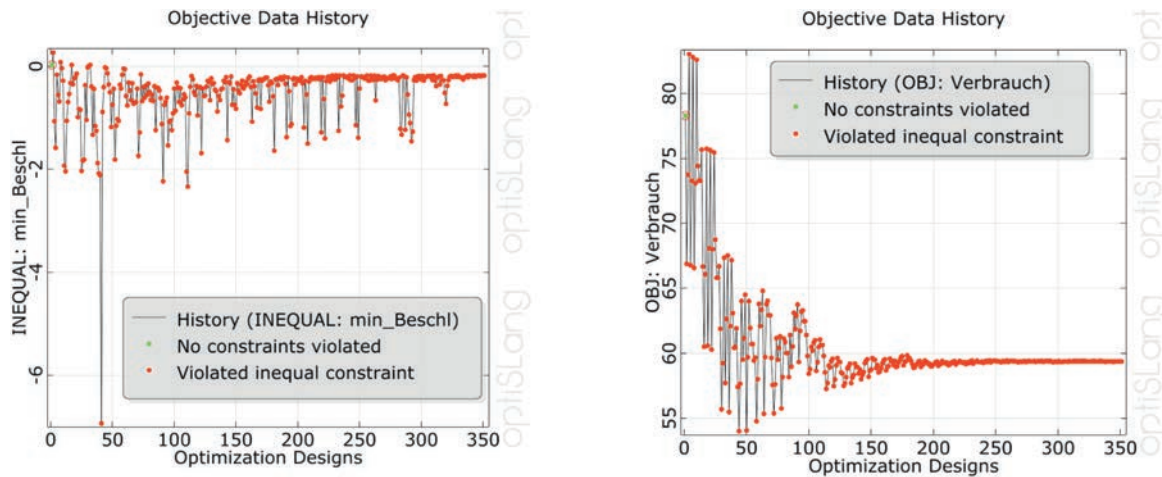


Bild 8. Konvergenzverläufe der minimalen Beschleunigung (Nebenbedingung) und des Kraftstoffverbrauchs (Zielfunktion) während der Optimierung mit einem adaptiven Antwortflächenverfahren

Fig. 8. Convergence history of the minimum acceleration used in the constraints and the fuel consumption used as objective function during an optimization run with an adaptive response surface method

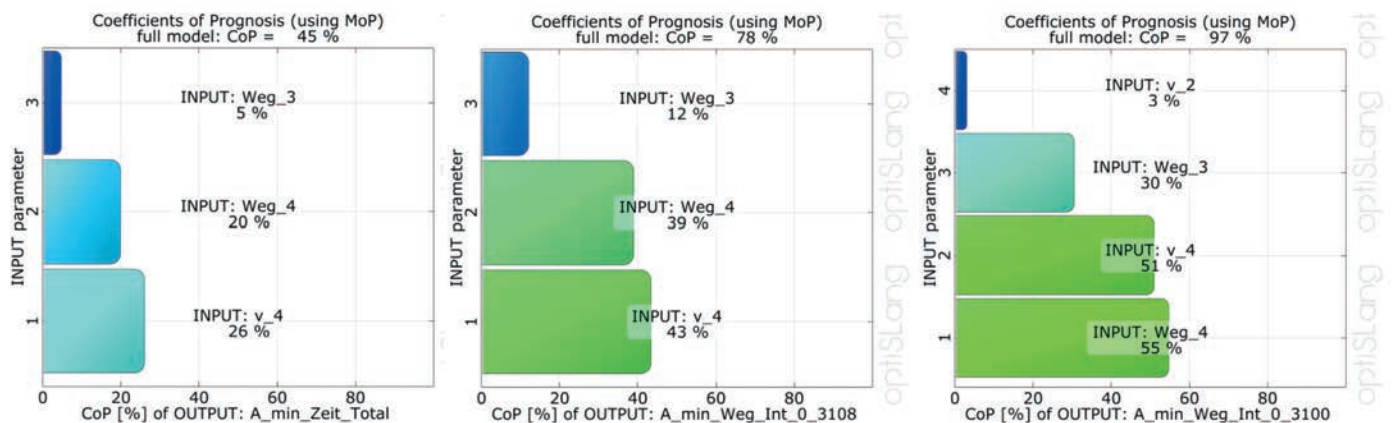


Bild 9. Erklärbare Variation der minimalen Beschleunigung unter Verwendung des vollen Wegintervalls (links, 0 bis 3109 m), unter Verwendung eines leicht reduzierten Intervalls (Mitte, 0 bis 3108 m) und unter Verwendung eines Intervalls ohne die Singularitätsstelle (rechts, 0 bis 3100 m)

Fig. 9. Explainable variation of the minimum acceleration by using the full displacement interval (left, 3109 m), by using a slightly shorter interval (middle, 3108 m) and by using a shorter interval outside the singularity point (right, 3100 m)

len durch Varianzstatistik ermittelt, wodurch auch stark nichtlineare Zusammenhänge sowie auch Interaktionsbeziehungen zwischen den Eingangsvariablen abgebildet werden können. Allerdings sind bei Anwendung des MOP weitaus weniger Berechnungsdurchläufe des zu analysierenden Modells notwendig als bei anderen direkten Schätzverfahren. Da bei praktischen Aufgabenstellungen oftmals hohe Rechenzeiten für einen Modellaufruf zu erwarten sind, ist diese Eigenschaft essentiell für eine erfolgreiche Anwendung in der Ingenieurpraxis. Die Dynardo GmbH hat die vorgestellte Methodik bereits erfolgreich in vielen Entwicklungsprozessen der virtuellen Produktentwicklung etabliert. Durch die Verfügbarkeit im Softwarepaket optiSLang ist bereits eine Vielzahl von Anwendungen im Bauingenieurbereich, wie auch in anderen Ingenieurdisziplinen zu finden.

## Literatur

- [1] Saltelli, A. et al.: Global Sensitivity Analysis. The Primer. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [2] Sobol', I. M.: Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. Mathematical Modelling and Computational Experiment (1993), 1, pp. 407–414.
- [3] Most, T., Will, J.: Sensitivity analysis using the Metamodel of Optimal Prognosis. Tagesband der Weimarer Optimierungs- und Stochastiktag 8.0, 2011.
- [4] Lancaster, P., Salkauskas, K.: Surface generated by moving least squares methods. Mathematics of Computation (1981), 37, pp. 141–158.
- [5] Dannenberg, T.: Untersuchung von Optimierungsmethoden für die Optimierung freistehender Dachkonstruktionen mit diskreten Systemparametern. Masterarbeit, Institut für Strukturmehchanik, Bauhaus-Universität Weimar, 2013.

## Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Thomas Most  
thomas.most@dynardo.de  
Dr.-Ing. Johannes Will  
johannes.will@dynardo.de  
beide  
Dynardo GmbH  
Steubenstraße 25, 99423 Weimar  
Tino Dannenberg  
Bauhaus Universität Weimar  
Institut für Strukturmehchanik  
Marienstraße 15, 99423 Weimar  
tino.dannenberg@uni-weimar.de



# Integral bridges: sensitivity of limit state modelling

Sensitivity analyses regarding the numerical global models of entire structures quantify the influence of different model classes (phenomena) according to the structural response values. Changes in the geometry of some building components in a generally unchanged structural system can have a high influence on the load-bearing behaviour. Therefore, the sensitivity of the model classes will be modified. The phenomena considered in the simulation for the semi-integral concrete bridges are the creep and shrinkage of concrete, the material modelling of reinforced concrete, the geometric nonlinearities, the thermal actions and the stiffness prediction of the pile group foundation. The concrete bridges consist of three spans, two abutment axes and two pier axes. The connection between the pier top and the superstructure is monolithic and the bearing between the superstructure and the abutments is performed using sliding bearings (semi-integral concrete bridge). The influence of the varying pier heights according to the sensitivity of the model classes is quantified in the paper. In addition, the assessment of the structural behaviour due to the serviceability limit state (SLS) and the ultimate limit state (ULS) makes it possible to emphasize conclusions with practical civil engineering relevance.

**Keywords:** integral bridge; material modelling; sensitivity analysis; partial model, global model

**Integrale Brücken: Sensitivitätsanalysen unter Berücksichtigung der Grenzzustände.** *Sensitivitätsuntersuchungen an numerischen Gesamtmodellen beliebiger Bauwerkstypen quantifizieren den Einfluss verschiedenster Modellklassen (Phänomene) in Bezug auf die Strukturantwortgrößen. In einem prinzipiell unveränderten Tragsystem können variable Geometrieabmessungen der am Lastabtrag beteiligten Tragwerksglieder dabei das Tragverhalten soweit beeinflussen, dass es zu Veränderungen in den Sensitivitäten der Modellklassen kommen kann. Der vorliegende Beitrag analysiert das Tragverhalten semi-integraler Massivbaubridgen mit Hilfe der quantitativen Analyse des Einflusses verschiedenster Modellklassen. Für diese Sensitivitätsanalyse sind die dabei berücksichtigten Phänomene das Materialverhalten von Stahlbeton, das Kriechen und Schwinden von Beton, die geometrischen Nichtlinearitäten, die Temperatureinwirkungen und die Pfahlgründungssteifigkeiten. Die Brücken bestehen aus drei Feldern, zwei Widerlagerachsen und zwei Pfeilerachsen. Die Verbindung zwischen Pfeilerkopf und Überbau ist monolithisch ausgeführt, und im Auflagerbereich der Widerlager werden horizontale Gleitlager eingesetzt (semi-integrales Brückenbauwerk). Der Einfluss verschiedener Pfeilerhöhen auf die Sensitivitäten zwischen den genannten Modellklassen wird in diesem Artikel quantifiziert. Die Auswertung des Tragverhaltens der Gesamtstruktur unter den Bedingungen der Grenzzustände Gebrauchstauglichkeit und*

*Tragfähigkeit ermöglichen dabei zusätzliche Erkenntnisse von ingenieurbaupraktischer Relevanz.*

**Keywords:** Brücke, integrale; Material-Modellierung; Sensitivitätsanalyse; Partialmodell; Gesamtmodell

## 1 Introduction

The analyses of the global structural models (GM) induce the coupling of different phenomena, the so-called partial models (PM). Examples for the PM to be mentioned here are the description of the material behaviour, the creep and the shrinkage of concrete or the prediction of the foundation stiffness. In the global model with the subordinate partial models, the prediction quality of each of the PM has an influence according to the overall prediction quality of the global model. The application of the sensitivity analysis allows the quantification of the importance of each PM with respect to the structural response value of the GM. Both information, the prognosis quality of each phenomena and the corresponding sensitivity, enables the quantification of the overall prognosis quality of the entire structural model. The paper [1] focuses on the quality evaluation of the coupled partial models and the consequence of different coupling scenarios between the superstructure and the pile foundation of a semi-integral concrete bridge.

The present paper addresses the influence of varying pier heights of semi-integral concrete bridges on the global load-bearing behaviour. The sensitivity analyses according to the model classes considered in the global model evaluate the structural behaviour in a quantitative manner. In addition, different loading conditions according to the limit states are considered in the sensitivity analysis. Variations in the sensitivity indexes express a modified structural behaviour caused by the geometric conditions of the varying bridge piers or the limit state conditions. In consequence, the global model prognosis quality will change relatively to the sensitivity assessment. The analyses of the importance of the considered phenomena in the numerical model of the semi-integral bridges and the evaluation of the relative changes in the sensitivities are the main focus of the paper.

The interaction of the bending stiffness and the axial stiffness between the superstructure, the piers and the foundation has a high influence on the design of integral bridges



[2] to [5]. Therefore, bridge piers with varying cross-section stiffness and pier heights ( $H_1 = 5$ ,  $H_2 = 10$  m) are considered in the paper in order to analyse the interplay between the structural components. In addition, the load level has a significant influence on the response of the structure, on the “activated” physical effects and finally on the sensitivity of the partial models. Therefore, the serviceability limit state as well as the ultimate limit state is taken into account in the assessment of the sensitivity.

## 2 Global model, partial models and sensitivity analysis

The numerical simulation of entire structures leads to a subdivision of the structure into structural components, such as superstructure and substructure. The parts are modelled by their associated partial models. The coupling between the PM connects the different phenomenon into the global model. Variance based global sensitivity estimators allows the quantitative assessment of the importance of a certain PM with respect to the total variance of all possible model combinations. It is possible to evaluate the influence of each phenomenon for several structural response values (displacements, strains, stresses, section forces). The first-order sensitivity index  $S_i$  [6] computes the exclusive influence of one PM according the structural behaviour. The total-effects sensitivity index  $S_{Ti}$  [7] calculate the overall influence of a certain partial model considering the interaction with the other considered PM in the global model. In this paper, the total-effects sensitivity index is used for the quantification of the importance of the model classes. For more detailed information about the partial models, the global model and the sensitivity analysis, the authors recommend the paper by Keitel et al. [1].

## 3 Semi-integral concrete bridges with varying pier heights

### 3.1 Geometry and material properties

The bridges consists of three bridge spans with corresponding span lengths of 40 m (side spans) and 48 m (mid span). The longitudinal geometry of the semi-integral concrete bridges and the tendon profile is shown in Fig. 1. Varying pier heights of 5 and 10 are considered in combination with steady geometry conditions of the superstructure. A pile foundation row with a single-row assembly in the transverse direction of the bridge superstructure is chosen. The pile row consists of four piles with a pile length  $L_p$  of 25.0 m, a pile diameter  $D_p$  of 1.0 m and a pile spacing  $s$  of 2.0 m. The pile foundation rows are placed at the bridge axes B and C.

The cross-section of the superstructure is a single box girder with a width of 14.50 m and a height of 2.35 m (see Fig. 2). The width is a standard cross-section of a two-lane motorway. The slenderness ratio  $\lambda = L/H$  of prestressed concrete box girders is between compact cross-sections with  $\lambda = 13$  and slender box girders with  $\lambda = 40$ . The cross-section height of 2.35 m with respect to the span lengths of 40 m and 48 m lead to a slenderness ratio approximately of 17 and respectively 20.

The cross-section geometry of the bridge piers with the different pier heights is predesigned using the pier slenderness ratio  $\lambda = l_0/i$  with  $l_0$  the effective column length and  $i$  the radius of inertia of area. For typical bridge piers, the slenderness is approximately between 50 and 70 [8].

The following reinforcement ratio  $\omega_{s1}$ :

$$\omega_{s1} = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \Rightarrow A_{s1} = \frac{\omega_{s1} \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (1)$$

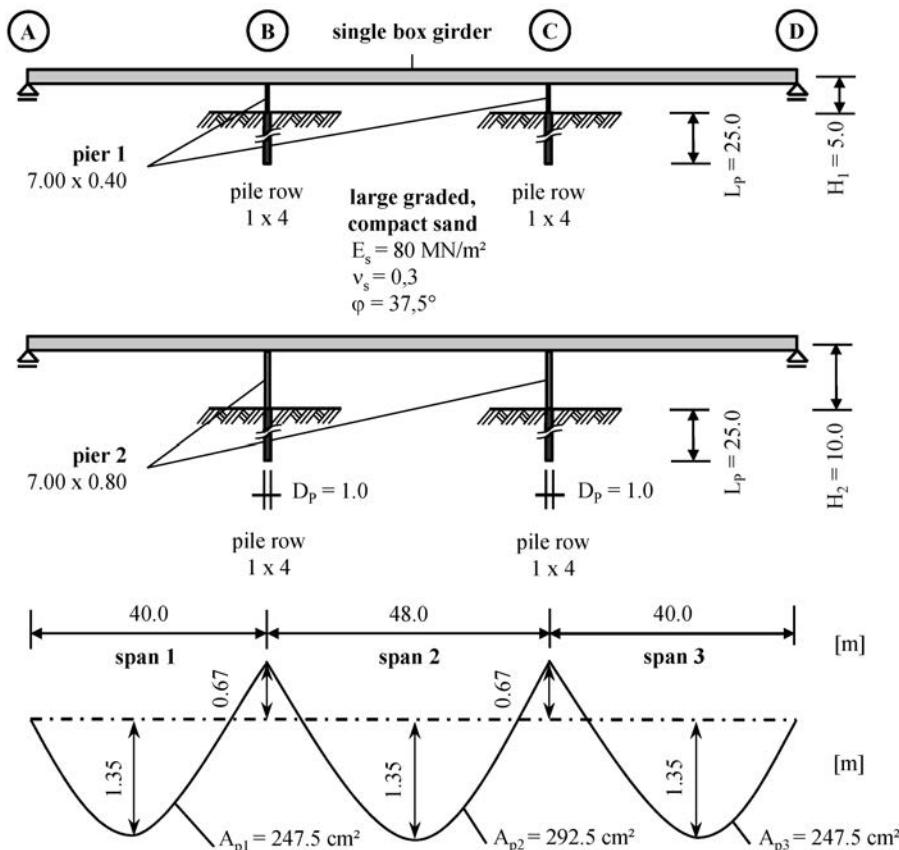


Fig. 1. Longitudinal geometry of semi-integral concrete bridges and tendon eccentricity with respect to box girder center line

Bild 1. Geometrie der Brückenlängsrichtung der semi-integralen Betonbrücken mit Spanngliedverlauf in Bezug auf die Exzentrizität zur Schwerpunktslinie des Hohlkastenquerschnittes

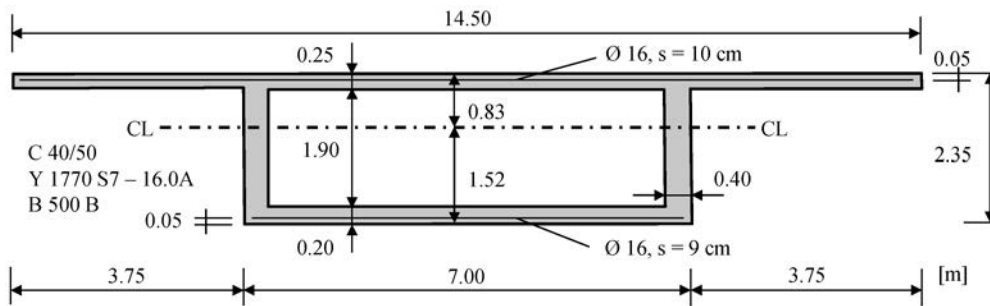


Fig. 2. Cross-section geometry of the box girder for the superstructure of the semi-integral concrete bridges  
Bild 2. Geometrie des Hohlkastenquerschnittes für den Überbau der semi-integralen Brücken

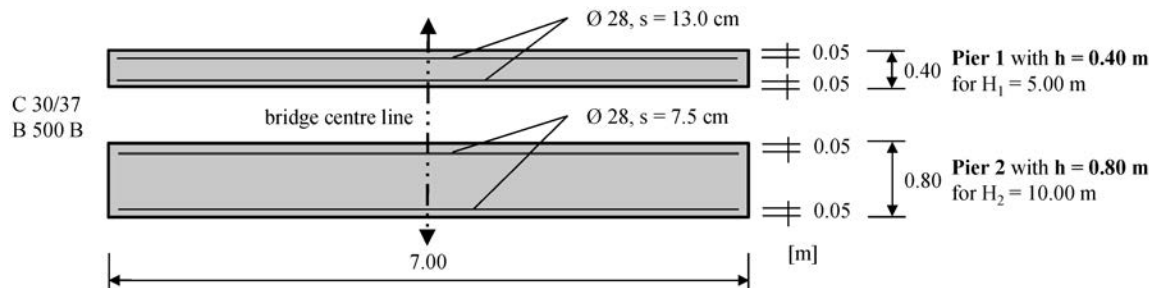


Fig. 3. Cross-section geometry of the piers for the semi-integral concrete bridges  
Bild 3. Geometrie der Brückenpfeiler der semi-integralen Brücken

is used in order to determine the amount of reinforcement bars. The properties of the piers in relation to the varying pier heights are shown in Fig. 3 and are listed in Tab. 1.

The material properties of the concrete, the reinforcing steel and the prestressing steel for the superstructure and the piers are listed in Tab. 2.

### 3.2 Predesign of prestressing tendons

The proof of decompression in the serviceability limit state is used for the predesign of the prestressing tendons. Therefore, the German national annex for the specific design requirements of concrete bridges (DIN EN 1992-2 [12]) request the quasi-permanent load combination for the decompression criteria of post-tensioned superstructures. The amount of the necessary prestressing steel area is predesigned with the deflection force method. This methodology is applicable for the computation of the section forces caused by a constant prestressing force (expressed by deflection forces). The creep and the shrinkage of the concrete reduce the prestressing force of the tendons. In the predesign, the loss of pre-

stressing force is assumed to be 15 % (order of magnitude 10 % to 20 % [13]). The critical design sections are the cross-section bottom layers at the side spans and mid span and the top layers of the superstructure at the frame corner between the superstructure and the piers. The tensile stresses

Table 2. Material properties of superstructure and piers for concrete according to DIN EN 1992-1-1 [9], for reinforcing steel acc. To DIN 488-1 [10] and for prestressing steel acc. to DIN prEN 10138-3 [11]

Tabelle 2. Materialparameter des Überbaues und der Pfeiler für Beton nach DIN EN 1992-1-1 [9], für Betonstahl nach DIN 488-1 [10] und für Spannstahl nach DIN prEN 10138-3 [11]

Material Property	Unit	Superstructure	Piers
<b>Concrete</b>		C 40/50	C 30/37
CEM		CEM II 52.5 N	CEM II 42.5
$E_{cm}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	35,000	33,000
$E_{c0}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	36,750	34,650
$f_{cm}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	48.0	38.0
$f_{cR}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	28.9	21.7
$f_{ctm}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	3.5	2.9
<b>Reinforcing Steel</b>		B 500 B	
$E_s$	[MN/m <sup>2</sup> ]	200,000	
$f_y$	[MN/m <sup>2</sup> ]	500	
$f_{yR}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	550	
$f_{tR}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	594	
<b>Prestressing Steel</b>		Y 1770 S7 – 16.0A	
$E_s$	[MN/m <sup>2</sup> ]	195,000	
$f_{p0,1k}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	1,520	
$f_{p0,1R}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	1,672	
$f_{pR}$	[MN/m <sup>2</sup> ]	1,947	

Table 1. Comparison of the pier properties for the varying pier heights

Tabelle 1. Vergleich der Pfeilerparameter für die unterschiedlichen Pfeilerlängen

Property	Unit	Pier 1	Pier 2
pier height	H [m]	5.00	10.00
effective length	$l_0$ [m]	5.75	11.50
slenderness	$\lambda$ [-]	50	50
cross-section	$b \times h$ [m]	7.00 × 0.40	7.00 × 0.80
reinforcement ratio	$\omega_{s1}$ [-]	0.30	0.25
amount of reinforcement	$A_{s1}$ [cm <sup>2</sup> ]	328.5	547.5

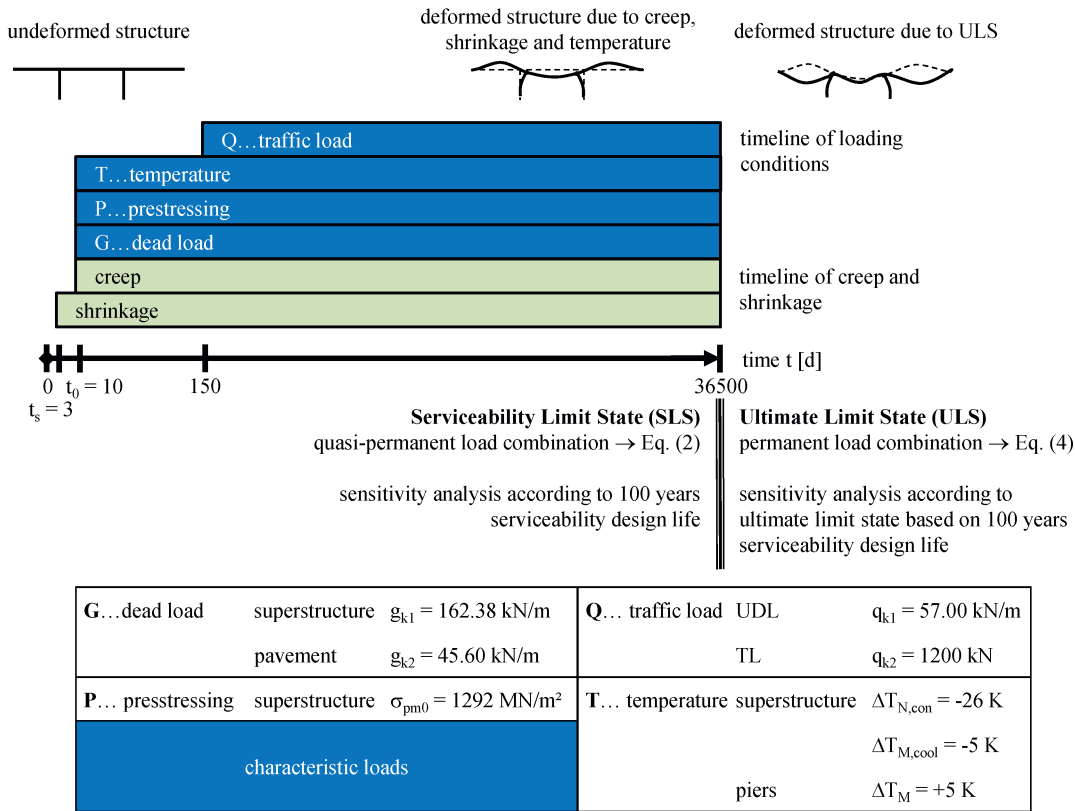


Fig. 4. Timeline of inner and outside loading condition including the assessment of limit states

Bild 4. Zeitachsen der inneren und äußeren Beanspruchung mit zugehöriger Auswertung der Grenzzustände

of the concrete are controlled to be excluded under the quasi-permanent combination in order to fulfil the check of decompression. The result of the predesign are 11 prestressing tendons in the side spans ( $A_p = 247.5 \text{ cm}^2$ ) and 13 prestressing tendons at the mid span ( $A_p = 292.5 \text{ cm}^2$ ).

### 3.3 Limit states and material modelling

The serviceability limit state (SLS) and the ultimate limit state (ULS) are considered in the quantification of the sensitivity of the phenomena. The timeline of the loading- and restraint conditions for the semi-integral bridges are shown in Fig. 4 and the time steps in the analysis are:

- 3 d begin of the shrinkage of the superstructure and the piers
- 10 d begin of the creep of the concrete structural components, loading condition: dead load, prestressing load, temperature load
- 150 d bridge opens to traffic, loading condition: additional traffic load,
- construction stages are not considered in the simulation.

The quasi-permanent load combination (see Eq.(2)) is applied according to the SLS and the permanent load combination (see Eq. (3)) is used for the ULS [14].

$$E_{d,perm} = \sum_{j \geq 1} E_{Gk,j} + E_{Pk} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot E_{Qk,i} \quad (2)$$

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot E_{Gk,j} + \gamma_P \cdot E_{Pk} + \gamma_{Q,1} \cdot E_{Qk,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot E_{Qk,i} \quad (3)$$

The compressive stresses of the concrete layers in SLS are controlled to be less than  $\sigma_c \leq 0.4 \cdot f_{cm}$ . A linear-elastic material behaviour of the concrete in this compressive stress ratio can be generally assumed. Therefore, the concrete is modelled as a linear-elastic material with the secant modulus of elasticity  $E_{cm}$  [15]. The cracking of the concrete in the layers subjected due to tension is modelled with the consideration of the tension-stiffening effect after reaching the average concrete tensile strength  $f_{ctm}$ . In the area effected by the reinforcement, defined to 2.5 times the distance of the level of the steel centroid to the boundary layer of the cross-section, the tensile stresses decreases to  $\beta_t \cdot f_{ctm}$ . This model [15] assumes a constant contribution of the concrete after cracking, expressed by the reduction factor  $\beta_t$ . The long-term loading condition in the SLS lead to a time dependency of the reduction factor due to creep of bond. Therefore  $\beta_t$  reduces over time from  $\beta_t = 0.40$  ( $t = 0$ ) to  $\beta_t = 0.25$  ( $t \rightarrow \infty$ ) [15]. In the other “unreinforced” concrete layers of the cross-section the tensile stresses decreases immediately to zero for higher strains than  $\epsilon_{ctm} = f_{ctm}/E_{cm}$ . In the SLS, the reinforcing bars and the prestressing tendons are modelled as linear-elastic materials.

The ULS defines significant higher loading levels. Therefore, the response of the structure is influenced by the non-linear physical effects. Therefore, the assumption of the physical linearity of the material models is not appropriate. A non-linear simulation of the entire structure requires a level of safety (reliability), which is comparable with the conventional cross-section design methods using the linear-elastic determination of the section forces. The main limit state equation for the non-linear simulation of structures is defined by the non-linear safety concept of DIN EN 1992-1-1/NA [9] with the permanent load combination ( $\gamma_R = 1.3$ , see Eq. (4)):



$$E_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \Rightarrow R \geq \gamma_R \times \left( \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} E_{Gk,j} + \gamma_P E_{Pk} + \gamma_{Q,1} E_{Qk,1} \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} E_{Qk,i} \right) \quad (4)$$

The reduced quantile material properties (including the material safety factors) are used for the design of structures with the linear-elastic computation of the section-forces and the subsequent design of the critical cross-sections. In contrast, the “calculation values” (expressed by index “R”) are defined for the material properties in the case of the non-linear design concept. The failure of the system is controlled by the maximum limit strains of the concrete or the reinforcing steel. In consequence, the model selection of adequate stress-strain relations for the material description is fundamentally important for the non-linear simulations. The behaviour of the concrete under compression is modelled using Eq. (5) with  $\eta = \epsilon_c / \epsilon_{cl}$  and  $k = 1.05 \cdot E_{cm} \cdot |\epsilon_{cl}| / f_{cR}$  according to [9]:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \Rightarrow f_{cm} = f_{cR} = 0.85 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{ck} \Rightarrow \alpha_{cc} = 1.00 \quad (5)$$

The stress-strain relations under compression for the concrete superstructure and the concrete piers are shown in Fig. 5.

The material behaviour of the concrete cracking under tension is similar to the service load level, except the reduction factor  $\beta_t$ . The ultimate limit state is a short-term loading state. Hence, the reduction factor is time-indepen-

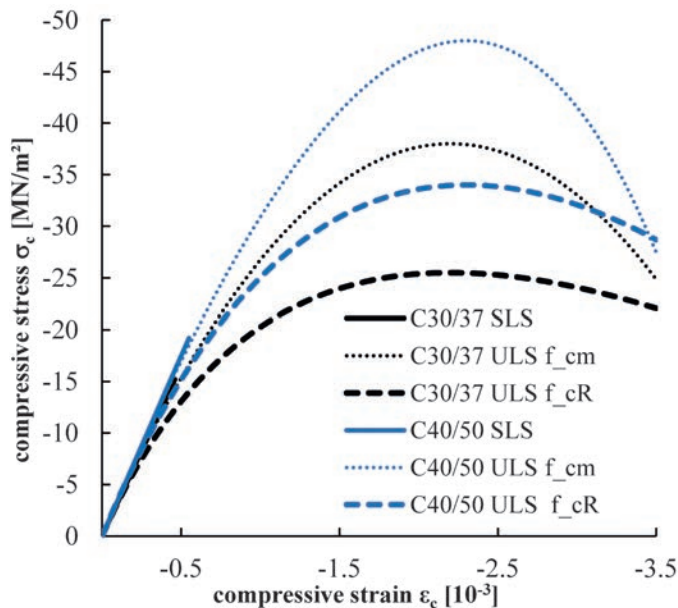


Fig. 5. Concrete Material models under uniaxial compression for serviceability limit state (SLS) and ultimate limit state (ULS), C30/37 for bridge piers, C40/50 for box girder Bild 5. Material-Modelle für Beton unter einaxialer Druckbeanspruchung für den Grenzzustand Gebrauchstauglichkeit (SLS) und Tragfähigkeit (ULS), C30/37 für die Brückenpfeiler, C40/50 für den Hohlkasten

dent and has a constant value of  $\beta_t = 0.40$ . The reinforcing and prestressing steel in the ULS are modelled as bi-linear materials with the “calculation values” according to [9] (see Tab. 1).

### 3.4 Model classes considered and structural response values

The variance based sensitivity analysis with the discrete random parameters quantifies the importance of the considered model classes in the global model of the structure. The model classes cracking of the concrete due to tension in the superstructure and in the piers, the creep and the shrinkage of concrete, the geometric non-linear kinematic, the thermal actions and the foundation stiffness are taken into account for the simulation of the semi-integral concrete bridges. Hence, 7 model classes are considered in the sensitivity analysis and the necessary number of model combinations in the SLS and ULS is  $2^7 = 128$ . Detailed comments according the material modelling of the concrete are explained above in Sec. 3.3. The creep and the shrinkage of the concrete are computed using the model according to Model-Code 90-99 [16]. The non-linear kinematic equation between the local displacements and the strains is considered for the model class geometric kinematic. Thermal actions of the superstructure and the piers are applied according to the specifications of Eurocode 1 [17]. The thermal loading condition of the superstructure is the contraction state with the constant part  $\Delta T_{N,con} = -26$  K and the linear temperature cooling gradient of the magnitude  $\Delta T_{M,cool} = -5$  K. The piers of the concrete bridge are loaded due to a linear temperature gradient of  $\Delta T_M = +5$  K. The vertical, the lateral and the rotational stiffness of the pile foundation are modelled by linear or non-linear springs according to *Randolph* [18], [19] and *Poulos* [20].

The sensitivity analysis according to the model classes considered is strongly dependent on the structural response values. The importance of the model classes will change with respect to the various response output values, which are typically the horizontal deformations, the vertical deformations, the concrete stresses, the reinforcing steel stresses and the prestressing steel stresses. Therefore, the presented results are limited to the concrete stresses at the bottom level of the prestressed single box girder. This concrete stress has to be limited in the serviceability limit state due to compression and is additionally controlled due to tension by the prestressing tendons (proof of decompression). In the ultimate limit state, the assessment of the importance of the model classes according to the concrete stress allows a clear insight in the potential structural stiffness reduction. The results of the sensitivity analysis according to the concrete stress at the bottom layer of the box girder considering the different pier heights and different limit states are shown in the Sec. 4.

## 4 Sensitivity analysis due to limit states and varying pier heights

In the following graphs of the subsections (Sec. 4.1 and 4.2), the horizontal axis express the position in the longitudinal direction of the superstructure. The side spans have a span length of 40 m and the mid span has a span length of 48 m. Therefore, the pier axes are illustrated in the graphs by vertical lines at the position 40 m and respectively 88 m. The

overall superstructure length of the semi-integral bridges is 128 m. The vertical axis in the graphs show the total-effects sensitivity index  $S_{Ti}$ , which takes the possible interactions between the model classes into account. A high influence of a certain phenomenon is expressed by higher sensitivity index. Therefore, the quality of the prediction of this partial model, compared with the less sensitive phenomena, will have a higher influence on the global model quality.

#### 4.1 Serviceability limit state

The assessment of the sensitivity of the different model classes considered is evaluated for the concrete stresses at the bottom level of the prestressed box girder. In case of the pier height of 5 m, Fig. 6 shows the results due to SLS. The results for the pier height of 10 m are similarly presented in Fig. 7. In general, a significant influence of the model classes shrinkage and creep of the concrete are visible in the range of the side spans and the mid span. These internal restraint effects induce additional strains in the concrete layers, which results in a high influence of both model classes caused by the statically indeterminate structure. At the position of the monolithic connection between the superstructure and the piers, the thermal action and the foundation stiffness have a recognisable sensitivity.

The influence of the bridge piers with the varying pier heights and the corresponding cross-section stiffness is mainly obvious at the connection frame point between the box girder and the rectangular piers. In case of the longer pier height of 10 m, the thermal actions at these longitudinal positions of the superstructure (both pier axes) have a

less influence on the concrete stress. The model class “thermal action” has a magnitude of the sensitivity for  $H_1 = 5$  m of  $S_{Ti} < 0.66$  and in case of  $H_2 = 10$  m of  $S_{Ti} < 0.54$ . The importance of the model class “foundation stiffness”, on the other hand, is concurrently changed from  $S_{Ti} < 0.20$  ( $H_1 = 5$  m) to  $S_{Ti} < 0.31$  ( $H_2 = 10$  m). This variation in the sensitivity of both model classes is caused by a higher flexibility of the longer bridge piers. In addition to the cross-section stiffness itself, the pile foundation model has a crucial influence on the prediction of this bridge pier stiffness. Therefore, the sensitivity of the model class “foundation stiffness” increases consequently.

#### 4.2 Ultimate limit state

The results of the sensitivity analysis due to the ULS are illustrated in case of the pier height of 5 m in Fig. 8 and are similarly presented for the pier height of 10 m in Fig. 9. The position of the traffic tandem load is applied at the left side span (position: 14.75 m). Hence, the higher loading condition in the range of the left side span cause more non-linear material response. In addition, this bending stiffness degradation is also recognizable at the left frame connection point between the box girder and the bridge pier. For the semi-integral concrete bridges, the visible importance of the restraint effects in the serviceability limit state are caused by the model classes “creep”, “shrinkage” and “thermal action”. In the ultimate limit state, the reduction of the cross-section stiffness due to the tensile cracking at various positions of the bridge results in the degradation of the restraint effects. The interaction between the material non-linear behaviour

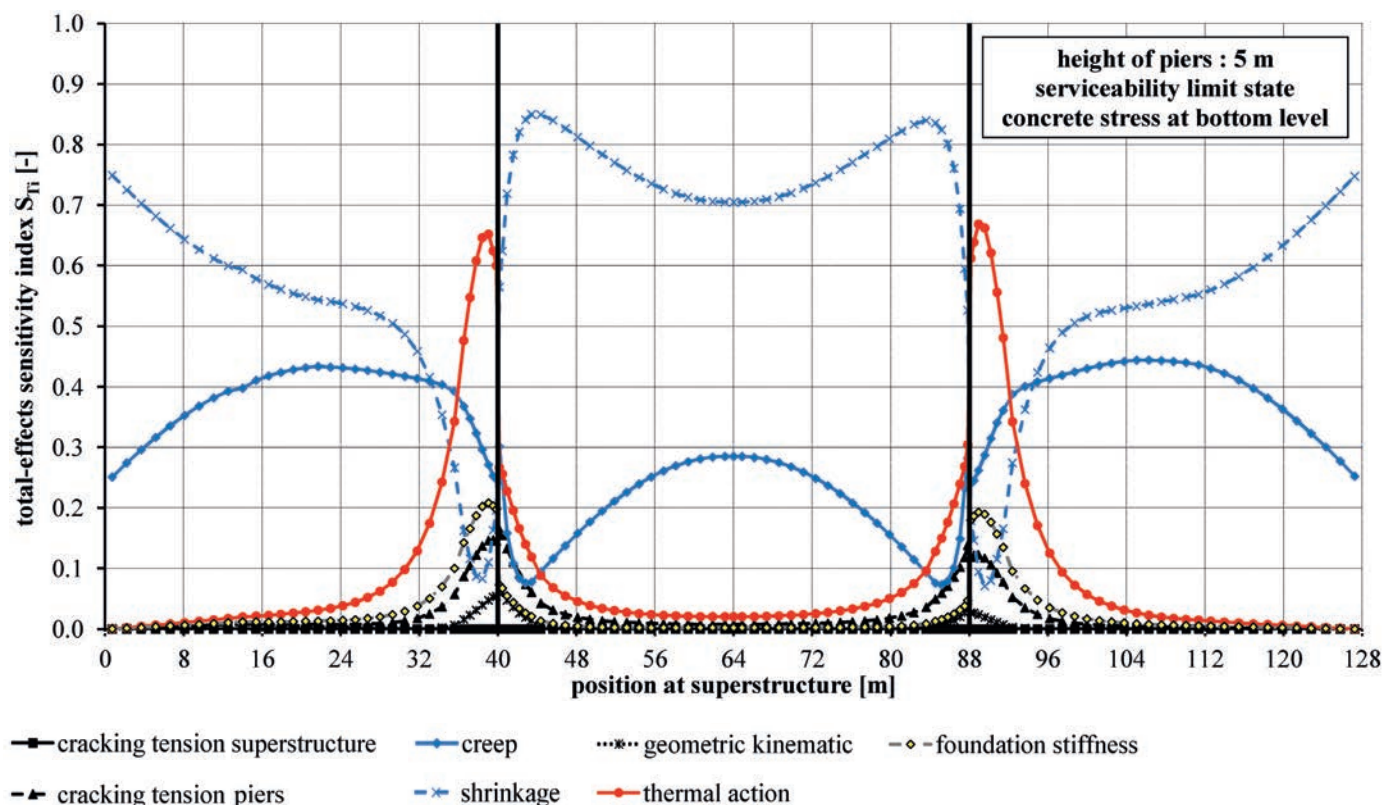


Fig. 6. Total-effects sensitivity index of model classes considered with respect to the length coordinate of the superstructure, pier height 5 m, serviceability limit state, concrete stresses at bottom level of box girder

Bild 6. Total-effects Sensitivitätsindex der berücksichtigten Modellklassen in Abhängigkeit der Längenposition am Brückenüberbau, Höhe der Brückenpfeiler 5 m, Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, Spannungen Unterseite Hohlkastenträger



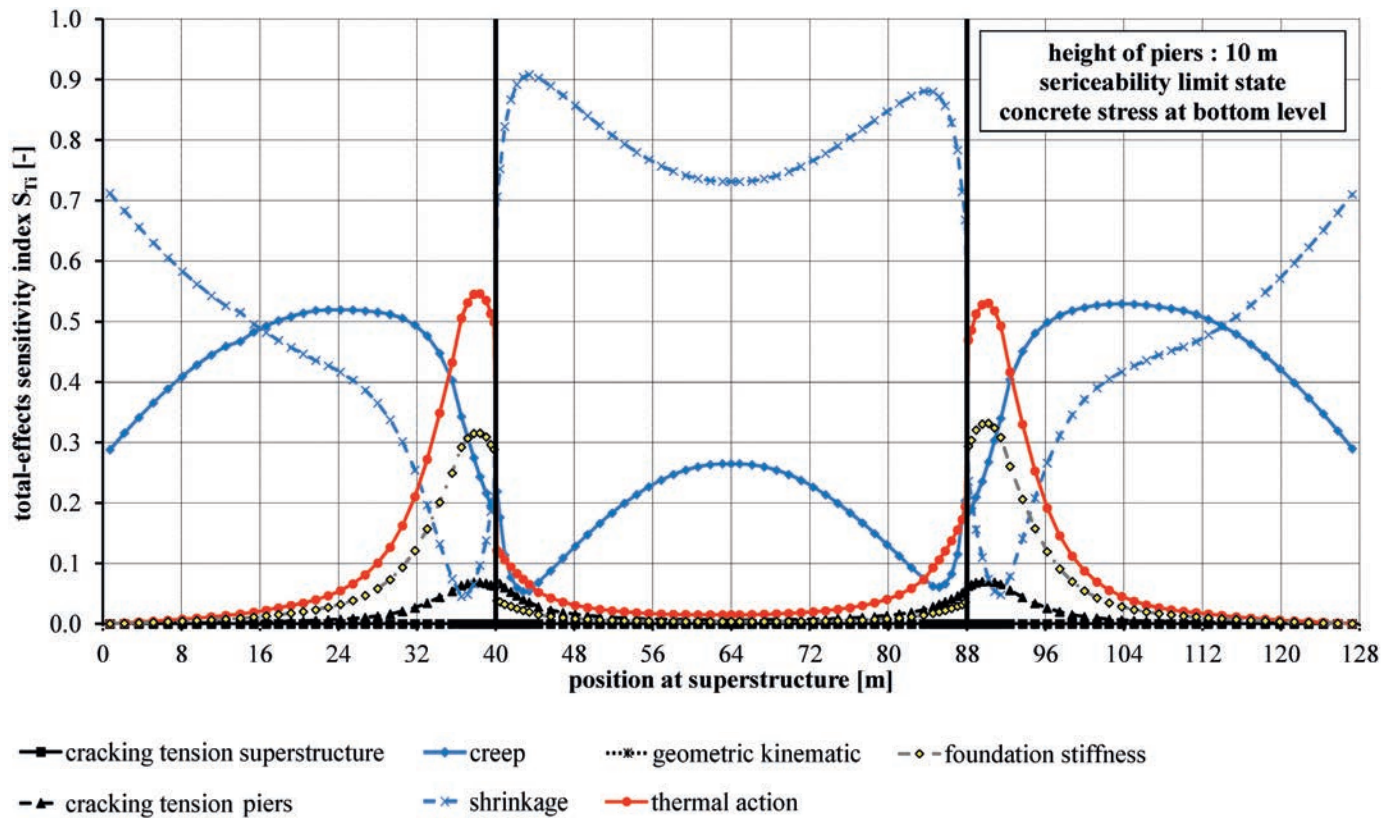


Fig. 7. Total-effects sensitivity index of model classes considered with respect to the length coordinate of the superstructure, pier height 10 m, serviceability limit state, concrete stresses at bottom level of box girder

Bild 7. Total-effects Sensitivitätsindex der berücksichtigten Modellklassen in Abhängigkeit der Längenposition am Brückenüberbau, Höhe der Brückenpfeiler 10 m, Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, Spannungen Unterseite Hohlkastenträger

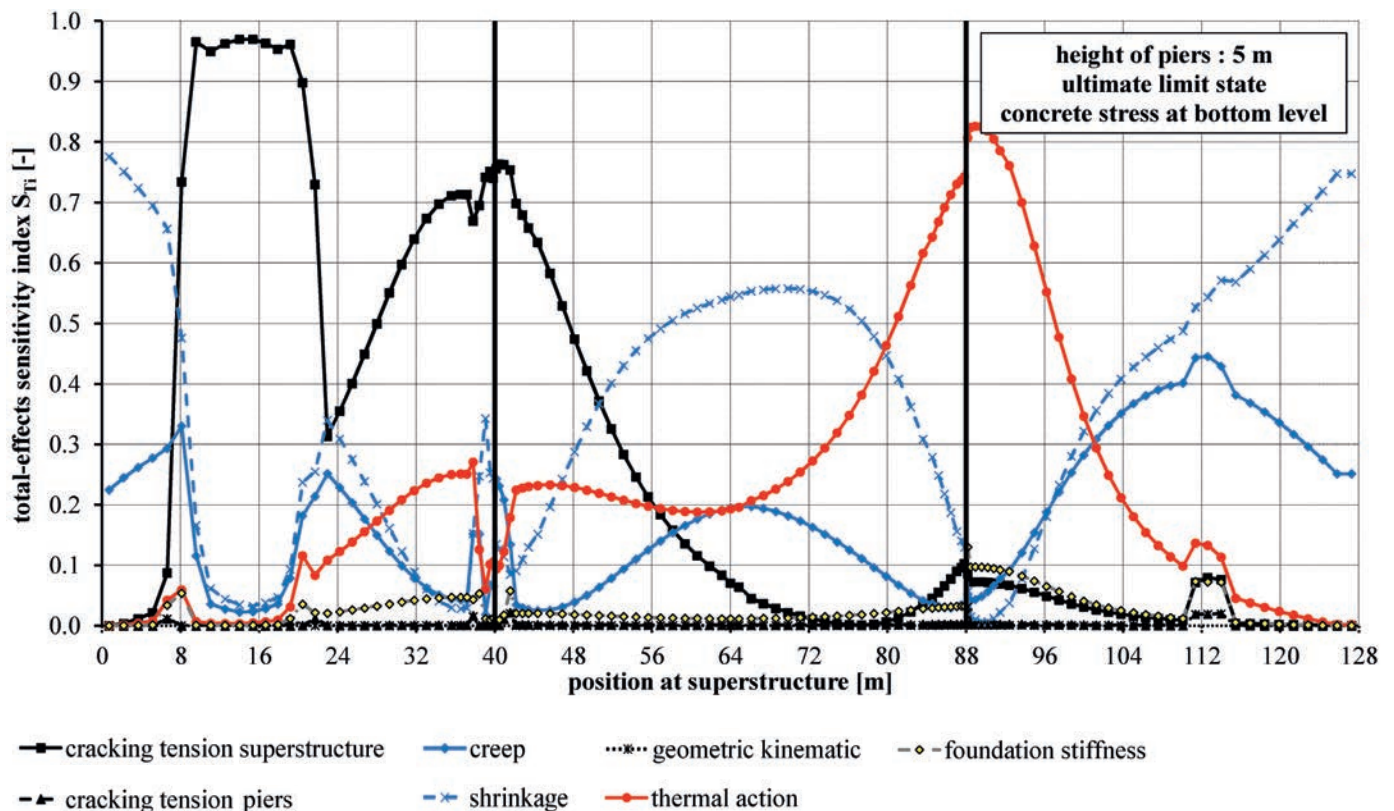


Fig. 8. Total-effects sensitivity index of model classes considered with respect to the length coordinate of the superstructure, pier height 5 m, ultimate limit state, concrete stresses at bottom level of box girder

Bild 8. Total-effects Sensitivitätsindex der berücksichtigten Modellklassen in Abhängigkeit der Längenposition am Brückenüberbau, Höhe der Brückenpfeiler 5 m, Grenzzustand der Tragfähigkeit, Spannungen Unterseite Hohlkastenträger



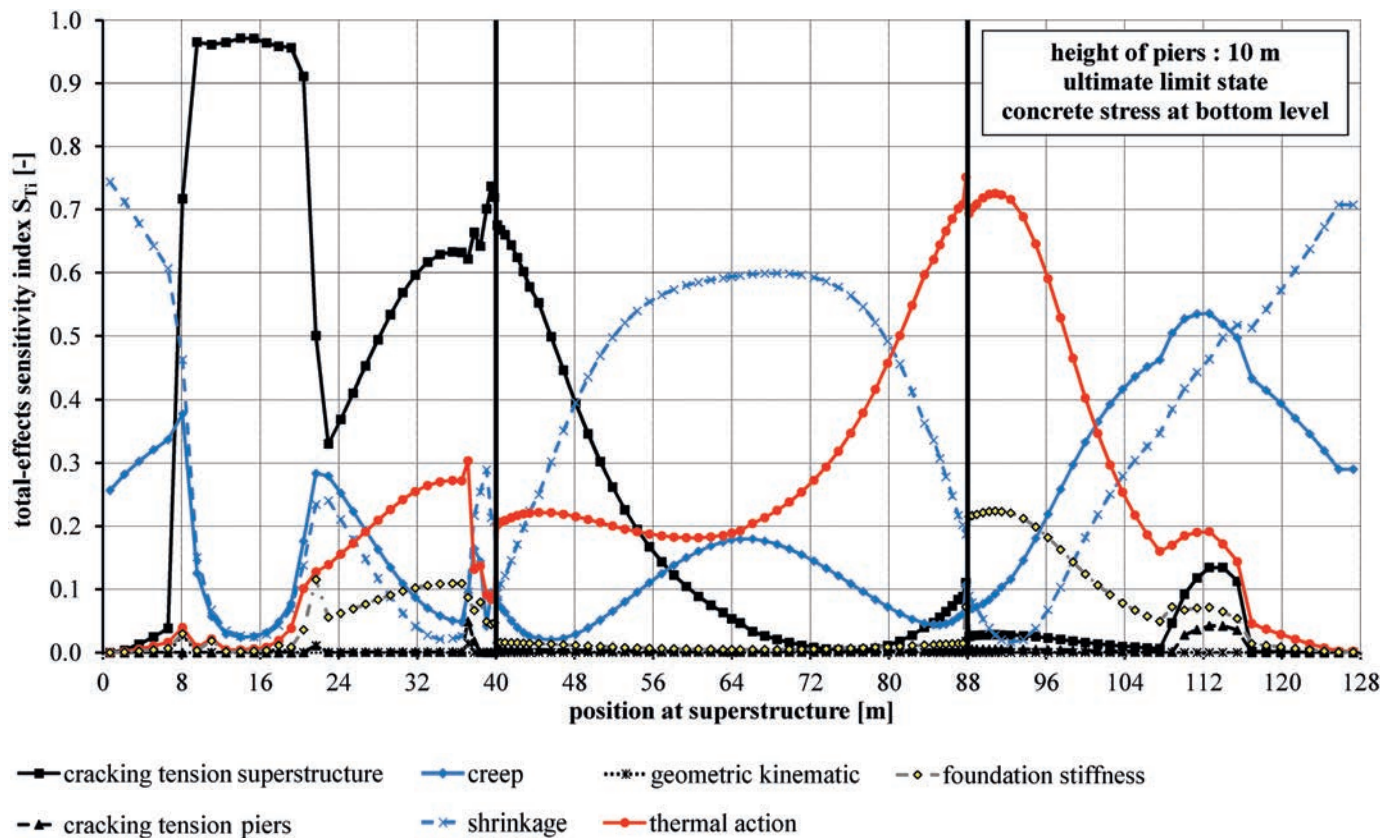


Fig. 9. Total-effects sensitivity index of model classes considered with respect to the length coordinate of the superstructure, pier height 10 m, ultimate limit state, concrete stresses at bottom level of box girder

Bild 9. Total-effects Sensitivitätsindex der berücksichtigten Modellklassen in Abhängigkeit der Längenposition am Brückenüberbau, Höhe der Brückenpfeiler 10 m, Grenzzustand der Tragfähigkeit, Spannungen Unterseite Hohlkastenträger

and the restraint effects are generally observable in statically indeterminate structures [21].

The comparison between the quantitative total-effect sensitivity indices for the bridge pier heights of 5 m and 10 m show a similar relation between the importance of the model classes in the left side span and the mid span. The high non-linear stiffness reduction (model class “cracking tension superstructure”) is so dominant, that the effect of the pier height on the sensitivity is overlapped in comparison to the other model classes. The prediction of the concrete stress at the bottom level of the box girder is mainly influenced in the ultimate limit state by the material modelling of the superstructure. In the range of the right side span, the loading level is less compared to the left side span (tandem traffic load at 14.75 m). Hence, the allowance of the cracking of the superstructure is less important. This will change in the opposing way, if the point of applied load for the tandem load is transferred to the right span. However, some importance of the tensile cracking of the box girder and a noticeable interaction between the restraint phenomena and the non-linear material is also visible at the right span.

## 5 Conclusion

The load-bearing behaviour of semi-integral concrete bridges with a prestressed box girder superstructure and various reinforced rectangular concrete piers with varying pier heights and cross-sections are analysed due to the serviceability and ultimate limit state. The quantification of the importance of different phenomena using variance based sensitivity indices

allows a clear insight in the structural load-bearing behaviour. In order to evaluate the prediction quality of the global structural models, it is necessary to quantify the importance of the considered model classes in the global model of the structure. Therefore, the presented results according to the semi-integral concrete bridges with varying pier heights illustrated the importance of various phenomena. The model classes considered in the paper are the material modelling of the superstructure and the piers, the creep and the shrinkage of the concrete, the geometric kinematic, the thermal actions and the prognosis of the foundation stiffness. The sensitivity is analysed according to the concrete stress at the bottom level of the superstructure as one of the critical design criterion for concrete bridge structures in the serviceability and ultimate limit state. In the SLS, the influence of the varying pier heights according to the importance of the model classes is visible. The higher flexibility of the longer piers for the semi-integral structure reduces the importance of the restraint phenomena. In the ULS, the non-linear material modelling is the significant model class. Therefore, the stiffness degradation reduces decisively the importance (SLS to ULS) of the restraint model classes “creep”, “shrinkage” and “thermal action”. In the range of the side spans and the mid span, the relation between the sensitivity of the model classes for the varying pier heights is generally comparable in SLS and ULS. However, significant variations in the magnitude of the sensitivities of the phenomena due to the varying pier flexibilities are recognisable in the range of the monolithic connection between the superstructure and the piers.

## Acknowledgement

The results have been developed in close collaboration between the Bauhaus-Universität Weimar and the Tongji University.

## References

- [1] Keitel, H., Stutz, H., Jung, B., Motra, H. B.: Prognosequalität eines Gesamtmodells – Einfluss verschiedener Kopplungsszenarien auf die Interaktion Struktur – Boden. Bautechnik 2013 Sonderdruck „Modellqualitäten“ 90 (2013) S. 19–25.
- [2] Chacón, R., Mirambell, E., Real, E.: Strength and Ductility of concrete-filled tabular piers of integral bridges. Engineering Structures 46 (2013), pp. 234–246.
- [3] Kim, W.S., Laman, J.A.: Numerical analysis method for long-term behavior of integral abutment bridges. Engineering Structures 32 (2010), pp. 2247–2257.
- [4] Schenkel, M., Marx, S., Krontal, L.: Innovative Großbrücken im Eisenbahn-Hochgeschwindigkeitsverkehr am Beispiel der Neubaustrecke Erfurt – Leipzig/Halle. Beton- und Stahlbetonbau 104 (2009), H. 11, S. 782–789.
- [5] Zordan, T., Briseghella, B., Lan, C.: Parametric and pushover analyses on integral abutment bridge. Engineering Structures 33 (2011), pp. 502–515.
- [6] Sobol, I.: Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. Mathematical Modeling & Computational Experiment 1 (1993), pp. 407–414.
- [7] Homma, T., Saltelli, A.: Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models. Reliability Engineering and System Safety 52 (1996), pp. 1–17.
- [8] Brühwiler, E., Menn, C.: Stahlbetonbrücken. Wien: Springer-Verlag 2003.
- [9] German Institute for Standardization: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings (DIN EN 1992-1-1:2011-01, including DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01). Berlin: Beuth Verlag 2011.
- [10] German Institute for Standardization: Reinforcing steels – Part 1: Grades, properties, marking (DIN 488-1). Berlin: Beuth Verlag 2009.
- [11] German Institute for Standardization: Prestressing steels – Part 3: Strand (DIN prEN 10138-3). Berlin: Beuth Verlag 2000.
- [12] German Institute for Standardization: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 2: Concrete bridges – Design and detailing rules (DIN EN 1992-2:2010-12, including DIN EN 1992-2/NA:2012-04). Berlin: Beuth Verlag 2010.
- [13] Rossner, W., Graubner, C.-A.: Spannbetonbauwerke – Teil 4: Bemessungsbeispiele nach Eurocode 2. Berlin: Ernst & Sohn 2012.
- [14] German Institute for Standardization: Eurocode: Basis of structural design (DIN EN 1990:2010-12, including DIN EN 1990/NA:2010-12, DIN EN 1990/NA/A1:2012-08). Berlin: Beuth Verlag 2010.
- [15] International Federation for Structural Concrete: Model Code 2010 – Final draft. International Federation for Structural Concrete, Lausanne: 2012.
- [16] Comité Euro-International du Béton: Structural concrete: Textbook on behaviour, design and performance – Updated knowledge of the CEB-FIP Model Code 90: volume 1-3. Comité Euro-International du Béton, 1999.
- [17] German Institute for Standardization: Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-5: General actions – Thermal actions (DIN EN 1991-1-5). Berlin: Beuth Verlag 2010.
- [18] Randolph, M.F., Wroth, C.P.: An analysis of the vertical deformation of pile groups. Géotechnique 29 (1979), H. 4, S. 423–439.
- [19] Randolph, M.F.: The response of flexible piles to lateral loading. Geotechnique 31 (1981), H. 2, S. 247–259.
- [20] Poulos, H.G.: Behavior of laterally loaded piles: II Pile groups. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division 97 (1971), No. 5, pp. 733–751.
- [21] Jung, B., Morgenthal, G., Timmler, H.-G., Schröter, H.: Restraint Effects in Reinforced and Prestressed Concrete Structures. International Association for Shell and Spatial Structures, International Association for Bridge and Structural Engineering – IABSE-IASS 2011 Symposium, London, 20–23 September 2011.

## Authors

Bastian Jung M.Sc.  
 Bauhaus-Universität Weimar  
 Research Training Group 1462  
 Berkaer Straße 9, 99423 Weimar  
 bastian.jung@uni-weimar.de

Prof. Dr. Guido Morgenthal  
 Bauhaus-Universität Weimar  
 Institute of Modelling and Simulation of Structures  
 Marienstraße 13, 99421 Weimar  
 guido.morgenthal@uni-weimar.de

Prof. Ph.D. Dong Xu  
 Tongji University  
 Department of Bridge Engineering  
 1239 Siping Road, Shanghai 200092  
 xu\_dong@tongji.edu.cn

# Fatigue assessment of a riveted railway steel bridge

## Application of different practical approaches

Fatigue is an important failure mode for bridges under dynamic loadings. The major concern of this paper is to estimate the remaining fatigue life of each structural member of a severely corroded historical riveted steel railway bridge, which was in service for more than 100 years. A numerical model of the structure in its current condition was used to evaluate the stress distribution in the bridge during a train passage. Based on extracted information from numerical simulations using several numerical models with respect to stress concentrations, a full-scale laboratory fatigue test setup was developed. The comparison between numerical and experimental results was taken into account within the assessment of the quality of the numerical models. This process also included a model calibration.

**Keywords:** numerical simulation, train model, fatigue test, remaining fatigue life, railway steel bridge

**Ermüdungsbeurteilung korrodierteter Stahlbrücken - Anwendung von verschiedenen praktischen Annäherungen.** *Materialermüdung kann ein wesentlicher Schadensmechanismus für dynamisch beanspruchte Stahlbrücken sein. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Abschätzung der Restnutzungsdauer der einzelnen Tragwerkselemente einer stark korrodierten, in Stahlbauweise errichteten Eisenbahnbrücke mit einem Alter von mehr als 100 Jahren. Ein numerisches Modell des Tragwerks im geschädigten Zustand wurde verwendet, um die Spannungsverteilungen in der Brücke während Zugüberfahrten auszuwerten. Basierend auf ausgewählten Ergebnissen der numerischen Simulationen mit verschiedenen numerischen Modellen in Hinsicht auf Spannungskonzentrationen wurde eine Versuchsanordnung für großmaßstäbliche Dauerschwingversuche entwickeln. Der Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen wurde in die Bewertung der Qualität der numerischen Modelle einbezogen. Die Modellkalibrierung war Bestandteil der Untersuchungen.*

**Keywords:** Simulation, numerische; Zugmodell; Ermüdungstest; Restnutzungsdauer; Eisenbahn-Stahlbrücke

### 1 Introduction

The Assessment of the current condition of steel railway bridges is of increasing interest in many countries of the world. One of the main reasons for the increased interest and frequency in published work are limited budgets for the replacement of aging steel bridges in conjunction with an increasing demand on railway traffic [1]. Over recent decades the cruising speed of rail traffic has increased considerably within Europe. At the same time a trend towards higher axle loads is recognizable as well. Apart from the technological developments achieved in the field of high-speed and freight trains, several measures have been required on the railway track. Whereas these requirements are usually met on the free track, on railway bridges resonance effects may cause serious problems in terms of dynamic response. From a static point of view, only the bridges are the bottle-neck and limiting factor for operation of higher axle loads. Triggered by these aspects, a specific chapter in EC 1 [2] is dedicated to dynamic calculations of railway bridges and several guidelines such as DB 805 [3], ONR 24008:2006-12-01 [4], cover recalculations of bridges subjected to increased life loads.

The simply supported bridge which is analyzed in this paper has been constructed around 1904 as part of the 71.15 km long railway route connecting Wolframshausen and Erfurt (Fig. 1). This route served mainly for the transportation of salts from salt mines in the neighboring district and wooden logs for the production of timber. Therefore this bridge was loaded with heavy cargo trains for more than a century. From 2000 to 2010 the bridge was mostly passed by lighter passage trains consisting of two wagons with a maximum speed of 120 km/h and an axel



Fig. 1. General view of the bridge which was in service from 1904 to 2010

Bild 1. Ansicht der Brücke, die von 1904 bis 2010 in Betrieb war



load of 15 ton. After 2010, the bridge has been transferred to the structural laboratory of the Bauhaus-Universität, Weimar.

The overall study of this project can be summarized by three main parts. The first part is about the numerical analysis of the bridge. It covers the numerical modelling of the bridge and the simulation of train load passages using the software Ansys. The dynamic analysis and extraction of stress and strain distributions including the identification of hot spots are also described. The second part focuses on the experimental testing of the bridge in the laboratory. Based on the numerical results the identified hot spots were instrumented with gauges for load tests. Furthermore, modal tests were performed. This also included the interpretation and analysis of data collected from site experimental testing. In the third part about some experimental results obtained from a constant amplitude time series loading setup is reported. The chosen loading was assumed to represent the actual train load that was acting on the structure. From these tests the stress concentrated parts were identified.

In this article the approaches for the estimation of the remaining life time according to the following codes of practices are compared.

1. 'Contractual security of existing railway bridges' from the DB 805 [3] of German Federal Railway
2. ONR 24008:2006-12-01 [4] 'Assessment of the carrying capacity of existing road and railway bridges' load in combination with a coefficient collectively to DB 805
3. 'Contractual security of existing railway bridges' from the EUROCODE 3 (EC 3) [5]

## 2 Numerical model

### 2.1 Assessment of fatigue

Referring to loaded structural/mechanical components, fatigue failure can be defined as: Failure at stresses well below the tensile strength of the material if subjected to repeated or alternating loads which never are sufficient to cause failure in a single application. Fatigue failure of ductile materials under alternating load occurs in a quasi-brittle manner which usually involves crack initiation and propagation or growth until it reaches a critical size that causes the final failure or separation of the component [6].

Structures subjected to loads at variable times and with different characteristics and magnitude, such as bridges, face a localized fatigue damage caused by the cumulative effects of cyclic loading which forms a plastic deformation at or near the locations of the structural component at which maximum stresses occur which in turn induces a permanent damage and development of crack. Generally, before the final fracture mechanism occurs, a crack will pass the steps of crack nucleation, short crack growth and long crack growth [7].

Although several rules have been proposed, the linear damage assessment model, known as *Palmgren-Miner* linear-cumulative-fatigue-damage-theory (*Miner's Rule*), is the most commonly used approach which accounts for the random variable loadings in spite of its limitations [6]. In this rule the fatigue damage is linearly related to the cycle ratio regardless of the stress level. This linear relationship assumes that the damage caused by parts of a stress signal

with a particular range can be calculated and accumulated to the total damage separately from that caused by other ranges. The damage at a certain stress level  $i$  is defined as

$$D_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (1)$$

Accordingly, the total accumulated damage becomes

$$\sum D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \geq 1 \quad (2)$$

where  $n_i$  is number of cycles at the  $i_{th}$  stress level and  $N_i$  denotes the number of cycles to failure corresponding to the  $i_{th}$  stress level. The damage ratio  $n_i/N_i$  describes the incremental damage that results from the block of stress range cycle  $S_i$  that occurs  $n_i$  times. Failure occurs when the total sum of incremental damage at each stress level equals or exceeds unity.

On the other hand for code driven calculations for historical steel structures the most critical question in the related technical literature often to be asked, is that of which S-N curve appropriately describes the high-cycle fatigue strength of riveted members and connections. As in EC 3 appropriate data and methodologies for assessing the nominal stress generation in riveted connections are not explicitly given, an approach suggested by *Taras and Greiner* [8] is applied in this paper. The methodology described in [8] is based on a thorough collection and selection of the most important, internationally available fatigue test data, the classification of the data pool according to the structural detail following mechanically sensible lines and a statistical evaluation of the categorized data.

The proposal (now contained in ONR 24008) is summed up by a newly developed fatigue class catalogue, in the work of *Taras and Greiner* [8]. As customary,  $\Delta\sigma_c$  gives the fatigue resistance in terms of the nominal stress range in MPa at  $N = 2 \times 10^6$  load cycles. Instead of a mixed slope approach of fatigue strength curves as described in EC3 (see in Fig. 2), *Taras and Greiner* selected a constant slope of  $m = 5$  to define the fatigue strength value. The main reason for this choice was, that the value lies in the central range of the 90 % confidence interval for the slope of the statistically calculated value of  $m$  for the two best-

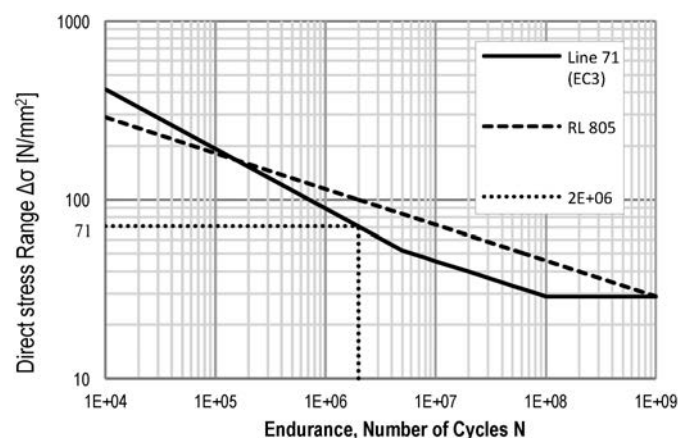


Fig. 2. Fatigue strength curves for direct stress range according to EC 1 and DB 805

Bild 2. Betriebfestigkeitskurven für direkte Schwingbreite nach EC 1 und RiL 805

established and documented detail categories 1 (symmetrical joint with splices plates) and 2 (continuous connection of flange angles and web plates in built up girders), which can be found in Table 3 in [8]. It is supported by a substantial amount of data and a solid statistical foundation. On the other hand,  $m = 5$  is the slope that is in use for the design and assessment of riveted bridge components according to [9]. The advantage of this constant slope is, that the assumptions for the loading conditions as given in [2], and particularly the damage equivalence factors  $\alpha$  which are comparable to the factors  $\lambda$  in [5] can be applied without modification.

## 2.2 Numerical modelling of the bridge and train simulation

The Erfurt-Wolkramshausen Bridge is a small riveted steel railway bridge which was in service for more than 100 years. Its span is 6.4 m and the width is 1.9 m. A finite element model of the bridge was considered. The considered material parameters assuming linear material behaviour for the modelling are Young's modulus  $E = 2.1e + 11 \text{ N/m}^2$ , mass density  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$  and Poisson's ratio  $\nu = 0.3$ . The supports of the bridge were modelled as clamped sup-

ports which was outcome of an experimental modal analysis of the bridge. This part of the experimental investigation not being concern of this paper is not discussed here. As the bridge was severely corroded and has several holes (Fig. 3), these degradations were numerically modelled by reducing the stiffness of the respective elements.

For the dynamic analysis of this bridge the passage of a train of type VT 642 and of single locomotives of types BR 232 and G 1206 respectively, were simulated following the numerical formulation of moving loads. The most important information about these vehicles is summarized in Table 1.

For simplicity the methodology is explained here the only for one train, VT 642 (Fig. 4).

In the definition of the loads, the weights of the boogies are included in the axle loads. Since the bridge has a span of 6.4 m, not more than two axles are situated on the bridge at any instant. However to observe the effect of residual stresses, which is a key factor for fatigue assessment, the full train has been considered and the analysis has been performed for both corrosive and non-corrosive cases.

Under consideration of the VT-642 train passage only 2 time steps of loading are shown in Fig. 5.



Fig. 3. Left: FE model of the bridge, right: corrosion and holes in cross girders  
Bild 3. Links: FE-Modell der Brücke, rechts: Korrosion und Löcher in Querträger

Table 1. Bridge and vehicle parameters  
Tabelle 1. Brücken und Fahrzeugparameter

Variables	data of train VT 642	data of train BR 232	data of train G 1206
Length [m] span	41.2 (33.9)	20.83 (16.05)	14.7 (9.6)
No. of axles	6	6	4
Distance between axles	3.65/1.9/13.725/2.65/ 13.725/1.9/3.65	2.39/1.85/1.85/8.65/ 1.85/1.85/2.39	2.55/2.4/4.8/2.4/2.55
Load on each axle including boogie [t]	15	20.5	22.5
Service speed [km/hr]	120	100–140	80–100



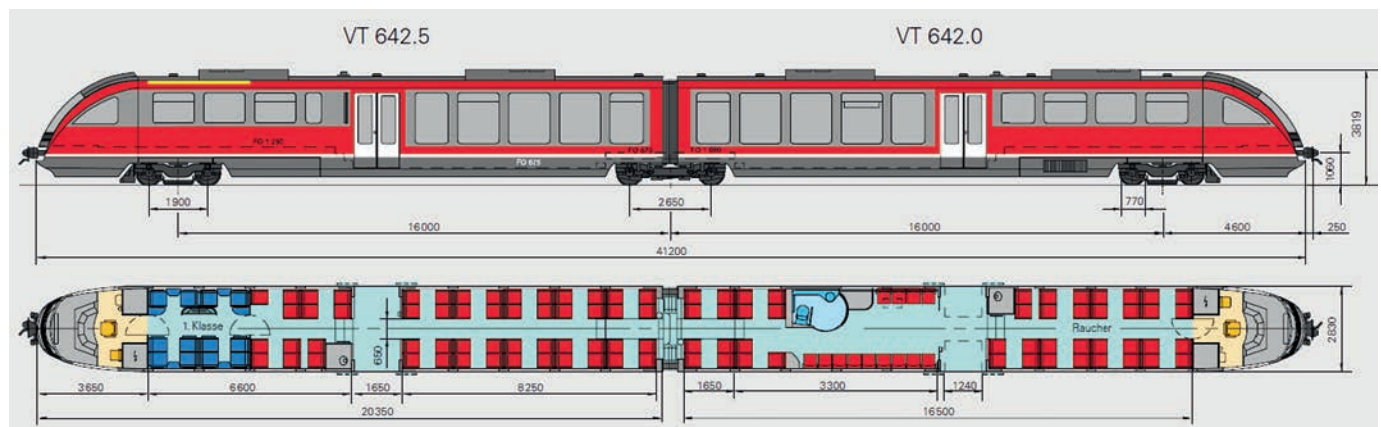
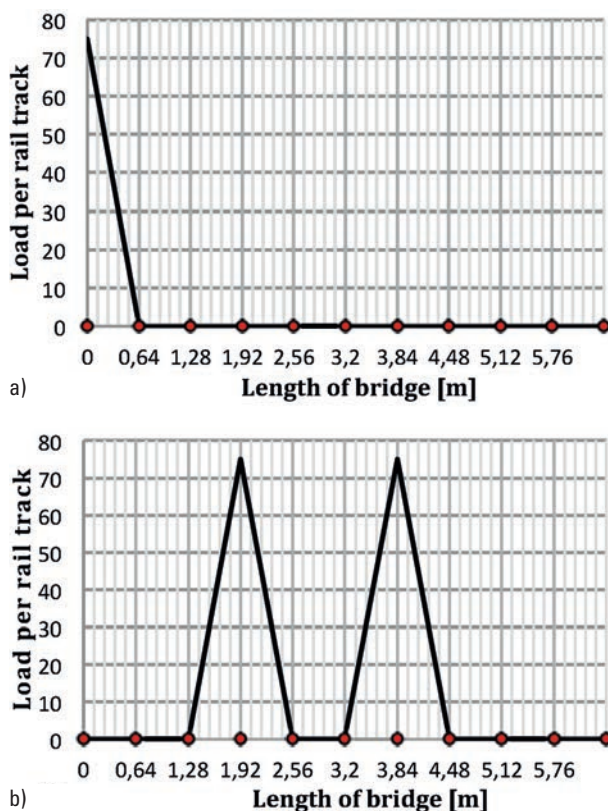


Fig. 4. Side and top view of the VT 642 [10]

Bild 4. Ansicht und Grundriss des Zugs der Baureihe VT 642 [10]

Fig. 5. Load distribution at time a)  $t = 0$  sec andb)  $t = 0.1344$  secBild 5. Lastverteilung zu Zeitpunkten a)  $t = 0$  s und b)  $t = 0,1344$  s

### 2.3 Identification of hot spots in the structure

The regions where high stress concentrations occur in the structure are called hot spots. The identification of these areas is necessary for both the numerical assessment and the preparation of experimental in-situ or laboratory tests. Stress and displacement data at hot spots extracted from the numerical model were compared with experimental results.

An important parameter that was taken into account is corrosion which was also the major reason for the replacement of the structure. The investigation of the effect of severe local corrosion was the major issue of the described investigations. The topic of stress concentrations

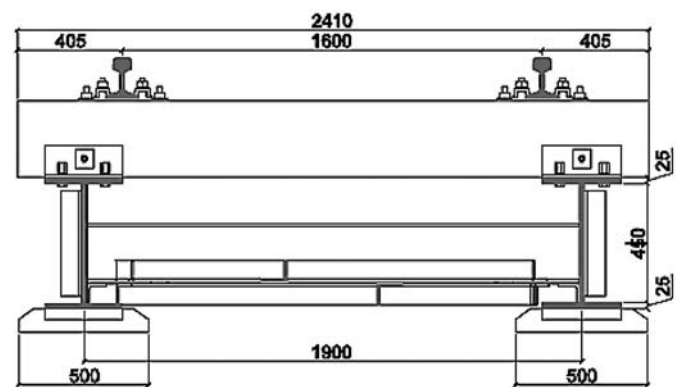


Fig. 6. Cross-section of the bridge including the rails

Bild 6. Querschnitt der Brücke mit Schiene und Schwelle

and fatigue at notches due to corrosion is hardly addressed in respective guidelines.

When the bridge was in service, the rails were not installed in the axes of the main girder as indicated in Fig. 6. Hence, the traffic loads acted on the main girder with an eccentricity. To investigate both the influence of corrosion and the effects of load eccentricity on the stress distributions, several load structure model combinations were investigated, as summarized in Fig. 7.

The loading position that resulted in both maximal deflections and stresses varied slightly for the considered models (Fig. 7). But in most cases the maximal stresses were obtained when the train bogie is exactly in the middle of the bridge, see the loading condition of Fig. 5b). Fig. 8 shows the distribution of Von Mises stress of the bridge under this loading condition.

An interesting observation from the analysis based on different assumptions for the load eccentricities concerned the location of the hot spots. For the concentric load case the stresses were concentrated near the support as no deformation is allowed in the model at supports. But for the other two loading cases the locations of maximum stresses were different. A load with eccentricity generates torsion in the main girders which in consequence leads to higher stress in the connection with the cross beams, mainly in the gusset angles.

The model with corroded details did not show noticeable differences in stresses. The reason for this observation



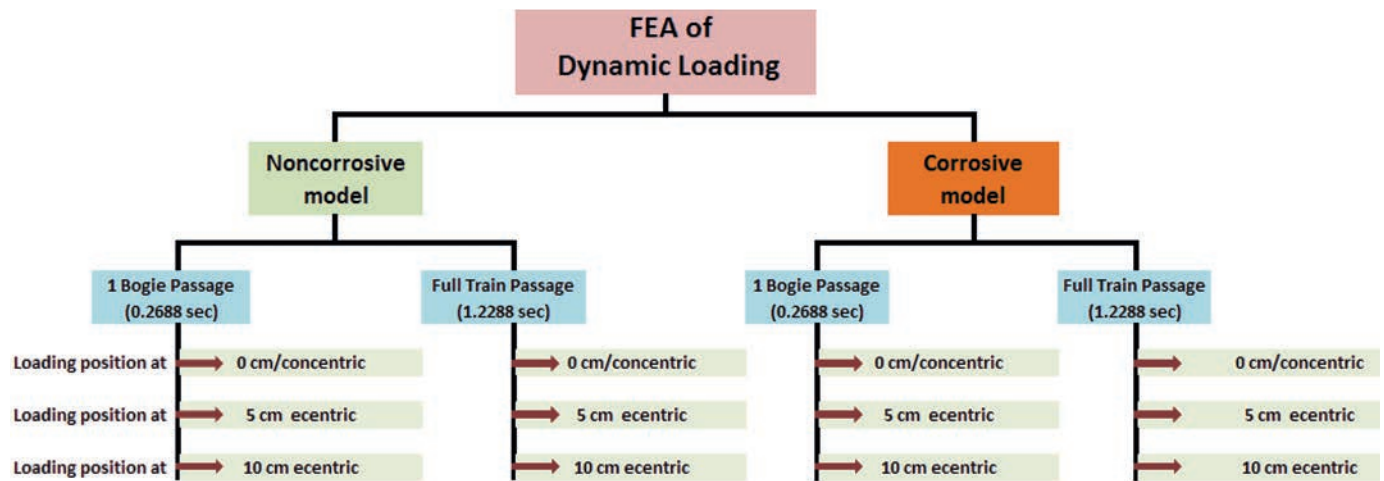
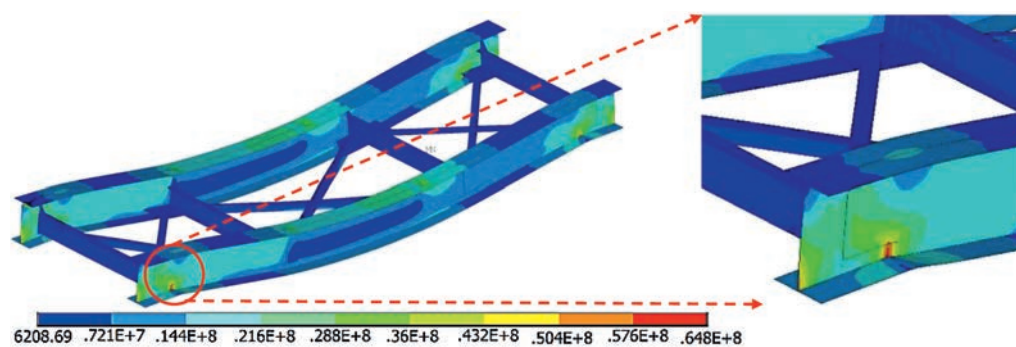
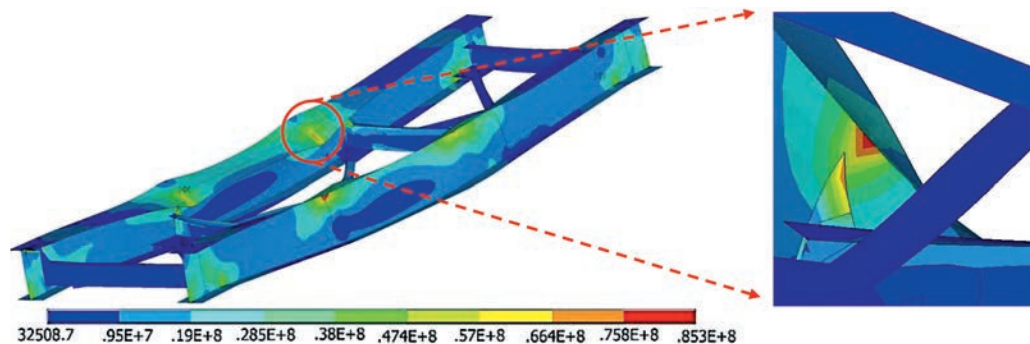


Fig. 7. Summary of used structural and load models

Bild 7. Zusammenfassung der verwendeten Modelle für Bauwerk und Belastung



a) Hot spots near support at the main girders are under concentric loading



b) Hot spots at gusset angle when the main girders are under eccentric (5 cm and 10 cm) loading

Fig. 8. Von Mises Stresses for the model considering corrosion, load in mid-span a) concentric load b) load eccentricity of 5 cm

Bild 8. Von Mises-Spannungen für das Modell mit Berücksichtigung der Korrosion, Last in Brückenmitte a) konzentrische Last-einleitung, b) Belastungsex-zentrität von 5 cm

is that the corruptions are situated at locations with very low nominal stresses, such as the connections, which are classically considered as hinges.

## 2.4 Comparison between numerical and experimental results

As one of the key goals of this project was the assessment of fatigue analyses, a respective laboratory test setup of the loading had to be proposed. For validation in the pretest phase a quasi-static ramp loads with incrementally increased amplitudes applied to the bridge. The whole bridge was instrumented with Linear Variables Differential Transformers (LVDTs) and strain gauges to measure local displacements and strains, respectively, as shown in Fig. 9. The hot spots identification from the numerical analyses helped to define the positions of strain gauges, at locations

for which maximum stresses were expected. The LVDTs were located such that the displacements both at the supports and near mid-span could be measured.

The experimental ramp loading was also simulated with the FE model. Comparison between numerically and experimentally obtained structural responses showed the best agreement between simulations and test for the model with 5 cm load eccentricity as indicated in Figs. 10 and 11.

The numerical displacements were lower than those measured in the test while the numerical Von Mises stresses were higher than those derived from the measured strains. One possible explanation is that the stiffness of structure assumed in the model did not agree with that of the existing structure. Besides that, the numerical supports are modelled as clamped supports while the supports showed in the experimental test vertical motion and rotation, which apparently

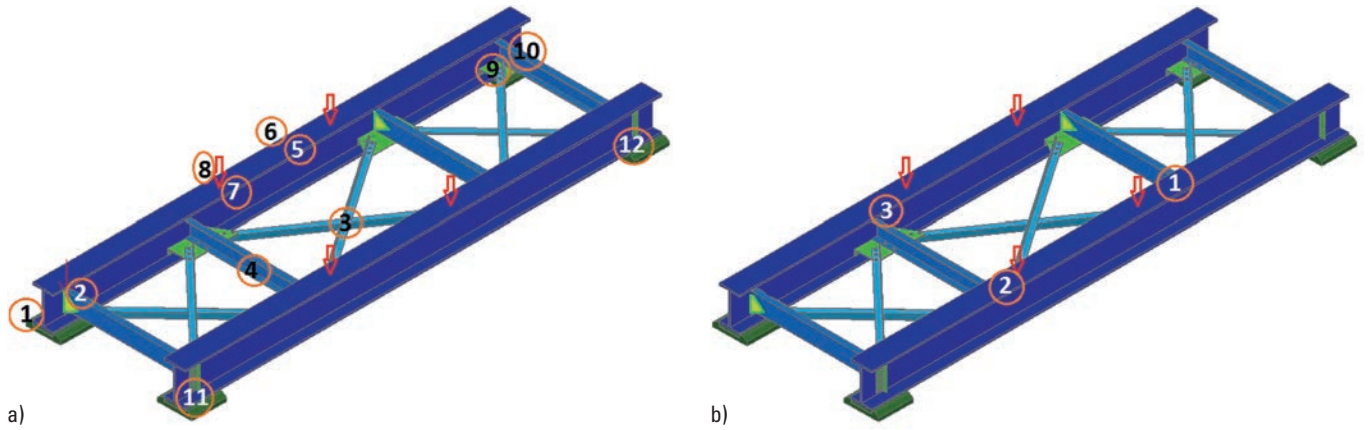


Fig. 9. a) Locations of LVDT (Linear Variables Differential Transformer) and b) locations of strain gauges on the bridge  
Bild 9. a) Lage der IWT (Induktive Wegaufnahme Transducer) und b) Lage der DMS (Dehnmessstreifen) an der Brücke

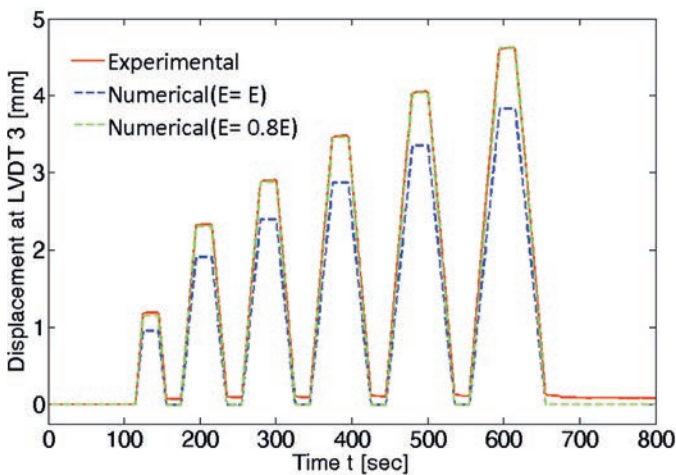


Fig. 10. Comparison between numerical and experimental displacements of LVDT 3  
Bild 10. Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Verschiebungen IWT 3

refers to different boundary conditions. By reducing the Young's modulus to 80 % of the original value of  $2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$  results in a good agreement between numerical and experimental displacements at mid span as shown in Fig. 10. The stress values, however, still deviate considerably.

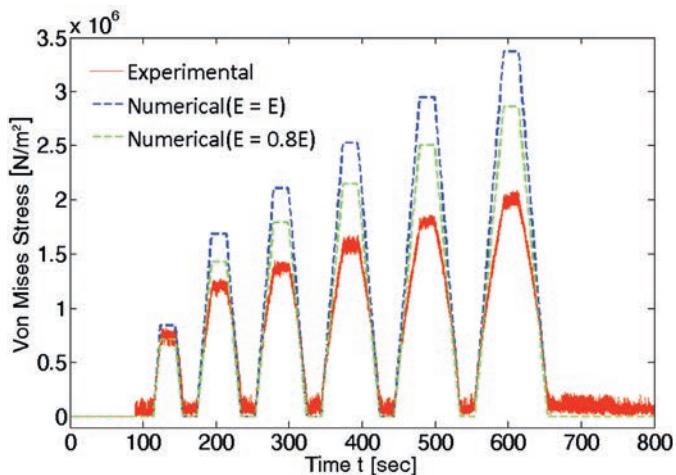


Fig. 11. Comparison between experimental and numerical Von Mises Stress in gusset plate A3, strain gauge 1  
Bild 11. Vergleich zwischen experimentellen und numerischen Von Mises-Spannungen in Knotenblech A3, DMS 1

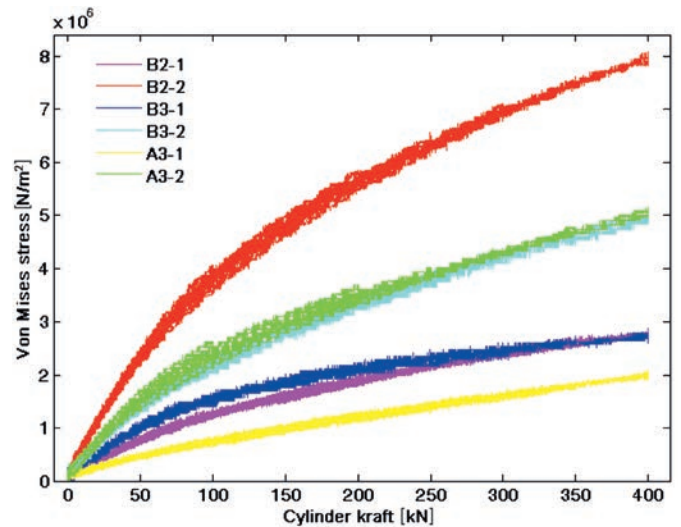


Fig. 12. Von Mises Stress vs. cylinder load  
Bild 12. Von Mises-Spannung in Abhängigkeit der Zylinderkraft

Fig. 12 plots the Von Mises stress vs. applied load. This graph apparently shows a nonlinear behaviour of the system that was not taken into account in the linear numerical finite element model.

### 3 Estimation of remaining fatigue life

Fatigue assessment of railway bridges according to RiL 805 [3] is usually performed based on the assumption of the static load model UIC 71, often referred to as LM 71 (see Fig. 13). It is characterized by a symmetrical load assembly and applied in connection with the dynamic coefficient  $\Phi$ ,

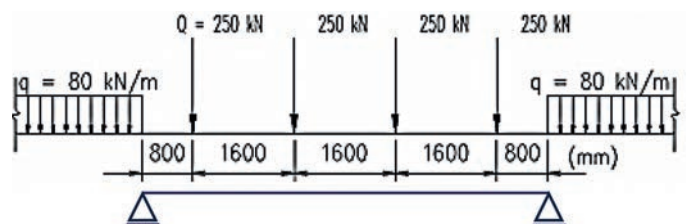


Fig. 13. Schematic diagram of UIC 71 load model on the Erfurt-Wolkramshausen Bridge  
Bild 13. Schematische Darstellung des UIC 71-Last-Modells auf der Erfurt-Wolkramshausen-Brücke



Table 2. Remaining life (in years) of the individual structural element of the bridge  
Tabelle 2. Verbleibende Lebensdauer (in Jahren) der einzelnen Bauelemente der Brücken

	Name of methods	Main Girder	Cross Girder	Bracing	Inside Gusset Plate	Outside Gusset Plate	Connection Plate	Gusset angle
Code with loading UIC 71	DB 805, concentric loading	–4	84*	83*	84*	70*	–34.5	84*
	DB 805, 5 cm eccentric loading	–41.5	11	75.5*	83*	80.5*	–36	–54
	ONR 24008 $\gamma_{MF} = 1.15$ , concentric loading	–39.5	83.5	80	84	37	–50.5	83
	ONR 24008 $\gamma_{MF} = 1.15$ , 5 cm eccentric loading	–52.5	–32.5	53	79	70	–51	–55.5
	EC3 $\gamma_{MF} = 1.15$ , concentric loading	–56.5	27024	8766.5	94483.5	103.79	–83.5	11972
	EC3 $\gamma_{MF} = 1.15$ , 5 cm eccentric loading	–81.5	–40.5	791.5	2598	803.5	–84	–87
	Miners Rule (VT 642, BR 232, G1206)	–53	1699	$\infty$	$\infty$	$\infty$	48.5	–76.5

\* According to Annex 5, Module 805.0201, Equation 4 of DB 805 [9], these values should be limited to 50 years

both heavy, slow-moving freight trains and fast moving trains from [11]. Fig. 13 shows the considered location of the UIC 71 load model on the bridge, as this gives the highest stress and displacements in the structure.

According to the methods described in [2], the remaining fatigue life of each individual part of the bridge was estimated. The parts of the bridge considered here are the main girders, the cross girders, the cross bracings, the gusset plates at support positions, the gusset plates in the middle position, the connection plates below all gusset plates which are connected to the main girders and the gusset angles which connect the cross girders and main girders. On the other hand, data about traffic loads over this bridge were obtained from the railways archives for a 5 days interval with what the remaining fatigue life is estimated according to Miner's rule.

For the fatigue estimation also, two different kinds of loading arrangement were considered for all three methods:

- UIC 71 load model applied to the main girders with 0 eccentricity
- UIC 71 load model applied to the main girders with 5 cm inside eccentricity

Since the bridge was constructed after 1900 and has riveted connections, the stress ratio  $\kappa$  is obtained from the Table 5 of [3]. Under these conditions, Table 2 is summarizing the

results of remaining fatigue life according to [3], [4], [5] and Miner's rule.

According to the calculations the most affected members due to fatigue are the main girders, the gusset angles and the connection plates, whereas the rest of the members are still serviceable. The members, where the stress generation is very low or below 28.71 MPa, can withstand an infinite number of load cycles according to EC 3 (see Fig. 2). Therefore the high remaining fatigue life can be observed for a member according to EC 3 while for other guidelines the values are much lower. It is noted here that according to DB 805, Module 805.0201, Annex 5, Equation 4 [3], the maximum remaining life of a member should be limited to 50 years. But to have an overview compared to the other guidelines the calculated values have been presented in Table 2.

The above results do not in any way mean that the fatigue life of one specific structural member has been consumed or that the member will necessarily experience fatigue cracking anytime soon; it does however mean that a certain, specified reliability level with regard to fatigue strength is no longer present. An intensified inspection of this detail and, quite generally, of the deck superstructure would therefore be recommendable as a result of this calculation [8].

Figs. 14 to 19 show the stress range spectra which were computed for all structural members assuming that

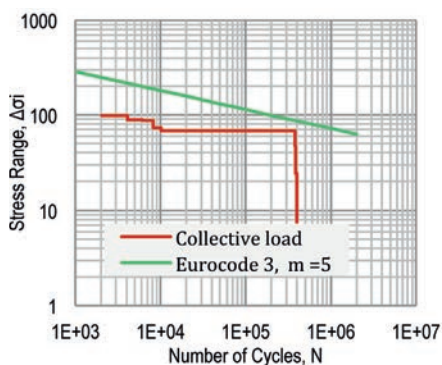


Fig. 14. Stress range spectrum for the main girder  
Bild 14. Spannungskollektive für die Hauptträgeranschlüsse

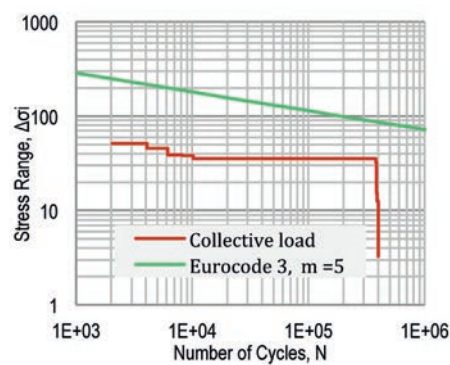


Fig. 15. Stress range spectrum for the cross girder  
Bild 15. Spannungskollektive für die Querträger

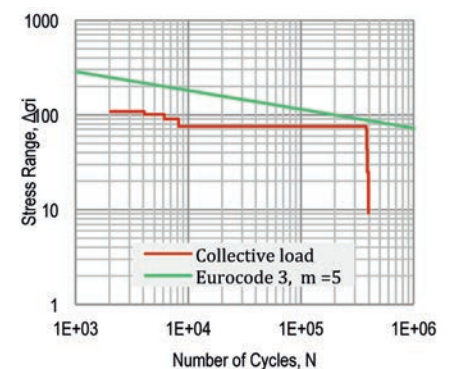


Fig. 16. Stress range spectrum for the gusset angle  
Bild 16. Spannungskollektive für das Eckblech



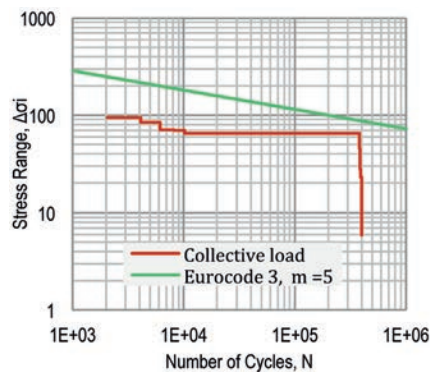


Fig. 17. Stress range spectrum for the connection plate  
Bild 17. Spannungsbkollektive für die Anschlussplatte

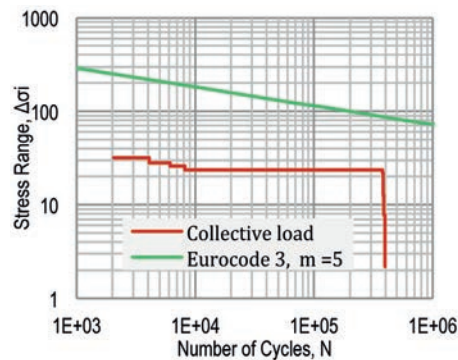


Fig. 18. Stress range spectrum for the bracing  
Bild 18. Spannungsbkollektive für die Verspannung

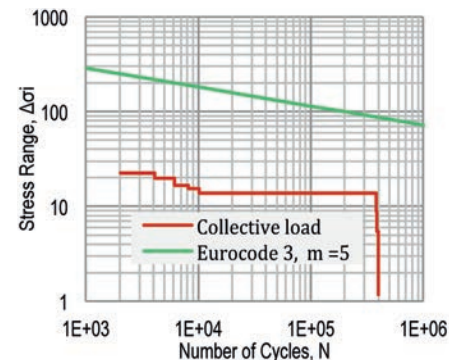


Fig. 19. Stress range spectrum for the gusset plate  
Bild 19. Spannungsbkollektive für das Knotenblech

the loads that were given for a five days period in 2010, can be also assumed for the whole life time of the bridge.

#### 4 Conclusion

The remaining fatigue life analysis has been calculated according to [3], [4] and [5] with the specified UIC-71 load model along with Miner's rule with the loading history obtained for this bridge. All codes give almost the same remaining fatigue life for the main girder (finished almost 50 years before 2010) and for the gusset angles (finished almost 70 years before 2010) but for the rest of the structural elements, it varies.

In reality, the cross girders are the most affected members, but real scale of this damage is not reflecting in the fatigue calculations. The reason is that, in the numerical model the mechanical stresses in the cross girders are lower than in the main girders, gusset angles or connection plates. So the damage in these members mainly occurred due to corrosion which was magnified by salt transporting. Similar results were also observed for the inside and outside gusset plates.

For an inspection engineer it is complicated to predict the exact remaining fatigue life of a structural member as several methods or guidelines are available in this field without any benchmark. Among them, none of the methods takes into account the effect of corrosion on fatigue life. These gaps make this field still challenging for current and future research and needs to be addressed for better practical application.

#### References

- [1] Ermopoulos, J., Spyrakos, C. C.: Validated analysis and strengthening of a 19th century railway bridge. *Engineering Structures* 28 (2006), pp. 783–792.
- [2] EN 1991-2:2003, Eurocode 1: Actions on structures – Teil 2: Traffic loads on bridges. Section 6: Rail traffic actions and other actions specifically for railway bridges.
- [3] Richtlinie 805: Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken. 2010.
- [4] ONR 24008 (2006 08 01): Evaluation of load capacity of existing railway and highway bridges.
- [5] EN 1993-1-9:2005, Eurocode 3: Design of Steel Structures – Part 1-9: Fatigue. CEN, Brussels, 2005.
- [6] Lee, Y., Pan, J., Hathaway, R., Barkey, M.: *Fatigue Testing and Analysis (Theory and Practice)*. USA, Butterworth-Heinemann, 2005.
- [7] Bishop, N. W. M., Sherratt, F.: *Finite Element Based Fatigue Calculation*. Farnham, UK, 2000.
- [8] Taras, A., Greiner R.: Development and Application of a Fatigue Class Catalogue for Riveted Bridge Components. *Structural Engineering International* Vol. 20, Issue number 01. Publisher: International Association for Bridges and Structural Engineering. February 2010, pp. 91–103 (13).
- [9] Siemens: Technical Information, Class VT 642 Diesel Multiple unit DESIRO 2000.
- [10] Gabaldón, F.: Dynamic Analysis of Hyperstatic Structures Under High Speed Train Loads. *Dynamics of High-Speed Railway Bridges: Selected and revised papers from the Advanced Course on "Dynamics of High-Speed Railway Bridges"*. Porto, Portugal, 20–23 September 2005, pp. 143–165.
- [11] Stummer, M.: Ermittlung der Restnutzungsdauer von genieteten Eisenbahnbrücken. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller, Juni 2008.

#### Autoren dieses Beitrages:

M. Sc. Sharmistha Chowdhury  
Bauhaus-Universität Weimar  
Graduiertenkolleg 1462  
Berkaer Straße 9  
99425 Weimar  
sharmistha.chowdhury@uni-weimar.de

Dr.-Ing. Volkmar Zabel  
volkmar.zabel@uni-weimar.de  
Prof. Dr.-Ing. habil. Carsten Könke  
carsten.koenke@uni-weimar.de  
beide  
Institute of Structural Mechanics  
Bauhaus-University Weimar  
Marienstraße 15  
99425 Weimar

# Modelling of concrete hinges through coupling of analytical and finite element solutions

This paper investigates the physical state of a concrete hinge in the case of an existing crack by combining analytical and finite element solutions. In a small region around the crack-tip in the hinge throat the analytical solution is constructed to obtain the correct description of displacement and stress fields. For the remaining parts of the hinge the classical finite element method is applied. In the first part of the article a method is described, which allows to overcome the problem of discontinuity at the interface between the two solutions. In the second part of the article the developed method is applied in numerical simulations of the hinge for given boundary value conditions.

**Keywords:** FEM; analytical solution; singularity; coupling; hinge

**Kopplung von Methoden zur Rissmodellierung.** *Der Beitrag ist die Beschreibung des mechanischen Verhaltens eines Betongelenks mit einem bereits existierenden Riss. Die Hauptidee besteht in der Kopplung einer analytischen Lösung mit einer FE-Lösung. In einem kleinen Bereich um die Rissspitze im Gelenkhals wird eine analytische Lösung der Differentialgleichungen für das Verschiebungsfeld konstruiert, um eine genauere Beschreibung der Verschiebungen und der Spannungen zu erhalten. Im verbleibenden Teil des Betongelenks wird die klassische Finite-Elemente-Methode angewandt. Im ersten Teil der Arbeit wird beschrieben, wie das Problem von Unstetigkeiten am Interface zwischen den beiden Lösungen überwunden und eine durchgängig stetige Kopplung erreicht werden kann. Im zweiten Teil werden die beschriebene Methode anhand einer numerischen Simulation getestet und die Resultate diskutiert.*

**Keywords:** FEM; Lösung, analytische; Singularität; Kopplung; Gelenk

## 1 Introduction

Concrete hinges are common and very important construction elements in bridge engineering. Due to different factors (moving of bridge, temperature deformations of concrete, dynamic loads, etc.) a crack can be observed in the hinge throat region. Because of high risks in a case of damage of the hinge it is very important to have a precise model of the hinge itself and of the throat region particularly. But not so many models were investigated so far, and in practice, the methods based on empirical observations are still actively using [1], [2].

Another way to model the hinge is the finite element method. For many problems, it shows a high accuracy of results. For problems which contain different types of singularities (like for instance cracks, gaps, corners), one has

to make some adaptations and improvements to get a better behaviour of a solution near the singularity. One way to overcome this problem is to use the analytical solution to the partial differential equation near the singularity and couple it with the finite element solution for the other part of the body.

In linear elastic fracture mechanics in a plane, the analytical solution of the crack-tip problem has been developed by using methods of complex function theory. Based on the Formulas of *Kolosov*, the near-field solution of the crack can be represented by only two holomorphic functions  $\Phi(z)$  and  $\Psi(z)$ ,  $z \in \mathbb{C}$  [3]. The analytical solution based on the complex function theory gives us a high accuracy of the solution in the neighbourhood of the singularity. Because of using exact solutions of the partial differential equations all details of the mathematical model are preserved.

For a long time applications of the Formulas of *Kolosov* were only in a scope of interests of mathematicians due to difficulties in a computer implementation. But nowadays several computer algebra systems are available, which allow us to work with analytical and numerical methods in framework of one computer program. This possibility opens a broad horizon of possible applications in engineering, physics and etc.

Our idea is to continue a work in the direction proposed in [4], [5], [6] and [7] for a method of coupling between an analytical solution and the finite element solution. The main goal of this approach is to get a continuous coupling between analytical and finite element solutions through the whole interaction interface. For that reason, we construct a special element that contains an exact solution to the differential equation with the correct singularity and transmission or coupling elements. The advantage of such a combination can be a high accuracy of the solution without increasing the number of elements. Advantages are expected for the investigation of error estimations or of the rate of convergence. The main goal of this article is to apply the results of [6] to the modelling of the concrete hinge. According to that goal we will use an analytical solution near the crack-tip in the hinge throat region and the classical finite element solution in the other part of the hinge.

## 2 Model description

To construct the exact solution in the crack-tip region we are going to work in the field  $\mathbb{C}$  of one complex variable,

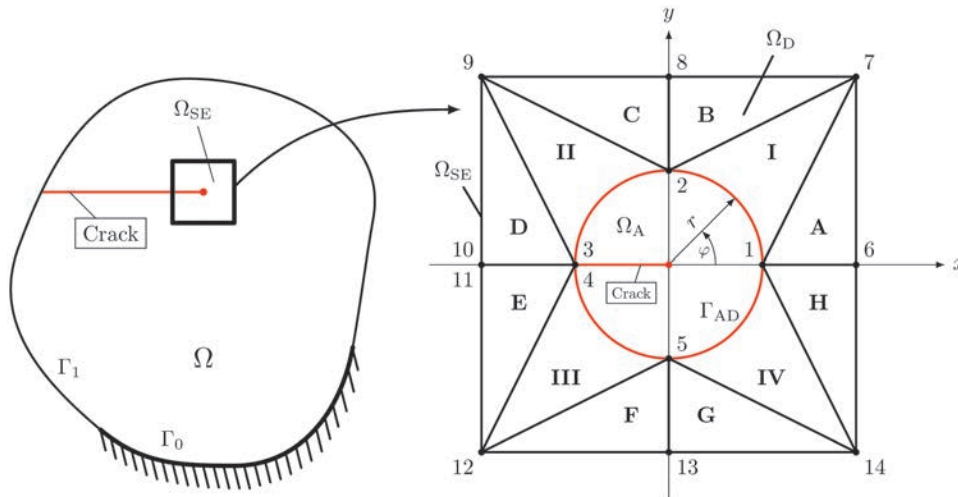


Fig. 1. Geometrical setting of the special element

Bild 1. Geometrische Annahmen für das spezielle Element

where we identify each point of the complex plane  $\mathbb{C}$  with the ordered pair  $z = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  or equivalently with the complex number  $z = x + iy \in \mathbb{C}$ , where  $i$  denotes the imaginary unit.

Let now  $\Omega \subset \mathbb{C}$  be a bounded simply connected domain containing the crack-tip at the origin. To describe the behaviour of the continuum near the crack-tip correctly we are going to model more precisely the near-field domain, called  $\Omega_{SE}$  (see Figure 1). The domain  $\Omega_{SE}$  can be interpreted as a special element in the triangulation  $\mathcal{T}_h$  over the domain  $\Omega$ .

The domain  $\Omega_{SE}$  is decomposed in the two sub-domains  $\Omega_{SE} = \Omega_A \cup \Omega_D$  separated by the fictitious joint interface  $\Gamma_{AD} = \bar{\Omega}_A \cap \bar{\Omega}_D$ . The discrete “numerical” domain, denoted by  $\Omega_D$ , is modelled by two different kinds of elements: the CST-elements with  $C^0(\Omega)$  continuity (in example elements A–H) and the Coupling-elements with  $C^0(\Omega)$  continuity to the CST-elements, and with  $C^\infty(\Omega)$  continuity on the interface  $\Gamma_{AD}$  (elements I–IV in the Figure 1), that couple the “numerical” domain  $\Omega_D$  with the “analytical” domain  $\Omega_A$ . The  $C^\infty(\Omega)$  continuity on the interface  $\Gamma_{AD}$  should be understood in a sense that the interpolation functions are in finitely differentiable on the interface. But this does not mean automatically that the connection between elements will be better than  $C^0(\Omega)$ . For that we would need to introduce additional conditions.

The nodes 3; 10 and 4; 11 belong to the upper and lower crack faces respectively. We call the sub-domain  $\Omega_A$  analytical in that sense, that the constructed solutions are exact solutions to the differential equation in  $\Omega_A$ , analogously, the numerical sub-domain  $\Omega_D$  means, that the constructed solutions are based on the finite element approximation. The idea behind this special element is to get the continuous connection through the interface  $\Gamma_{AD}$  by modifying the shape functions over the curved triangles I–IV.

As a result, we introduce a triangulation  $\mathcal{T}_h$  over the domain  $\Omega$  by three families of finite elements

$$\Omega = \bigcup_{K_A \in \mathcal{F}_h} K_A \cup \bigcup_{K_{CE} \in \mathcal{F}_h} K_{CE} \cup \bigcup_{K_{CST} \in \mathcal{F}_h} K_{CST}, \quad (1)$$

where the  $K_A$ -element is based on the analytical solution in  $\Omega_A$ ,  $K_{CE}$  are the coupling-elements and  $K_{CST}$  are the classical CST-elements. A connection between the elements  $K_A$ ,  $K_{CE}$  and  $K_{CST}$  is defined by common sets of degrees of freedom. Additionally, the connection between

$K_A$  and  $K_{CE}$  is supplemented by continuous connection through the interface  $\Gamma_{AD}$ .

We will solve the following boundary value problem in the domain  $\Omega$ :

$$\begin{cases} -\mu \Delta \mathbf{u} - (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} = \mathbf{f} \text{ in } \Omega, \\ \mathbf{u} = 0 \text{ on } \Gamma_0, \\ \sum_{j=1}^2 \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \mathbf{v}_j = \mathbf{g}_i \text{ on } \Gamma_1, \quad 1 \leq i \leq 2. \end{cases} \quad (2)$$

The system (2) of equations of linear elasticity in the plane describes the state of an elastic body in the case of two dimensions and in this article we concentrate ourselves to the plane strain state, i. e.  $u_3 = 0$ ,  $e_{3j} = 0$ ,  $j = 1, \dots, 3$ . In Fig. 1 the domain  $\Omega$  represents a volume, that is occupied by a solid body, the boundaries  $\Gamma_0$  and  $\Gamma_1$  are defined with *Dirichlet* and *Neumann* boundary conditions, respectively. Surface forces of density  $\mathbf{g}$  and volume forces with the density  $\mathbf{f}$  are given,  $\mathbf{u}$  denotes the displacements,  $\mathbf{v}_j$  are components of the unit outer normal,  $\lambda$  is the Lamé's first parameter and  $\mu$  is the shear modulus (see e. g. [8]).

The crack-tip produces a singularity of the solution in the domain  $\Omega$ . Because of that fact, we will construct the analytical solution to the crack-tip problem near to the singularity by using complex function theory and couple this solution with a finite element solution for the part of domain without singularity.

To construct the analytical solution to the crack-tip problem we are going to work with the *Kolosov-Muskhelishvili* formulas, which are given by

$$\begin{aligned} 2G(u + iv) &= k\Phi(z) - z\overline{\Phi'(z)} - \overline{\Psi(z)}, \\ \sigma_{xx} + \sigma_{yy} &= 2[\Phi'(z) + \overline{\Phi'(\overline{z})}], \\ \sigma_{yy} - \sigma_{xx} + 2i\sigma_{xy} &= 2[\overline{z}\Phi''(z) + \overline{\Psi'(z)}], \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\Phi(z)$  and  $\Psi(z)$  are two holomorphic functions in terms of the complex variable  $z = x + iy$ . The factor  $G$  is the shear modulus and  $\kappa = 3 - 4\nu$  for a plane strain state, is the *Poisson's* ratio.

The crack faces are traction free [9], i. e. the normal stresses  $\sigma_{\varphi\varphi}$  and the shear stresses  $\sigma_{r\varphi}$  on the crack faces are equal zero for  $\varphi = \pi$  or  $\varphi = -\pi$ , where  $\varphi$  and  $r$  are polar coordinates (see Figure 1). After solving the boundary



value problem on the crack faces, we get the displacement field in the form

$$2G(u + iv) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \kappa a_n z^{\frac{n}{2}} - \frac{n}{2} \bar{a}_n z \bar{z}^{\frac{n}{2}-1} - \bar{b}_n \bar{z}^{\frac{n}{2}} \right). \quad (4)$$

This displacement field satisfies all the conditions on the crack faces. The asymptotic behaviour at the crack-tip has still to be controlled by selecting special values of  $n$ . The boundedness of the displacements gives us the information that the series must begin with  $n = 1$ .

To get continuous coupling through the boundary  $\Gamma_{AD}$  and to define the unknown coefficients  $a_k$  and  $b_k$  in (4) we approximate the series expansion by a partial sum and solve the interpolation problem on the interface  $\Gamma_{AD}$  between the analytical and numerical domain. The shape functions for the analytical domain are based on the following interpolation function

$$f_n(z) = \frac{1}{2G} \sum_{k=1}^{N_1} \left( \kappa a_k z^{\frac{k}{2}} - \frac{k}{2} \bar{a}_k z \bar{z}^{\frac{k}{2}-1} \right) - \frac{1}{2G} \sum_{k=1}^{N_2} \bar{b}_k \bar{z}^{\frac{k}{2}}, \quad (5)$$

and the total number of nodes on  $\Gamma_{AD}$  is equal  $n = N_1 + N_2$ , this number comes from finite element discretization.

Using the exponential form  $z = re^{i\varphi}$  and taking into account that on the boundary  $\Gamma_{AD}$  the radial variable  $r$  is equal to  $r_A$  (the radius of the analytical domain), we can rewrite the interpolation function (5) in the form

$$f_n(z) = \frac{1}{2G} \sum_{k=1}^{N_1} \left( \kappa a_k r_A^{\frac{k}{2}} e^{i\frac{k}{2}\varphi} - \frac{k}{2} \bar{a}_k r_A^{\frac{k}{2}} e^{i\varphi\left(2-\frac{k}{2}\right)} \right) - \frac{1}{2G} \sum_{k=1}^{N_2} \bar{b}_k r_A^{\frac{k}{2}} e^{-i\frac{k}{2}\varphi}. \quad (6)$$

The solution of the original boundary value problem in  $\Omega$  determines the values of the unknown displacements  $U_1, \dots, U_n$  at the nodes on the joint interface  $\Gamma_{AD}$ . Here the displacements are written in the complex form, i.e. the dis-

placement of the node 1 in Figure 1 is defined as  $U_1 = U_1^{(1)} + iU_1^{(2)}$ . To construct the shape function for the analytical domain and the shape functions for the coupling elements we should solve the interpolation problem

$$f_n(\varphi_k) = U_k \quad (7)$$

where  $U_k$  are arbitrary complex numbers.

Due to different form of the solution in  $\Omega_A$  and in  $\Omega_D$  basically we have the continuous connection only in the nodes (vertices) on the interface  $\Gamma_{AD}$ . Using the interpolation function in the form (6) for the analytical and the coupling elements we get the continuous connection not only in nodes, but also through the curve between. For all mathematical details of the presented approach we refer to [6].

Because of the special element in the triangulation, the global stiffness matrix has the following block structure

$$K = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_A + \mathbf{K}_{CE} + \mathbf{K}_{CST} & \mathbf{K}_{CE} + \mathbf{K}_{CST} & \mathbf{K}_{CST} \\ \mathbf{K}_{CE} + \mathbf{K}_{CST} & \mathbf{K}_{CE} + \mathbf{K}_{CST} & \mathbf{K}_{CST} \\ \mathbf{K}_{CST} & \mathbf{K}_{CST} & \mathbf{K}_{CST} \end{pmatrix} \quad (8)$$

where  $\mathbf{K}_{CST}$  are the blocks of the CST elements,  $\mathbf{K}_{CE}$  are the coupling blocks, based on the interpolation functions for the coupling elements and  $\mathbf{K}_A$  is the analytical element with the special basis function (for more details, see [6]).

### 3 Modelling of the hinge

Based on the ideas of coupling and on the conception of the special element which contains the analytical solution near the crack-tip (for more details, see again [6]), now we would like to apply this approach to the modelling of the concrete hinge. A design model is shown in Figure 2.

The geometry of the hinge is defined by the following parameters:

$$\begin{aligned} a &= 0.2044 \text{ m}, & t &= 0.16 \text{ m}, & d &= 1.8 \text{ m}, \\ d_1 &= 2.42 \text{ m}, & d_2 &= 0.06 \text{ m}, & \alpha &= 1.59^\circ. \end{aligned} \quad (9)$$

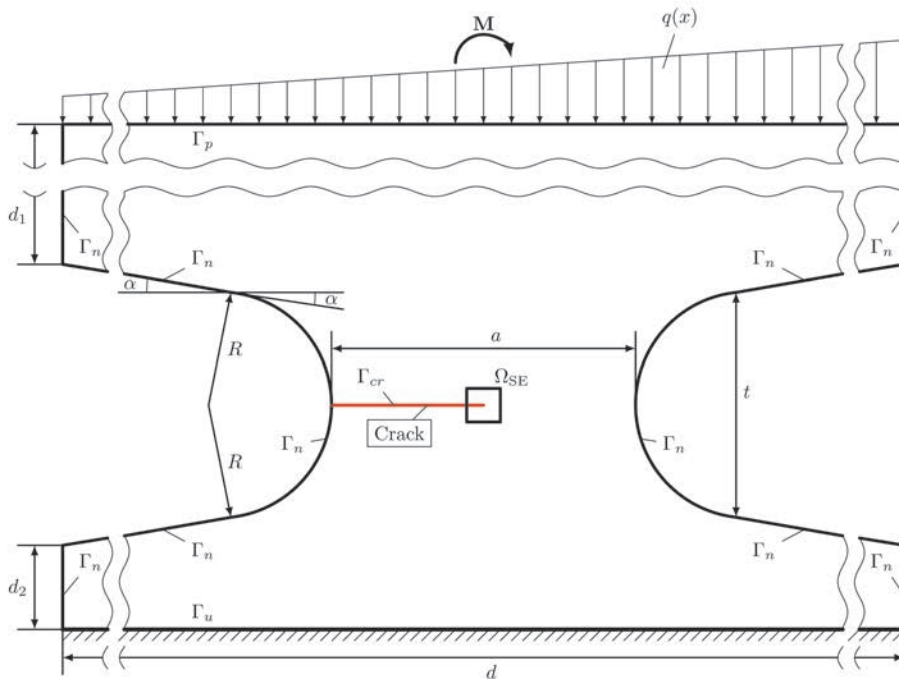


Fig. 2. Design model  
Bild 2. Design-Modell

The total number of elements is 3957 (3952 CST-elements, 4 coupling elements and 1 analytical element), and the total number of degrees of freedom is 4264. All calculations are performed with the boundary conditions:

$$\begin{aligned} u &= 0 & \text{on } \Gamma_u, \\ p_y &= q(x) & \text{on } \Gamma_p, \\ \tilde{\sigma} \cdot \bar{n} &= 0 & \text{on } \Gamma_n, \\ \sigma_{yy} &= 0 & \text{on } \Gamma_{cr}. \end{aligned}$$

The material is supposed to be linear isotropic and the problem is considered under plain strain state. On the boundary  $\Gamma_p$  the linear pressure  $q(x) = -6.888888 \cdot 10^5 x - 6.2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ , which includes the moment acting clockwise  $M_0 = 0.33 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$ , is applied. The material parameters are taken for the concrete **C60**

$$E_{cm} = 39 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2, \quad \nu = 0.2.$$

The approximation of the stresses  $\sigma_{yy}$  for the whole hinge is presented Figure 3

The stress distribution in the Figure 3 coincides with expectation from engineering practice: high stresses are concentrated near the crack-tip and in the throat region behind the crack-tip. The rotations, which were obtained

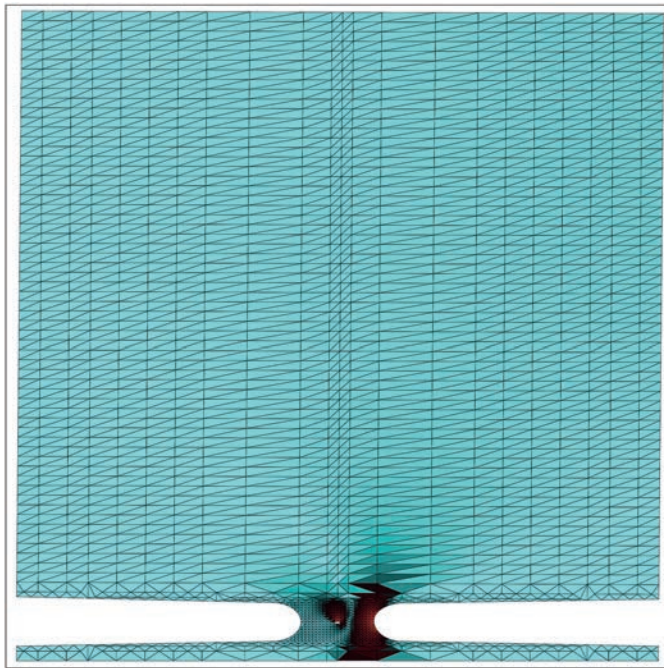


Fig. 3. The stresses  $\sigma_{yy}$   
Bild 3. Die Spannungen  $\sigma_{yy}$

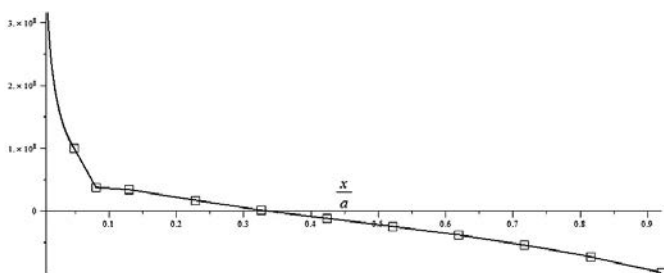


Fig. 4. Stresses  $\sigma_{yy}$  behind the crack-tip  
Bild 4. Spannungen  $\sigma_{yy}$  hinter der Risspitze

from the calculations also agree with predictions by engineering models [1]. The white “star” in the middle is the special element which due to complexity cannot be plotted together with CST-elements.

Figure 4 shows the stresses behind the crack-tip. The horizontal axis is the distance from the crack-tip. As we can see from this figure near the crack-tip the stresses have nonlinear behaviour and go to infinity, i. e. we have correct behaviour of the stresses near the singularity in framework of the linear elastic fracture mechanics.

## 4 Conclusions

A new strategy of coupling between analytical and finite element solutions, which was described in [6], has been applied to the modelling of a concrete hinge. A numerical example shows a good behaviour of the approximate solution of the studied boundary value problem.

## References

- [1] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau. Teil 2. Sonderfälle der Bemessung im Stahlbetonbau. Berlin: Springer-Verlag 1986.
- [2] Marx, S., Schaht, G.: Gelenke in Massivbau. Beton- und Stahlbetonbau 105 (2010), H. 1, S. 27–35.
- [3] Muşchelischwili, N. I.: Einige Grundaufgaben der mathematischen Elastizitätstheorie. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1971.
- [4] Bock, S., Gürlebeck, K.: A coupled Ritz-Galerkin approach using holomorphic and anti-holomorphic functions. K. Gürlebeck and C. Könke eds. 17<sup>th</sup> Conference on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering. Weimar, Germany, 12–14 July 2006.
- [5] Bock, S., Gürlebeck, K., Legatiuk, D.: On a special finite element based on holomorphic functions. AIP Conference proceedings 1479, 308 (2012).
- [6] Bock, S., Gürlebeck, K., Legatiuk, D.: On the continuous coupling between analytical and finite element solutions. Le Hung Son and Wolfgang Tutschke eds. Interactions between real and complex analysis, pp. 3–19. Science and Technics Publishing House, Hanoi, 2012.
- [7] Legatiuk, D., Bock, S., Gürlebeck, K.: The problem of coupling between analytical solution and finite element method. K. Gürlebeck, T. Lahmer and F. Werner eds. 19<sup>th</sup> Conference on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering. Weimar, Germany, 04–06 July 2012.
- [8] Philippe G. Ciarlet: The finite element method for elliptic problems. North-Holland Publishing Company, 1978.
- [9] Liebowitz, H.: Fracture, an advanced treatise. Volume II: Mathematical fundamentals. New York: Academic Press 1968.

## Autoren dieses Beitrages:

Dipl.-Ing. Dmitrii Legatiuk  
Bauhaus-Universität Weimar, Graduiertenkolleg 1462  
Berkaer Straße 9, 99423 Weimar  
dmitrii.legatiuk@uni-weimar.de

Prof. Dr. rer. nat. habil. Klaus Gürlebeck  
Bauhaus-Universität Weimar, Professur Angewandte Mathematik  
Coudraystraße 13B, 99423 Weimar  
klaus.guerlebeck@uni-weimar.de

Prof. Dr. Dipl.-Ing. Guido Morgenthal  
Bauhaus-Universität Weimar  
Professur Modellierung und Simulation – Konstruktion  
Marienstraße 13, 99421 Weimar  
guido.morgenthal@uni-weimar.de

# An investigation into the structural interaction in RC frame-wall systems

Reinforced concrete (RC) walls, very common lateral resisting systems in seismic-prone regions, are normally used in combination with RC moment frames. In low-rise buildings, contribution of the moment frame to the lateral resisting is normally ignored considering its small stiffness compared to the wall. In this paper, we investigated frame-wall systems to understand how the moment frame interacts with the wall to resist the imposed lateral forces. We chose the rotations induced at the plastic hinge zones of the beams as indicators of the contribution. 3-story frames with different characteristics in terms of the beam reinforcement, the gravity loads and the base conditions were selected. Numerical models were constructed and nonlinear static (pushover) analysis was performed on the models. In addition, variance-based sensitivity analysis was used to find out which factors were highly influential. According to the results, it turns out that the studied factors can noticeably affect how the moment frame contributes to the lateral resisting of 3-story RC frame-wall structures. Being aware that the frame-wall interaction is sensitive to particular structural/geotechnical characteristics, we achieve a more realistic estimation of the demand and therefore an improved design of the moment frame.

**Keywords:** reinforced concrete; frame-wall systems; seismic rehabilitation; pushover analysis

**Tragwirkung von rahmenartigen Aussteifungen in erdbebengefährdeten Stahlbeton-Skelettbauten.** *Stahlbetontragwände in Verbindung mit den biegesteifen Rahmen gehören zu den verbreiteten Systemen in Erdbebengebieten und sind zur Aufnahme der initiierten horizontalen Trägheitskräfte besonders geeignet. Bei geringgeschossigen Bauwerken wird dabei der Anteil der Rahmen zur Lastaufnahme und Steifigkeit in der Regel vernachlässigt. Der Beitrag widmet sich der Interaktion zwischen Rahmen und Tragwänden im Gesamtsystem, wobei die Verdrehungen in den Fließgelenken der Rahmenriegel als Bewertungskriterien zugrunde gelegt werden. Ausgehend von einem bestandsrepräsentativen 3-geschossigen Rahmen-System werden verschiedene Kennwerte wie z. B. Riegelbewehrung, die Beanspruchungssituation infolge Vertikallasten sowie die Untergrundbedingungen variiert. Für die Vielzahl der mit der OpenSees-Plattform generierten Modellvarianten werden statisch nichtlineare Pushover-Analysen durchgeführt; über Sensitivitätsstudien werden die relevanten Einflussparameter herausgearbeitet. Im Vordergrund steht die Klärung der Effekte, die durch die Hinzufügung der Tragwand (z. B. infolge Verstärkung) in den Reaktionskenngrößen des Rahmens hervorgerufen werden. Wie durch Parametervariation in den Untersuchungsreihen gezeigt werden kann, sind der Grad der Ausprägung und die Wand-Rahmen-Interaktion von struk-*

*turellen Merkmalen und geotechnischen Randbedingungen abhängig. Die Ergebnisse vermitteln grundlegende Anregungen für eine realistische und beanspruchungsgerechte Auslegung der Rahmenstruktur.*

**Keywords:** Stahlbeton; Tragwand-Rahmen-System; Ertüchtigung, seismische; Pushover-Analyse

## 1 Introduction

Reinforced concrete (RC) moment frames are a common type of construction for low to medium rise buildings. Problems to be dealt with when designing new and rehabilitated moment frames do not only bound to the analysis of the moment frame. They rather extend to cover the moment frame's interactions with other existing or newly added elements and materials. Considerable effort has been committed to dealing with the analysis/design of new and rehabilitated RC moment frames. These include but are not limited to the analysis/design of the frame in the absence [1] and presence [2], [3] of masonry infills and frame after seismic rehabilitation with RC jackets [4] and walls [5], [6]. In the above cases interaction of the superstructure with the soil-foundation substructure may be considered [7], [8].

In cases where seismic rehabilitation is required, a very common solution is to add RC structural walls. They provide the existing building with stiffness, strength and ductility when properly integrated into its structural system. Generally, the added RC walls are supposed to carry the entire lateral load due to their large stiffness while the moment frame remains the vertical load-bearing system. With this assumption, usually no improvements are found necessary for the frame elements particularly in regions of connection to the wall. This is specifically true in the case of low-rise frames (very stiff walls). In reality, however, the moment frame can interact actively with the RC wall to provide lateral resisting [9]. The degree, to which the two structural systems interact, depends on a number of parameters such as the soil-foundation-structure interaction (SFSI), the reinforcement ratio and the amount of the gravity loads. Some studies have already partially investigated this interactions and the role of the moment frame in lateral resisting of frame-wall systems [7], [8]. Yet, the question how seismic rehabilitation with a RC wall affects the demand on the frame elements has remained unanswered. In this paper, we compare the demand on the beam elements of a



3-story 2D frame before and after rehabilitation with a RC wall. The demand was calculated in the form of the rotation at beam ends. In what follows, we will first describe the numerical models and the methodology used to obtain the results and then derive conclusions.

## 2 Moment frame before and after rehabilitation with RC wall

### 2.1 Studied case

To study the influences of seismic rehabilitation with RC walls on the moment frames response, we selected 3-story moment frame designed as special frame according to FEMA450 [10]. The 25 cm thick RC wall was later added to rehabilitate the frame. The foundation was also strengthened so that it could efficiently transfer the large forces from the wall to the ground. The geometrical properties of the moment frame before and after rehabilitation are shown in Fig. 1. According to the moment diagram of the frame elements under gravity and lateral loadings, the rotations at beam ends were chosen to be inspected as an indicator of the moment frame's contribution to the lateral resisting. Columns were not checked in this regard. It was assumed that the strong column-weak beam concept, applied for the design, made the columns less vulnerable to the formation of plastic hinges before the beams.

Three different parameters, namely the base conditions, beam reinforcement and the gravity loads were chosen to vary. Using sensitivity analysis, we could find out which parameter affects the frame-wall interaction more. In order to consider the SFSI, site classes B, C and D (hard, medium and soft soils respectively) were selected according to FEMA450. Hence, four base conditions, namely fixed base and flexible bases on site classes B, C and D were adopted. In addition, two types of gravity loads were considered according to the additive and counteractive load combinations of FEMA450 (further in the text, AVL/CVL are used to refer to Additive/Counteractive Vertical Loadings). Last but not least, we assumed a log-normal probability distribution (to maintain positive values only) for the beam reinforcement ratios at the hinge locations (Fig. 2). The corresponding mean and variance were equal to 1.5 % and  $6.4 \times 10^{-5}$  respectively. One hundred samples were then generated based on this distribution with minimum and maximum values of 0.4 % and 3.5 % respectively. Eventually, for each sample, eight models were built in OpenSees [11] taking four base conditions and two gravity load cases into account. In sum, 800 nonlinear static analyses were performed.

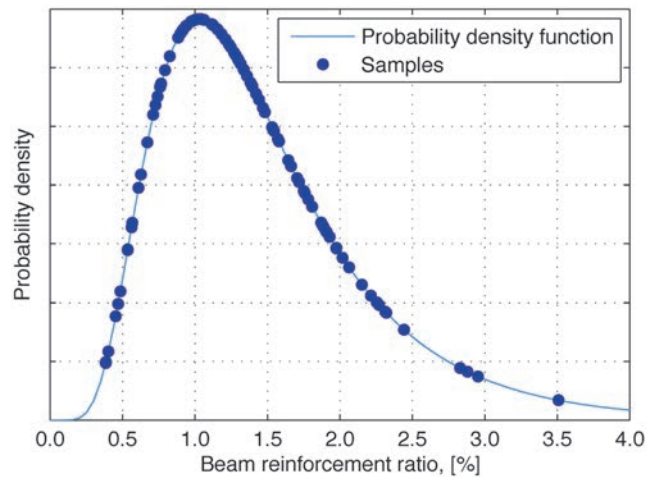


Fig. 2. Probability density function and the selected samples  
Bild 2. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und gewählte Stichproben

### 2.2 Numerical Modeling

Beams with concentrated plastic hinges and columns of fiber section were employed to simulate the nonlinear flexural behavior of the moment frame. The *beamWithHinges* element was used to model beams. The moment-rotation relationship of the hinges was defined in the form of the tri-linear model by Ibarra [12], [13]. Elastic material properties were assigned to the mid-span of the beams. The web

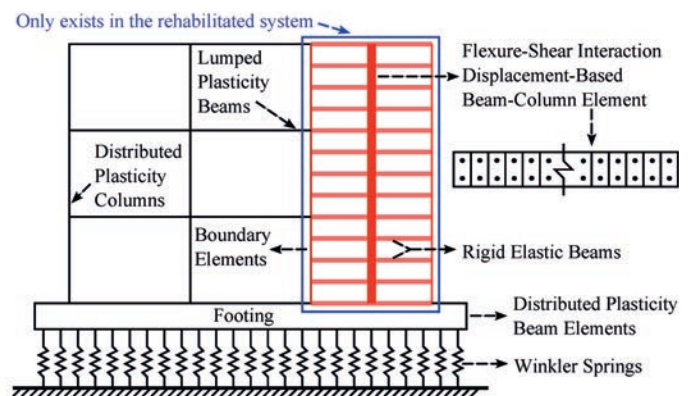


Fig. 3. Numerical model of the studied frames in the OpenSees

Bild 3. Numerisches Modell der untersuchten Rahmen-Systeme in OpenSees

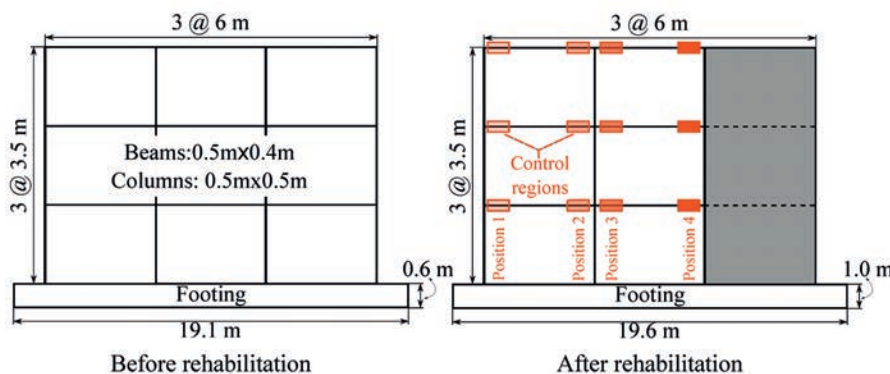


Fig. 1. Geometrical properties of the selected frames  
Bild 1. Geometrische Eigenschaften der gewählten Rahmen-Systeme

panel of the wall element was modeled by means of the *Flexure-shear interaction displacement-based beam-column* element in OpenSees [14]. Boundary elements were modeled as columns of the main frame and were properly connected to the main web element of the wall. Beam on nonlinear Winkler approach was used to consider the SFSI. This method is basically based on the simple Winkler method proposed by [15]. Properties of the soil springs were defined according to [16], [17]. Further information about the modeling can be found in [8]. Figure 3 schematically depicts the numerical model of the frames built using the OpenSees platform.

### 3 The nonlinear static (pushover) analysis results

Before the lateral loads, the gravity loads were applied. In cases where the SFSI was considered the settlements due to gravity loads were preserved so that later the lateral loads would be applied on the settled frames. Distribution of the lateral forces was relative to the mass and the height

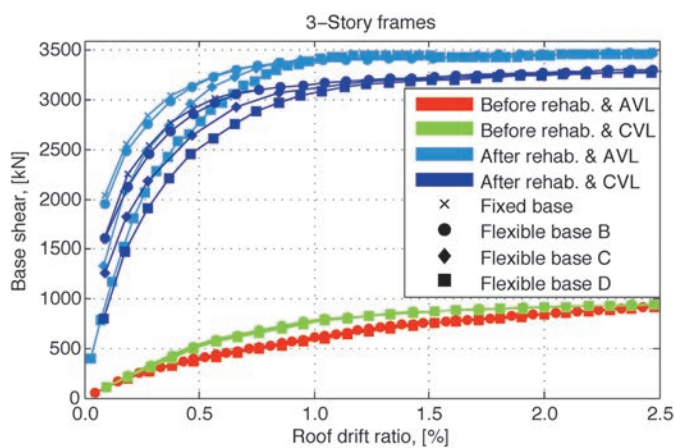


Fig. 4. Pushover curves of a sample with 1.21 % beam reinforcement ratio

Bild 4. Kapazitätskurven der Stichproben, die einen Bewehrungsgrad von 1,21 % der Riegel aufweisen

according to the recommend patterns of FEMA450. The resulting pushover curves are shown in Fig. 4 for the sample with 1.21 % beam reinforcement ratio as an example. The rotations at beam ends were inspected in four regions throughout the frame. The controlled regions are shown in Figure 1. Ultimately, maximum beam end rotations recorded in the controlled regions were considered for further investigations.

### 3.1 Contribution of the moment frame before and after the rehabilitation

Figure 5 compares the results from the cases before and after the rehabilitation. Results are interpreted based on three performance levels of Immediate Occupancy (IO), Life Safety (LS) and Collapse Prevention (CP) (According to FEMA356 [18]) as the criteria. The number of samples failed to meet the mentioned performance levels are presented in Table 1 as the percentage of the total number of samples.

According to Table 1, it is found that except in the regions located in position 2, rotations at beam ends are increased after rehabilitation with RC wall. The amount of the increase however varies depending on the location of the inspected region and the performance limit under consideration. In position one first story, for instance, no sample has passed the LS limit before rehabilitation whereas more than 23 % have passed the same limit after rehabilitation. Such an increase after rehabilitation can rise up to 82 % in position three first story.

Figure 5(a) indicates that beam rotations inspected at position 1 are more likely to take certain values before the rehabilitation (with majority of samples having roughly the same values). That is, at this position, beam rotations are less affected by the studied parameters. The mentioned probable values are mostly below the performance limits. After rehabilitation, however, things change. The parameters play their roles and the distributions extend over the rotations values axis even beyond the performance limits.

In Figure 5(b), it can be observed that beam rotations inspected at position 2 in both before and after the rehabil-

Table 1. Percentage of the samples failed to pass considered performance levels before and after the rehabilitation

Tabelle 1. Prozentsatz der Stichproben vor und nach der Ertüchtigung, welche das vorgegebene Bemessungskriterium nicht erreicht haben

		Position 1			Position 2			Position 3			Position 4		
Story		1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
IO	before rehab.	50.3	22.5	8.6	99.8	94.1	73.4	50.0	23.5	6.0	100.0	95.1	71.6
	after rehab.	89.0	45.3	32.3	99.4	97.5	51.0	98.6	97.4	48.8	100.0	100.0	99.9
LS	before rehab.	0.0	0.0	0.0	98.6	82.3	41.0	0.0	0.0	0.0	99.3	84.0	39.4
	after rehab.	23.1	1.8	1.4	92.1	77.4	23.9	82.0	49.3	19.9	99.5	99.4	96.6
CP	before rehab.	0.0	0.0	0.0	95.1	63.5	26.0	0.0	0.0	0.0	97.1	65.6	25.5
	after rehab.	6.4	0.1	0.1	71.6	27.8	3.9	45.9	13.3	6.8	98.5	97.5	89.9

\* Red/Green color represents an increase/a decrease after the rehabilitation when compared to before the rehabilitation.

\* Die Färbung entspricht einer Zunahme (rot) bzw. Abnahme (grün) des Anteils an Stichproben, die das jeweilige Bemessungskriterium nach der Ertüchtigung nicht erreicht haben.



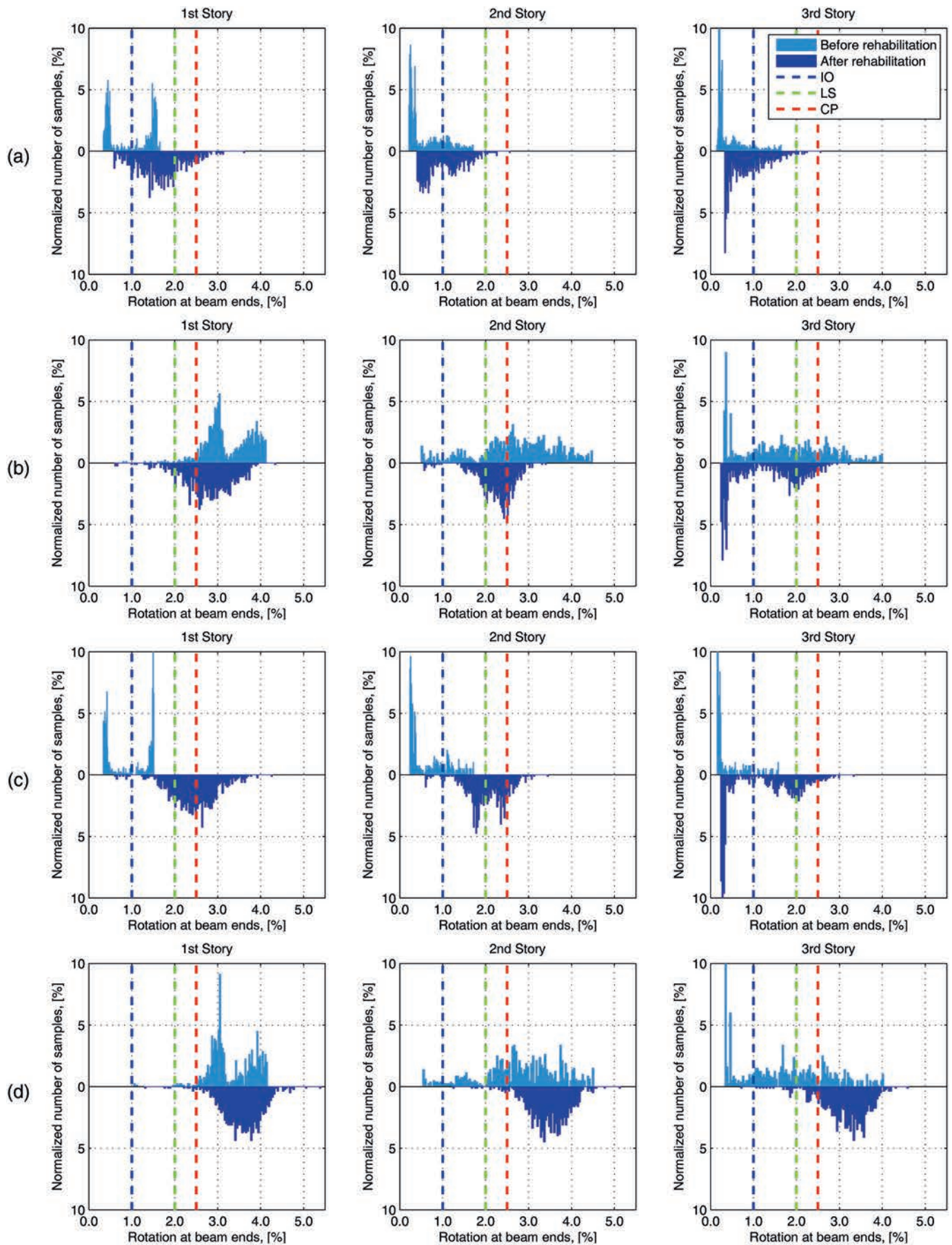


Fig. 5. Comparison of the maximum beams end rotations inspected at positions: (a) 1, (b) 2, (c) 3 and (d) 4 before and after the rehabilitation (The y axis are limited to 10 % for the sake of clarity)

Bild 5. Vergleich der maximalen Riegel-End-Verdrehungen an den Positionen: (a) 1, (b) 2, (c) 3 und (d) 4 vor und nach der Ertüchtigung (Zur besseren Vergleichbarkeit sind die Ordinatenwerte nur bis maximal 10 % dargestellt)



itation are more or less unevenly distributed along the rotations values axis. This is an evidence of the contribution of the studied parameters. In general, the rotations are reduced after the rehabilitation which implies they are more likely to fall below the performance limits.

On the contrary, Figure 5(c) depicts the most critical case regarding the beam end rotations. Here, it is clear that before the rehabilitation the rotations inspected at position 3 are less affected by the studied parameters and therefore are more tending towards some certain values. After the rehabilitation, though, the distribution stretches over the rotations values axis as in case of position 1 only to a higher extent. Numbers of the failed samples for the considered performance limits in Table 1 also confirm the critical condition at position 3.

Last but not least, Figure 5(d) shows the beam rotations inspected at position 4, i. e. adjacent to the wall. In this case, the distributions are somewhat contracted after the rehabilitation. The tendency to fail performance limits is increased after the rehabilitation with the majority of the samples distributed beyond the limits.

### 3.2 Investigation of the studied parameters' effects

Sensitivity analysis was performed in order to find out how the studied parameters influenced the contribution of the moment frame to the lateral resisting before and after the rehabilitation. To accomplish this goal, the maximum rotations at beam ends were plotted against the base condi-

tions, gravity loads and beam reinforcement ratios. Sensitivity analysis was performed according to the variance-based method by [19]. The outputs of the sensitivity analysis are presented in Table 2 as the values of the first order sensitivity index after the rehabilitation normalized to those of before the rehabilitation. According to this table, the rotations inspected at all regions generally become more sensitive to the base conditions and less sensitive to the gravity loads after the rehabilitation. Beam reinforcement is mainly influential in the first stories after the rehabilitation.

#### 3.2.1 Base conditions

Figure 6 demonstrates the beam end rotations with respect to the considered base conditions. Table 3 presents the corresponding mean and standard deviation values. According to Figure 6(a) and Table 3, rotations inspected at position 1 are more affected by the type of the base condition after the rehabilitation. More flexible bases are more influential in this regard. The corresponding rotations are therefore more likely to exceed the performance limits. Figure 6(b) also shows that the base condition is more effective on the rotations inspected at position 2 after the rehabilitation. Here, the rotations are reduced after adding the wall. More flexible bases, however, benefit less from this reduction.

Figures 6(c) and (d) as well as Table 3 provide evidence that base condition is more influential on the rotations inspected at positions 3 and 4 after the rehabilitation. This is primarily because in contrast to the case of before

Table 2. Normalized first order sensitivity index of the maximum rotations at beam ends with respect to the studied parameters  
Tabelle 2. Normalisierte Sensitivitäts-Indizes erster Ordnung der Riegel-End-Verdrehungen bezogen auf die untersuchten Parameter

Story	Position 1			Position 2			Position 3			Position 4		
	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
Base conditions	3.7	34.9	43.3	3.2	39.4	12.3	439.3	64.2	7.7	666.8	29.8	28.9
Gravity loads	0.4	1.8	2.6	0.2	0.4	0.1	0.2	0.8	0.1	0.7	1.0	0.8
Beam reinforcement	57.3	0.5	3.4	2.7	0.7	1.1	41.2	1.0	8.7	1.7	0.7	0.9

Table 3. Mean and standard deviation of the maximum rotations at beam ends with respect to the base conditions  
Tabelle 3. Erwartungswert und Standardabweichung der maximalen Riegel-End-Verdrehungen bezogen auf die Lagerungsbedingungen

			Position 1			Position 2			Position 3			Position 4		
Story			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
Base condition	Fixed	before rehab.	1.03	0.64	0.42	3.31	2.77	1.79	0.94	0.63	0.32	3.32	2.79	1.71
		rehab.	±0.54	±0.43	±0.35	±0.49	±0.91	±0.99	±0.51	±0.43	±0.32	±0.51	±0.94	±1.02
		after rehab.	1.54	0.85	0.70	2.65	2.10	1.11	2.44	1.99	1.10	3.56	3.46	3.12
	Flex B	before rehab.	1.01	0.63	0.41	3.29	2.75	1.77	0.94	0.63	0.32	3.31	2.79	1.71
		rehab.	±0.52	±0.43	±0.35	±0.52	±0.93	±1.00	±0.51	±0.43	±0.32	±0.52	±0.93	±1.02
		after rehab.	1.59	0.91	0.77	2.70	2.16	1.14	2.51	2.07	1.16	3.65	3.53	3.21
	Flex C	before rehab.	0.95	0.61	0.40	3.23	2.71	1.74	0.94	0.63	0.32	3.31	2.80	1.73
		rehab.	±0.50	±0.42	±0.34	±0.56	±0.94	±1.01	±0.51	±0.43	±0.32	±0.52	±0.91	±1.01
		after rehab.	1.72	1.06	0.92	2.83	2.32	1.26	2.45	2.03	1.10	3.59	3.48	3.15
	Flex D	before rehab.	0.91	0.59	0.38	3.17	2.66	1.69	0.94	0.64	0.33	3.32	2.82	1.75
		rehab.	±0.49	±0.41	±0.33	±0.56	±0.93	±1.00	±0.51	±0.43	±0.32	±0.53	±0.90	±1.01
		after rehab.	1.79	1.15	1.01	2.91	2.41	1.38	2.37	1.97	1.09	3.50	3.41	3.08

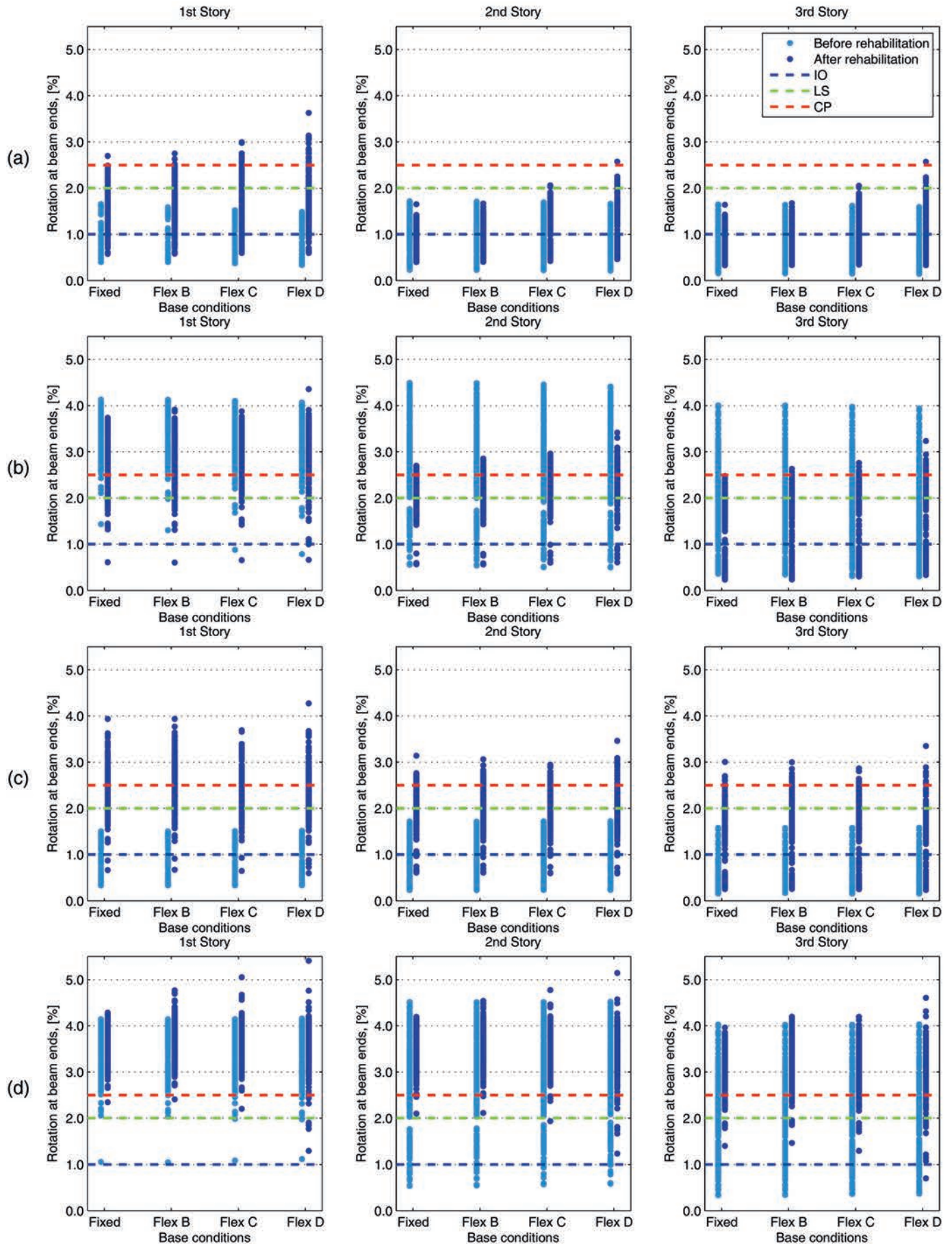


Fig. 6. Distribution of the maximum rotations at beam ends inspected at positions: (a) 1, (b) 2, (c) 3 and (d) 4 with respect to the base conditions

Bild 6. Verteilung der maximalen Riegel-End-Verdrehungen an den Positionen: (a) 1, (b) 2, (c) 3 und (d) 4 bezogen auf die Lagerungsbedingungen

the rehabilitation, a higher variation exists among the average values of the rotations with respect to the base conditions, after the rehabilitation. In addition, lower values of standard deviation after the rehabilitation indicate higher sensitivity to the base conditions. In summary, exceptional attention should be paid to the base conditions when controlling the efficiency of the beam elements properties for further rehabilitation with RC walls.

### 3.2.2 Gravity loads

Figure 7 demonstrates the beam end rotations with respect to the considered base conditions. Table 4 presents the corresponding mean and standard deviation values. Both Figure 7(a) and Table 4 show that under lower gravity loads, the rotations inspected at position 1 after the rehabilitation are more likely to exceed the performance limits. According to Figure 7(b), the rotations at position 2 are generally less reduced under lower gravity loads after the rehabilitation.

At position 3, it can be clearly understood from Figure 7(c) that before the rehabilitation the rotations are more sensitive to the amount of the gravity loads. Still, in the case of lower gravity loads the rotations are more tending to fall beyond the performance limits after the rehabilitation. Finally, Figure 7(d) and Table 4 also assure that the rotations at beam ends are more influenced by the added wall in the case of lower gravity loads. Generally, under larger gravity loads the effects are less noticeable. Overall, the gravity loads can be considered as less critical parameter when the

sufficiency of the existing beam elements has to be checked after rehabilitation with RC walls.

### 3.2.3 Beam reinforcement

Figure 8 shows the beam end rotations with respect to beam reinforcement ratios. Table 5 presents the corresponding mean and standard deviation values. Based on Figure 8(a), the rotations inspected at position 1 are more likely to exceed the performance limits after the rehabilitation specifically in case of lightly reinforced beams. Larger differences between before and after the rehabilitation cases are observed in the range of 1.5 %–2.0 % beam reinforcement. The same trend is more or less understood from Figure 8(b) and Table 5 for rotations inspected at position 2 although here the rotations are reduced after the rehabilitation.

In Figure 8(c), it can be seen that for lightly reinforced beams the rotations inspected at position 3 are highly at the risk of falling beyond the performance limits after the rehabilitation. Lastly, Figure 8(d) provides evidence that the rotations inspected at position 4 become noticeably larger after the rehabilitation when the beam reinforcement ratios are in the range of 1.5 % - 2.0 %. In general, the amount of the beam reinforcement can noticeably change the rotational demand on the beams after rehabilitation with RC walls. In particular, lightly reinforced beams require thorough checks to make sure they can efficiently withstand the newly introduced deformations after the rehabilitation.

Table 4. Mean and standard deviation of the maximum rotations at beam ends with respect to the gravity loads  
Tabelle 4. Erwartungswert und Standardabweichung der maximalen Riegel-End-Verdrehungen bezogen auf die Eigen-  
gewichtslastfälle

			Position 1			Position 2			Position 3			Position 4		
Story			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
Gravity load	AVL	before rehab.	0.49	0.35	0.28	3.68	3.27	2.19	0.46	0.36	0.23	3.73	3.35	2.15
			±0.16	±0.22	±0.41	±0.34	±0.74	±0.95	±0.18	±0.22	±0.18	±0.35	±0.73	±0.99
	CVL	after rehab.	1.37	0.63	0.59	2.99	2.39	1.35	2.25	1.76	1.03	3.86	3.74	3.34
			±0.37	±0.16	±0.23	±0.45	±0.33	±0.78	±0.42	±0.29	±0.72	±0.31	±0.33	±0.44
		before rehab.	1.46	0.88	0.52	2.83	2.17	1.30	1.42	0.90	0.42	2.91	2.25	1.31
			±0.16	±0.42	±0.41	±0.31	±0.76	±0.83	±0.16	±0.42	±0.39	±0.28	±0.73	±0.85
		after rehab.	1.96	1.36	1.10	2.56	2.10	1.09	2.64	2.27	1.20	3.29	3.20	2.95
			±0.49	±0.33	±0.46	±0.56	±0.45	±0.83	±0.54	±0.44	±0.93	±0.35	±0.38	±0.51

Table 5. Mean and standard deviation of the maximum rotations at beam ends with respect to the beam reinforcement ratio  
Tabelle 5. Erwartungswert und Standardabweichung der maximalen Riegel-End-Verdrehungen bezogen auf den Bewehrungsgrad der Riegel

			Position 1			Position 2			Position 3			Position 4		
Story			1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd	1st	2nd	3rd
Beam reinforcing ratio	0.5 < ≤ 1.5	before rehab.	0.99	0.69	0.42	3.40	3.10	2.14	0.96	0.72	0.32	3.46	3.17	2.13
			±0.53	±0.42	±0.31	±0.46	±0.61	±0.71	±0.53	±0.43	±0.27	±0.46	±0.61	±0.72
	1.5 < ≤ 2.5	after rehab.	1.85	1.08	1.00	2.99	2.41	1.57	2.64	2.17	1.45	3.71	3.62	3.38
			±0.41	±0.44	±0.40	±0.36	±0.24	±0.64	±0.34	±0.34	±0.69	±0.34	±0.34	±0.28
		before rehab.	0.91	0.34	0.22	3.03	1.99	0.80	0.87	0.35	0.17	3.10	2.10	0.74
			±0.52	±0.10	±0.02	±0.41	±0.72	±0.51	±0.50	±0.11	±0.02	±0.36	±0.70	±0.47
		after rehab.	1.26	0.81	0.50	2.35	2.00	0.39	2.05	1.78	0.29	3.32	3.18	2.71
			±0.32	±0.36	±0.21	±0.31	±0.26	±0.13	±0.26	±0.29	±0.03	±0.36	±0.34	±0.31



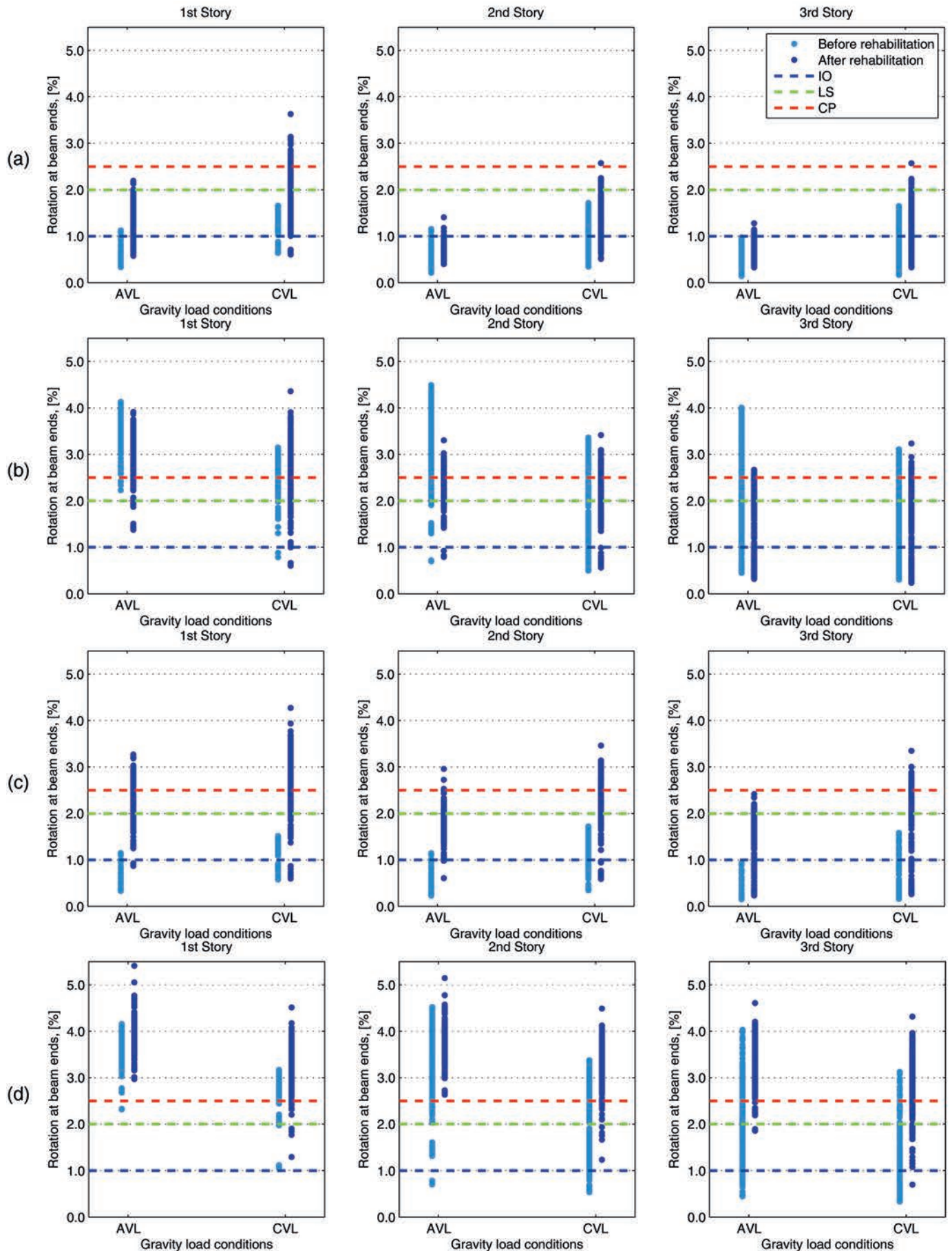


Fig. 7. Distribution of the maximum rotations at beam ends inspected at positions: (a) 1, (b) 2, (c) 3 and (d) 4 with respect to the gravity loads

Bild 7. Verteilung der maximalen Riegel-End-Verdrehungen an den Positionen: (a) 1, (b) 2, (c) 3 und (d) 4 bezogen auf die Eigengewichtslastfälle

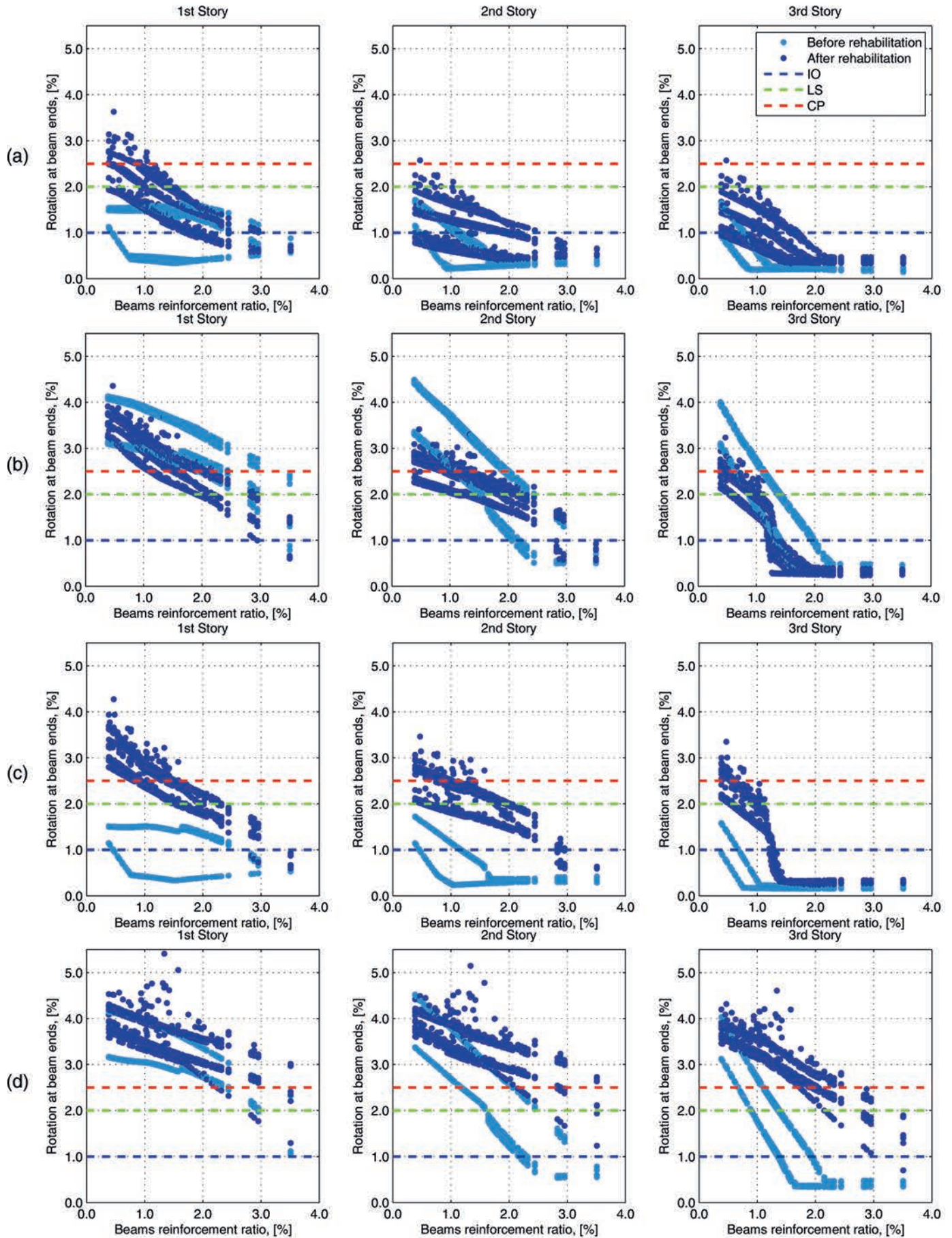


Fig. 8. Distribution of the maximum rotations at beam ends inspected at positions: (a) 1, (b) 2, (c) 3 and (d) 4 with respect to the beam reinforcement ratio

Bild 8. Verteilung der maximalen Riegel-End-Verdrehungen an den Positionen: (a) 1, (b) 2, (c) 3 und (d) 4 bezogen auf den Bewehrungsgrad der Riegel



## 4 Conclusions

Contribution of the moment frame to the lateral resisting of moment frame systems before and after rehabilitation with RC walls was studied. 3-Story 2D frames were selected as the case study. A number of parameters were considered for further investigation of their effects on the moment frame contribution. These included base conditions, gravity loads and beam reinforcement ratios. Nonlinear static analysis was performed on the models constructed using the OpenSees platform. Beam end rotations were chosen to be the indicators. Results show that the moment frame generally contributes more to the lateral resisting after the rehabilitation i. e. the demand on beam elements increases. In addition, sensitivity analysis was performed to find out the most influential parameters. According to the results of this study, seismic rehabilitation with RC walls may require a thorough check of the existing frame elements to make sure if they are capable of fulfilling the newly introduced demand levels.

## References

- [1] *Filippou, F., Issa, A.*: Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames under Cyclic Load Reversals. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley 1988.
- [2] *Leipold, M., Schwarz, J.*: Modeling Technics for RC Frame Systems with Infills. 18th International Conference on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering. Weimar, Germany: Bauhaus-Universität Weimar 2009.
- [3] *Sattar, S., Liel, A.*: Seismic Performance of Reinforced Concrete Frame Structures with and without Masonry Infill Walls. 9th U.S. National and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering. Toronto, Canada 2010.
- [4] *Abrahamczyk, L.*: Kenngrößen zur Bewertung des Verhaltens von Geschossbauwerken in Erdbebengebieten und Kriterien für den Ertüchtigungsbedarf. (PhD thesis). Department of civil Engineering, Bauhaus-Universität Weimar 2013.
- [5] *Yan, W., Wallace, J.*: Analytical Studies of Four Shear Wall Buildings Using Data from Recent California Earthquakes. Potsdam, Newyork: Department of Civil Engineering, Clarkson University 1993.
- [6] *Azzato, F., Vulcano, A.*: Modeling of RC Frame-Wall Structures for Nonlinear Seismic Analysis. 11th World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico 1996.
- [7] *Tang, Y., Zhang, J.*: Probabilistic Seismic Demand Analysis of a Slender RC Shear Wall Considering Soil-Structure Interaction Effects. *Engineering Structures* 33 (2011), pp. 218–229.
- [8] *Marzban, S., Banazadeh, M., Azarbakht, A.*: Seismic Performance of Reinforced Concrete Shear Wall Frames Considering Soil-Foundation-Structure Interaction. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*. (Ahead of print, doi: 10.1002/tal.1048) 2012.
- [9] Applied Technology Council: ATC 40: The Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, Vol. I & II, Redwood, California 1996.
- [10] NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures, FEMA 450-1/2003 Edition, Part 1: Provisions, Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C. 2004.
- [11] *McKenna, F., Fenves, G. L., Scott, M. H.*: Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSees). University of California, Berkeley 2000. Available at <http://opensees.berkeley.edu/>.
- [12] *Ibarra, L.*: Global Collapse of Frame Structures under Seismic Excitations. (PhD thesis). Department of CEE, Stanford University, USA 2003.
- [13] *Ibarra, L. F., Medina, R. A., Krawinkler, H.* (2005). Hysteretic Models that Incorporate Strength and Stiffness Deterioration. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 34 (2005), 12, pp. 1489–1511.
- [14] *Orakcal, K., Massone, L., Wallace, J.*: Analytical Modeling of Reinforced Concrete Walls for Predicting Flexural and Coupled-Shear-Flexural Response. Report No. PEER-2006/07. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California 2006.
- [15] *Gazetas, G.*: Foundation Vibrations. In H. Y. Fang (Ed.), *Foundation Engineering Handbook* (pp. 553–593). New York: Van Nostrand Reinhold 1991.
- [16] *Harden, C., Hutchinson, T. C., Martin, G. R., Kutter, B. L.*: Numerical Modeling of the Nonlinear Cyclic Response of Shallow Foundations. Report No. PEER-2005/04. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California 2005.
- [17] *Gajan, S., Hutchinson, T. C., Kutter, B. L., Raychowdhury, P., Ugalde, J. A., Stewart, J. P.*: Numerical Models for Analysis and Performance - Based Design of Shallow Foundations Subjected to Seismic Loading. Report No. PEER-2007/04. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California 2007.
- [18] Prestandard and Commentary for Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 356, Prepared by the American Society of Civil Engineers for the Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C. 2000.
- [19] *Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., Tarantola, S.*: Global Sensitivity Analysis: The Primer. John Wiley and Sons, Ltd. West Sussex, England 2008.

## Authors

M.Sc. Samira Marzban  
Bauhaus-Universität Weimar  
Graduiertenkolleg 1462  
Berkaerstraße 9,  
99423 Weimar  
[samira.marzban@uni-weimar.de](mailto:samira.marzban@uni-weimar.de)

Dr.-Ing. Jochen Schwarz  
Bauhaus-Universität Weimar  
Zentrum für die Ingenieuranalyse von Erdbebenschäden  
(Erdbebenzentrum)  
Marienstraße 13,  
99423 Weimar  
[schwarz@uni-weimar.de](mailto:schwarz@uni-weimar.de)



# Tragwerksmonitoring und numerische Simulation

Monitoringsysteme von Ingenieurtragwerken haben in den vergangenen Jahren eine immer größere Verbreitung gefunden. Ziel ist es, Aussagen zum tatsächlichen Tragverhalten von bestehenden Strukturen zu erhalten. Die erzielten Messwerte stellen allerdings auch nur Modellergebnisse dar, die die Realität problem-spezifisch und abstrahiert abbilden. Die Qualität dieser Modellantworten ist zu hinterfragen. Eine begrenzte Leistungsfähigkeit in der Messtechnik, schlicht falsche Sensorpositionierungen u. Ä. produzieren Störungen und Unsicherheiten, die die Qualität der Ergebnisse deutlich beeinflussen können.

Die Erstellung eines geeigneten Prognosemodells zur Voraussage von vertrauenswürdigen Tragwerksantworten erfordert einen beträchtlichen Aufwand. Numerische Berechnungen, experimentelle Untersuchungen und Tragwerksmonitoring sind im Sinne von Partialmodellen gezielt zu koppeln. Basierend auf einer numerischen Berechnung kann z. B. die Planung eines Monitoringsystems erfolgen. Das Ziel sind u. a. effiziente Sensorpositionierungen. Die Ermittlung von Modellunsicherheiten stellt einen Weg dar, um die Qualität der einzelnen Ergebnisse zu verbessern bzw. überhaupt einzuschätzen. Die bewertete Kopplung der Modelle Numerik, Experiment und Monitoring soll zur Erstellung eines Prognosemodells mit maximal möglicher Modellqualität führen.

**Keywords:** Modellierung, hybride; Tragwerksmonitoring; Einwirkungen, stochastische; Modellunsicherheit; Modellierung, numerische; Experiment

**Structural health monitoring and numerical simulation.** *Monitoring concepts for engineering structure systems have been subjected to a rapid development process. The aim is to obtain information on the actual structural behaviour of existing structures. The measured values, however, constitute only model results that reflect the reality in a problem-specific or abstract way. The quality of these model responses is a relevant question. A limited efficiency of measurement equipment, incorrect positioning of sensors etc. is significantly produces errors and uncertainties that may affect the quality of the monitoring results.*

*To establish an appropriate prognosis model for predict the suitable structural response requires a considerable expenditure. Numerical calculations, experimental studies and monitoring of structures will be coupled to gain the target objectives. Based on numerical calculations, the design of the monitoring system can be carried out. Goal of the design process is the efficient positioning of sensors. The calculation of model uncertainty is one option to assess and improve the quality of the individual results. The evaluated coupling of numerical models, experimental and monitoring model will be used to create a predictive model with a maximum possible model quality.*

**Keywords:** hybrid modeling; structural health monitoring; stochastic loads; model uncertainty; numerical modeling; experiment

## 1 Einleitung

Die praktische Anwendung von Monitoringsystemen im Bauingenieurwesen hat im Laufe des letzten Jahrzehnts merklich zugenommen [1]. Da reale Tragwerke jedoch meist Unikate darstellen [2], besitzen gewonnene Messergebnisse im Allgemeinen ebenfalls unikathaften Charakter und können nur bedingt verallgemeinert werden. Zudem bilden die Messwerte i. Allg. meist nur einen begrenzten Ausschnitt aus dem komplexen Gesamtsystem eines Tragwerks ab. Die Positionierung und Art der verwendeten Messgeber bestimmen die definierten Zielgrößen. Inwieweit alle für das Tragverhalten und die notwendigen Prognosen tatsächlich interessanten Effekte erfasst werden, ist häufig kaum einzuschätzen.

Eine Kombination aus Monitoring, Experiment und Numerik kann eine zielführende Vorgehensweise darstellen, um bei aller Beschränktheit in den technischen Möglichkeiten optimale Ergebnisse zu erhalten. Das gezielte Zusammenspiel der Kenngrößen des realen Tragwerks und einer komplexen Systemanalyse mittels numerischer Methoden kann Möglichkeiten eröffnen, um das realitätsnahe Tragverhalten eines Bauwerks zu prognostizieren. In der Fachliteratur [3], [4] wird dabei von hybriden Verfahren gesprochen. Eine detaillierte Betrachtung zeigt, dass dieses Vorgehen sehr komplexe Modelle benötigt.

Ausgehend von einer Analyse der in der Literatur umfangreich beschriebenen Verfahren der hybriden Methoden soll eine problemspezifische Erweiterung erfolgen. Als anschauliches Anwendungsbeispiel dient ein überschaubares System von Masten. Im Fokus der Diskussion vorhandener Ansätze steht dabei insbesondere die Quantifizierung von Unsicherheiten in den gewählten mathematischen Modellen und deren Eingangsparametern. In der Kopplung mit bewerteten physikalischen Modellen besteht das Ziel in einer Reduzierung der Gesamtunsicherheiten. Das Gesamtsystem Tragwerk soll mit einem Maximum an Modellqualität abgebildet werden.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Erweiterter Ansatz einer hybriden Modellierung

Eine schematische Übersicht zur aktuellen Beschreibung einer hybriden Vorgehensweise ist in Bild 1 dargestellt. Dieses Schema ist sehr prinzipiell und lässt keine Rückschlüsse auf Detailprobleme zu. Interessant scheint die Fragestellung, was sich hinter einer hybriden Methode (Methode: systematisiertes Verfahren zur Gewinnung von

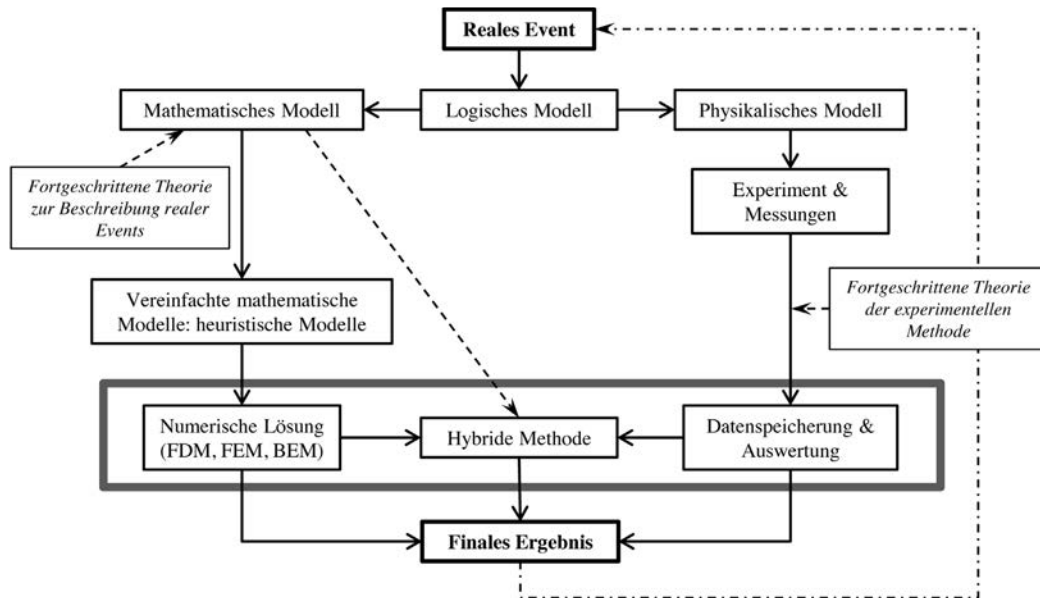


Bild 1. Schematische Darstellung des hybriden Verfahrens (nach [4])  
Fig. 1. Diagram of hybrid procedures (according to [4])

Erkenntnissen – hybrid: aus Verschiedenartigem von zweierlei Herkunft zusammengesetzt) praktisch verbergen kann. Insgesamt sollte doch eine Methode geschaffen werden, die in komplexer Art und Weise Daten unterschiedlicher Vorgehensstrategien (hybride) miteinander so koppelt, dass eine neue Qualität in den Aussagen möglich wird.

Die detaillierte Betrachtung realer Analyse- und Synthesevorgänge sowohl im theoretischen als auch experimentellen Bereich zeigt, dass die Prozesse in eine große Anzahl von Einzelaktivitäten und Partialmodelle gegliedert werden müssen, wenn aussagefähige Beschreibungen

erfolgen sollen [5], [6]. Ausgehend von Bild 1 ist in Bild 2 dazu eine erweiterte Darstellung entwickelt worden. Das Zusammenwirken der unterschiedlichen Erfahrungsfelder wird in den Details deutlich. Die Prozesse der Kalibrierung und Validierung sind klar zu trennen und in ihrem Einfluss auf das Gesamtmodell darzustellen. Die Modellverifikation erfolgt innerhalb der mathematischen Modellierung und wird hier nicht weiter betrachtet.

Es zeigt sich, dass aus dem einfachen Kasten „hybride Methode“ (Bild 1) die tatsächliche Fragestellung der Schaffung einer Methode des Datenvergleichs wächst. Dabei

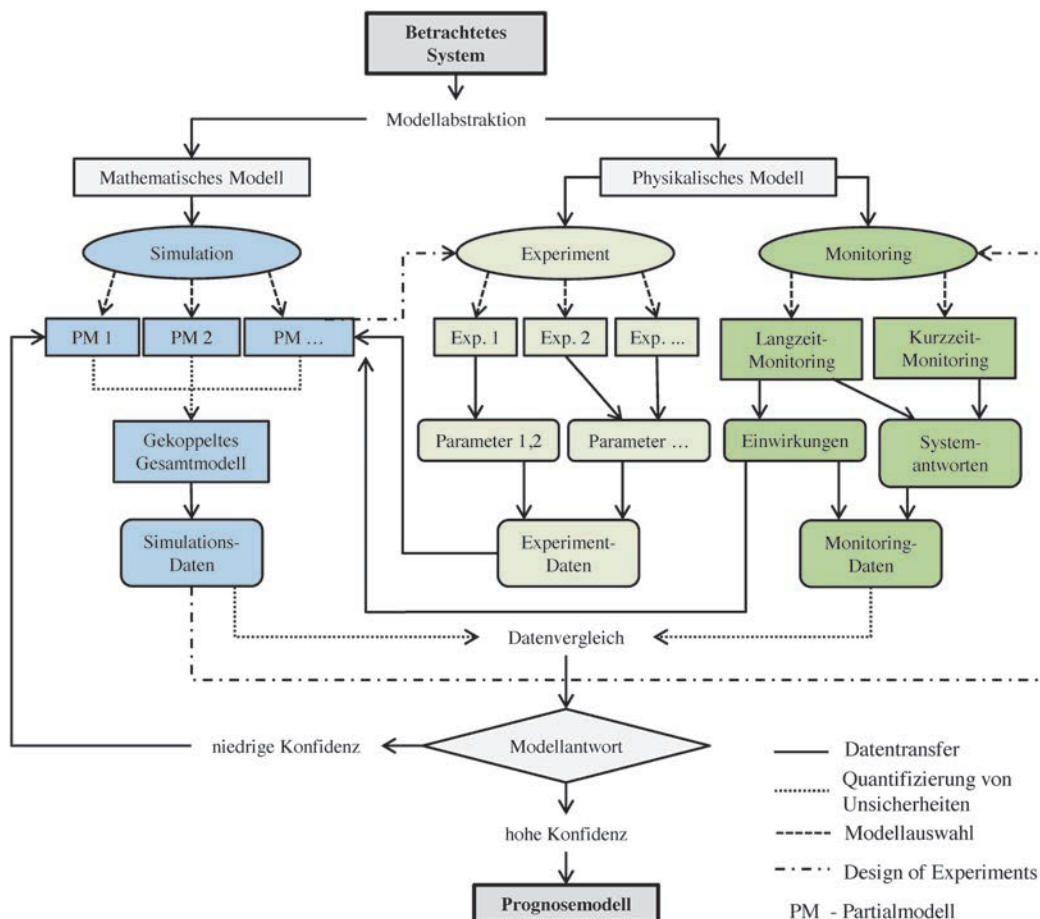


Bild 2. Hybride Modellierung mittels Numerik, Experiment und Monitoring  
Fig. 2. Hybrid Modelling using Numerics, Experiments and Monitoring

sind Kriterien zu entwickeln, die eine qualitative Beurteilung der Modellantworten ermöglichen. Vereinzelt aktuelle Forschungsvorhaben [15] beschäftigen sich bereits mit der Bewertung von Unsicherheiten in Monitoringsystemen an Strukturen des konstruktiven Ingenieurbaus. Aufbauend auf diesen Ansätzen soll eine ganzheitliche Bewertungsmethode für physikalische Modelle, analog zu den bereits im Rahmen des Graduiertenkolleg 1462 entwickelten Bewertungsmethoden für mathematische Modelle [8], [9], [10], entwickelt werden.

## 2.2 Modelle

### 2.2.1 Mathematisches Modell

Das mathematische Modell steht als Überbegriff für die allseits bekannten, numerischen oder analytischen Berechnungsverfahren, welche für die Bemessung von Tragwerken zum Einsatz kommen. Bei der Abbildung einer gewählten Tragstruktur mittels numerischer Modelle ist eine Vielzahl an Modellierungs- bzw. Abstrahierungsmöglichkeiten gegeben. Abhängig von den Zielgrößen, können unterschiedliche Partialmodelle gekoppelt und damit der Detaillierungsgrad des mathematischen Modells bestimmt werden. Einen Überblick zu den Aspekten der Modellierung geben *Reuter/Knabe* in [7].

Als Partialmodelle werden numerische oder analytische Abbildungen physikalischer Phänomene bezeichnet, welche unabhängig voneinander betrachtet werden können. Für unterschiedliche Phänomene können mehrere Partialmodelle zur Verfügung stehen, welche sich in Modellqualität und Modellunsicherheit unterscheiden. Um bei der Kopplung im Gesamtmodell ein Maximum an Modellqualität bzw. ein Minimum an Modellunsicherheit zu erzielen, muss die Auswahl und Kombination der Partialmodelle klar definiert und zweckgebunden bewertet werden [8], [9]. Eine Möglichkeit zur Bewertung gekoppelter Partialmodelle stellt die globale Modellbewertung mittels Grafentheorie dar [10], [11]. Dabei wird sowohl die Qualität der einzelnen Partialmodelle betrachtet als auch deren Kopplung untereinander.

### 2.2.2 Physikalisches Modell

Modelle, die der Gewinnung empirischer Daten mittels Experimenten an physisch vorhandenen Bauteilen dienen, werden hier als physikalische Modelle bezeichnet. Dies können sowohl Versuche (Veränderung von Einflussgrößen und Messung von Reaktionen) an einem realen Tragwerk bzw. an ausgewählten Tragwerksteilen sein, als auch an abstrahierten Körpern. Ziel ist die Quantifizierung von tatsächlich vorhandenen Daten zu Tragwerkeigenschaften, auch im Sinne von Einwirkungen u. Ä., und Systemparametern. Wichtig dabei ist die Berücksichtigung des Fakts, dass sehr häufig nur indirekt gemessen werden kann, z. B. Spannungen, und dass fast alle gemessenen Größen eigentlich einen integralen Charakter aufweisen.

Im Sinne einer gezielten Nutzung für unterschiedliche Anwendungsbereiche werden zwei Begriffe definiert.

#### Experiment

Als Experimente werden Versuche unter Laborbedingungen bezeichnet. Diese dienen im Wesentlichen der Ermitt-

lung von spezifischen Material- und Systemparametern. Die Realisierung von exakten Lagerungsbedingungen [12], klare Definition von Einwirkungen und der Ausschluss von störenden Umwelteinflüssen, soll eine Messung der Antwortgrößen mit einem hohen Maß an Genauigkeit, bzw. definierbaren Unsicherheiten, ermöglichen. Die Versuche sollten dabei so einfach wie möglich gestaltet werden. Je weniger unbekannte Parameter in einem Versuch vorhanden sind, umso genauer kann die Bestimmung der Antwortgrößen erfolgen. Die Minimierung von Unsicherheiten in den Antwortgrößen stellt das Ziel aller Bemühungen dar. Konzepte für die Bestimmung und Minimierung von Messunsicherheiten in experimentellen Untersuchungen finden sich u. a. in [13].

Die in einem Experiment zu bestimmenden Antwortgrößen sind abhängig von den eingesetzten numerischen und analytischen Modellen. Diese benötigen für eine zielgerichtete Prognose des Systemverhaltens Input-Parameter mit definierten Unsicherheiten für eine Kalibrierung, teilweise auch Validierung, der Modelle. Die Auswahl und Kombination der verschiedenen Partialmodelle definiert die durchzuführenden Experimente.

#### Monitoring

Bei der Durchführung eines Tragwerksmonitoring kommen Messungen am realen Tragwerk zum Einsatz. Ein reales Tragwerk, das mit definierten, d. h. synthetischen Einwirkungen beansprucht wird, fällt unter Experiment.

Die Daten aus Monitoring-Messungen stellen auch nur Modellergebnisse dar, auch wenn die Realität eine wesentliche Rolle spielt. Die Einwirkungen und das Systemverhalten können, auch mit hohem Aufwand, nur problemspezifisch und abstrahiert erfasst werden. Wesentlich ist die Beurteilbarkeit messtechnischer Unsicherheiten und Streuungen in den Daten.

Bei den gemessenen Daten eines Tragwerksmonitoring muss zwischen zwei grundsätzlich unterschiedlichen Gruppen unterschieden werden. Einerseits sind es die Einwirkungen auf das betrachtete Tragwerk, welche direkt gemessen werden können und im Wesentlichen unabhängig vom Tragwerk sind. Natürlich gibt es auch Effekte, die zwar unabhängig sind, aber aus einer Kopplung von Einwirkung und Tragwerk entstehen können, wie Luftwirbel o. Ä. Andererseits werden die Tragwerksantworten als Reaktion des Tragwerks auf die Einwirkungen gemessen. Diese Daten sind in ihrer Beurteilung i. Allg. komplexer zu sehen.

### 2.3 Hybride Kopplung der Modelle

Ausgangspunkt der Modellierung ist die Abbildung des betrachteten Systems im mathematischen Modell. Die Kopplung der benötigten Partialmodelle schafft ein Gesamtmodell, das das tatsächliche Tragverhalten des Systems voraussagen soll. Hier müssen erste Überlegungen zu Modellunsicherheiten bzw. zur Steigerung der Modellqualität erfolgen [8].

Das mathematische Gesamtmodell unterstützt bzw. erlaubt die Planung der Experimente und des Tragwerksmonitoring [5], [14]. Für erste Berechnungen zu Beginn des Algorithmus können die mathematischen Modelle mit Input-Parametern aus der Literatur verwendet werden. Echte Kalibrierungen erfordern aber i. Allg. gezielte experimen-



telle Untersuchungen mit tatsächlich verwendeten Materialien, Materialkopplungen usw.

Ausschlaggebend für das Design des Monitoringsystems sind die möglichen Vergleichsgrößen mit dem mathematischen Modell, sowohl in den Einwirkungen als auch Reaktionen. Interessant sind Daten von Sensoren mit unterschiedlicher Technik zu gleichen Reaktionen, um vergleichende statistische Untersuchungen bzw. Unsicherheitsbetrachtungen realisieren zu können [15]. Auch der mögliche Ausfall von Sensoren ist zu beachten.

Der Vergleich zwischen mathematischem und physikalischem Modell erfordert die Einführung der ermittelten Einwirkungen, das heißt der gemessenen und für eine Anwendung bearbeiteten Daten, in das mathematische Modell. Ein Vergleich der Ergebnisse aus Simulation und Monitoring, unter Berücksichtigung von Kalibrierung, erlaubt die Validierung des mathematischen Modells. Dabei sind die Einflüsse der Modellunsicherheiten, d. h. die Streuungen in den Modellantworten, direkt zu berücksichtigen.

Durch die Definition von Konfidenzintervallen für den Vergleich beider Modellantworten, mathematisch und physikalisch, könnte eine Möglichkeit geschaffen werden, Aussagen mit einer beurteilbaren Zuverlässigkeit oder Unsicherheit zu erhalten. Gibt es keine hinreichende Übereinstimmung, so sind die Annahmen bei der Erstellung des mathematischen Modells sowie das Design und die Technik des Monitoringsystems kritisch zu hinterfragen und problemspezifisch anzupassen. Lediglich eine Anpassung auf Seiten des mathematischen Modells ist hierbei nicht zielführend, da die Ergebnisse des Monitoring aufgrund der Unsicherheitsbetrachtung nicht automatisch als Referenzwerte angesehen werden können.

### 3 Untersuchungen am Mast

#### 3.1 Tragwerk

Das gewählte Tragwerk sollte nicht zu komplex in der konstruktiven Gestaltung und in einer größeren Anzahl verfügbar sein. Letzteres ermöglicht statistische Betrachtungen, insbesondere auch Analysen von Unsicherheiten und Unschärfen in den Modellantworten, was bei unikathaften Bauwerken kaum möglich ist und Verallgemeinerungen erschwert. Die Wahl fiel auf einen am Fußpunkt eingespannten Spannbetonmast, der als Oberleitungsmast an den Strecken der Deutschen Bahn zum Einsatz kommt.

Der Aufwand für das mathematische Modell und eine numerische Modellierung ist verträglich. Selbst eine realitätsnahe Modellierung von Windeinwirkungen ist denkbar, auch wenn die realen Prozesse bei der Vorbeifahrt von Zügen bisher nur sporadisch erforscht sind. Zudem bietet sich die Möglichkeit, mehrere Tragwerke identischer Bauweise zeitgleich bzw. unabhängig zu untersuchen. Ferner können im Rahmen des Baufortschritts unterschiedliche Bauzustände erfasst und analysiert werden. Die Möglichkeiten zur Installation eines Tragwerksmonitoring bestehen allerdings nur während des Bauprozesses. Eine Herausforderung besteht darin, dass nach Inbetriebnahme der Strecke die Messsensoren nicht mehr zugänglich sind. Die kompakten Systemabmessungen des Tragwerks erlauben zudem experimentelle Untersuchungen im Labor an realen Tragwerksteilen mit vertretbarem Aufwand.

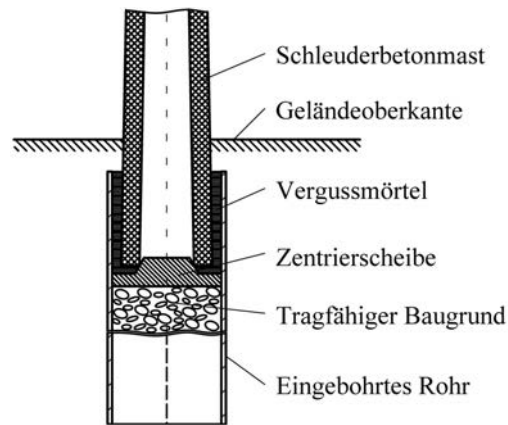


Bild 3. Schematische Darstellung der Fußpunktausbildung (nach [17])

Fig. 3. Schematic representation of the base point (according to [17])

Bei den Masten handelt es sich um im Schleuderverfahren hergestellte Spannbetonmaste [16]. Die Einspannung am Fußpunkt wird durch ein in den Baugrund eingehohrtes Stahlrohr realisiert, welches den Mastfuß umschließt und kraftschlüssig vergossen wird (Bild 3). Somit ergibt sich das statische System eines eingespannten Stabes. Im weiteren Verlauf der Baumaßnahmen bzw. im realen Betrieb vollziehen sich allerdings einige Änderungen am statischen System. Durch die Installation der Oberleitung erfolgt eine teilweise Kopplung zwischen mehreren Masten am Kopfpunkt. Das numerische Tragwerksmodell wird an die jeweils aktuellen Gegebenheiten unter Berücksichtigung des Bauprozesses angepasst.

#### 3.2 Mathematisches Modell

Das mathematische Modell umfasst mehrere zu koppelnde Partialmodelle:

- Strukturmodell
- Materialmodell
- Kriech- und Schwindmodell
- Relaxationsmodell
- Bodenmodell
- Lastmodell.

Wie bereits erwähnt, erfolgt die Kopplung und Bewertung der Partialmodelle unter Nutzung grafentheoretischer Ansätze [10], [11]. Dabei werden unterschiedliche Systemzustände betrachtet, z. B.:

- Die Berechnung von Eigenformen und Eigenwerten dient der Festlegung von Systemparametern für die Analyse des dynamischen Systemverhaltens.
- Für gegebene Einwirkungs-Struktur-Interaktionen sind die Systemantworten in Form von Verformungen, Dehnungen o. Ä. zu bestimmen.

#### 3.3 Physikalisches Modell

##### Experiment

Die experimentellen Analysen dienen der Quantifizierung von Materialparametern und Systemkenngrößen. Da es sich bei den gewählten Tragwerken um im Schleuderver-

fahren hergestellte Maste handelt, ist die Bestimmung von Tragwerkseigenschaften schwieriger als an herkömmlichen Konstruktionen.

Die Materialparameter des Betons können nur an Proben aus Originalquerschnitten bestimmt werden, da durch den Schleudervorgang eine inhomogene Materialverteilung entsteht. Durch die hohen Fliehkräfte werden die Grobbestandteile des Betons an die Außenseite gepresst, Wasser und Feinbestandteile setzen sich im inneren Teil der Wandung ab. Daher sind die Materialparameter über den Querschnitt veränderlich, was zu berücksichtigen ist. Zugproben an den Bewehrungselementen und Kriechversuche zur Quantifizierung des Betonverhaltens unter Belastung vervollständigen die Materialanalysen. Am Gesamtsystem „Mast“ sind Grenzzustandsuntersuchungen zur Bestimmung von Versagensmechanismen zu realisieren.

### Monitoring

Für die Messungen an den realen Bauwerken wurde ein komplexes Monitoringsystem geplant, das sowohl Daten zu den komplexen Einwirkungen als auch zum Tragverhalten erfasst. Zur Identifizierung der System- und Einwirkungsparameter wurden zwei Vorgehensweisen ausgewählt.

Die Installation der in Tabelle 1 dargestellten Sensoren erfolgte an drei identischen Masten, die in direkter Nachbarschaft zueinander positioniert sind. Die Positionierung der Sensoren wurde aus Berechnungen am mathematischen Modell und technischen Randbedingungen optimiert.

Im Zuge der Produktion der Maste wurden im inneren des Querschnittes Dehnmessstreifen (DMS) auf den Spannstählen in den vier Hauptachsen des Mastes, sowie Temperatursensoren zur Bestimmung der Kerntemperatur des Betons positioniert. Die Schwierigkeit für die Installation im Inneren der Maste bestand dabei vor allem in der Tatsache, dass die Sensoren während des Schleudervorgangs kurzzeitig einer bis zu 20fachen Erdbeschleunigung ausgesetzt werden.

Die DMS wurden auf den Spanngliedern appliziert. Da im Bereich der maximalen Dehnungen Beeinflussungen durch die Spanngliedverankerung zu erwarten waren, konnte die Positionierung nicht in den am stärksten beanspruchten Bereichen erfolgen. Um dennoch Aussagen über die maximalen Dehnungen zu erhalten, wurden zusätzliche Bewehrungseisen im Bereich der Einspannstelle angeordnet und mit DMS ausgestattet (Bild 4).



Bild 4. Gekapselte DMS auf der Bewehrung

Fig. 4. Encapsulated strain gauges on the reinforcement

Während der Montage auf der Baustelle wurden zudem DMS am Gründungsrohr, Bodenfeuchte-Sensoren, Erddruckmesser und Beschleunigungsaufnehmer angebracht. Die Einwirkungen werden über Windrichtungs-, Windgeschwindigkeits- und Winddruckmesser sowie Temperatursensoren erfasst. Durch die Integration aller Messsensoren in einem Messsystem ist die direkte Zuordnung aller Messwerte zueinander möglich, es besteht eine exakte Zeitsynchronisation für alle Messstellen.

Die Bestimmung der Systemcharakteristika wie Eigenwerte und Eigenformen erfolgt mit Hilfe von temporären Kurzzeitmessungen [18], [19] an 50 Masten des gleichen Typs mittels Beschleunigungssensoren in unterschiedlichen Höhen der Maste. Die Messungen dienen vorrangig der statistischen Auswertung der Modellantworten sowie der Identifikation von Verteilungsfunktionen. Die Möglichkeit der Auswertung natürlicher Streuungen in den Modellantworten nahezu identischer Tragwerke soll somit erzielt werden. Um zudem Einflüsse aus äußeren Bedingungen und verschiedenen Ausbaustufen des Tragwerks zu ermitteln, sollen diese Messungen 2- bis 3mal im Laufe eines Jahres wiederholt werden. Die direkte Auswirkung von unterschiedlich gekoppelten Partialmodellen soll somit auch im physikalischen Modell betrachtet werden.

### 4 Ausblick

Mittels hybrider Modellierung kann eine Kopplung von mathematischem und physikalischem Modell erfolgen, was zu einer Steigerung der Prognosequalität und somit Reduzierung der Modellunsicherheit führt.

Aktuell erfolgen die Bewertung des mathematischen Modells mittels globaler Modellbewertung und die Pla-

Tabelle 1. Sensorbestückung im Langzeit-Monitoring

Table 1. Sensor equipment for long-term monitoring

Mast 1	Mast 2	Mast 3
8× DMS auf Bewehrung	8× DMS auf Bewehrung	8× DMS auf Bewehrung
4× DMS an Gründungsrohr	4× DMS an Gründungsrohr	4× DMS an Gründungsrohr
1× Bauteiltemperatur	1× Bauteiltemperatur	1× Bauteiltemperatur
1× Bodenfeuchtigkeit	4× Oberflächentemperatur	1× Bodenfeuchtigkeit
1× Saugspannung im Boden	4× Winddruckbelastung	1× Saugspannung im Boden
	1× Umgebungswind	
	2D Beschleunigung in 2 Höhen	
	1× Bodenfeuchtigkeit	
	1× Saugspannung im Boden	
	2× Erddruck am Gründungsrohr	

nung der notwendigen Experimente zur Quantifizierung der Parameter. Die vollständige Inbetriebnahme des Monitoringsystems ist in der zweiten Jahreshälfte 2013 geplant, erste Belastungen und Systemantworten aus tatsächlichem Bahnbetrieb werden während der Probephase im Jahre 2014 erwartet. Erst dann kann eine vollständige Anpassung der Systemparameter erfolgen und damit die aufgezeigte hybride Modellierung in vollem Umfang durchgeführt werden.

## Dank

Die Autoren danken der Firma Europoles Neumarkt für die fachliche Zusammenarbeit und die Möglichkeit des Sensoreinbaus während des Produktionsprozesses sowie der Deutschen Bahn für die Ermöglichung des Forschungsvorhabens. Den Mitarbeitern der Versuchstechnischen Einrichtung der Bauhaus-Universität Weimar gilt zudem der Dank für die praktische Umsetzung des Monitoringsystems und der Experimente.

## Literatur

- [1] Burkhardt, R.: Ist der Zustand eines Bauwerks zuverlässig mess- und prüfbar? Bautechnik 89 (2012), H. 11, S. 735–736.
- [2] Werner, F., Könke, C., Schanz, T., Bucher, C.: Realität – Modell – Bauwerk. Bautechnik-Sonderdruck „Modellqualitäten“ 88 (2011), H. 6, S. 4–7.
- [3] Kim, J. H., Ghaboussi, J., Elnashai, A. S.: Hybrid Mathematical-Informational Modeling of Beam-to-Column Connections. Report No. 10-02, Mid-American Earthquake Center, 2010.
- [4] Laermann, K.-H.: Optical Methods in Experimental Solid Mechanics. Wien: Springer Verlag 2000.
- [5] Goulet, J. A.: Probabilistic Model Falsification for Infrastructure Diagnosis. Dissertation. Lausanne, 2012.
- [6] Oberkampff, W. L., Trucano, T. G., Hirsch, C.: Verification, validation and predictive capability in computational engineering and physics. Foundations for Verification and Validation in the 21<sup>st</sup> Century Workshop, Laurel, Maryland 2002.
- [7] Reuter, M., Knabe, T.: Aspekte der Modellierung am Beispiel eines Rahmentragwerkes. Bautechnik – Sonderdruck „Modellqualitäten“ 88 (2011), H. 6, S. 26–34.
- [8] Most, T.: Assessment of structural simulation models by estimating uncertainties due to model selection and model simplification. Computers and Structures 89 (2011), pp. 1664–1672.
- [9] Reuter, M. C.: Multikriterielle Bewertungsmethode für die Prognosequalität von komplexen Ingenieurmodellen. Schriftenreihe des DFG Graduiertenkollegs 1462 Modellqualitäten, Heft 3, Weimar, 2012.
- [10] Keitel, H., Karaki, G., Lahmer, T., Nikulla, S., Zabel, V.: Evaluation of coupled partial models in structural engineering using graph theory and sensitivity analysis. Engineering Structures 33 (2011), No. 12, pp. 3726–3736.
- [11] Keitel, H.: Assessing the prediction quality of coupled partial models considering coupling quality. Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Stuttgart (2012), S. 33–46.
- [12] Bauer, M., Reuter, M.: Modellqualität in Abhängigkeit der Tragwerksabstraktion. Bautechnik – Sonderdruck „Modellqualitäten“ 88 (2011), H. 6, S. 45–52.
- [13] Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. International Standardization Organization, Geneva (Switzerland), 1995.
- [14] Antony, J.: Design of Experiments for Engineers and Scientists. Oxford: Butterworth-Heinemann 2003.
- [15] Krawtschuk, A., Strauss, A., Haider, K., Zimmermann, T., Bergmeister, K.: Ermittlung von Modellunsicherheiten bei Stahlbetonstrukturen – Innovative Monitoring- und Einflusslinienkonzepte am Fallbeispiel einer Integralen Brückenstruktur. Beton- und Stahlbetonbau 107 (2012), H. 12, S. 824–835.
- [16] Fouad, F. H., Detwiler, R. J.: High-strength materials for spun concrete poles. Design requirements for poles determine the material properties. PCI journal 57 (2012), No. 3, pp. 27–32.
- [17] Kiessling, F., Puschmann, R., Schmieder, A., Schneider, E.: Contact Lines for Electric Railways. Planning, Design, Implementation, Maintenance. Erlangen: Publics Publishing, 2nd edition, Revised reprint, 2012.
- [18] Chen, S. E., Ong, C.-K., Antonsson, K.: Modal Behaviors of Spun-Cast Pre-Stresses Concrete Pole Structures. Conference Proceedings: IMAC – XXIV: Conference and Exposition on Structural Dynamics, St. Louis, Missouri 2006, S. 1831–1836.
- [19] Dai, K. S., Chen, S. E.: Modal Characteristics of Direct Embedded Concrete Poles. Conference Proceedings: IMAC – XXVI: Conference and Exposition on Structural Dynamics, Orlando, Florida 2008, S. 1324–1330.

## Autoren dieses Beitrages:

Frank Scheiber, M.Sc

frank.scheiber@uni-weimar.de

Hem Bahadur Morta, M.Sc.

hem.bahadur.motra@uni-weimar.de

beide

Bauhaus-Universität Weimar

Graduiertenkolleg 1462

Berkaer Straße 9

99423 Weimar



# Quality assessment of strain measurement in concrete structures

Monitoring and experiment are an important issue for structures in order to control their health state. Strain gauges are often used for this aim, but the measures to be utilised can be affected by various factors. In this paper we present the quantifying of measurement uncertainties in time-dependent strain measurement of concrete using probability density function and sensitivity analysis. A new approach is proposed to quantifying measurement uncertainty based on the Guide for Uncertainty in Measurement (ISO/IEC Guide 98-3). Several approach for the deterministic equation; the measurement uncertainty model, the uncertainty based on measurement data, the probabilistic model as well as posterior measurement uncertainty are presented. The proposed methodology can be applied to calibration of experiments and measurement data of time-dependent strain measurement of concrete. Influence of various factors is taken into account of strain gauge, such as the mechanical strain, model uncertainty, strain gauge factor variation etc. Global sensitivity measures are investigated to estimate and rank the contribution of each individual input parameter.

**Keywords:** bayesian updating; measurement uncertainty; probability; strain measurement; sensitivity analysis

**Qualitätsbewertung von Dehnungsmessungen in Betonstrukturen.** *Tragwerksmonitoring und Experimente sind wichtige Bestandteile für die Beurteilung des aktuellen Zustandes von Bauwerken. Oftmals werden für diese Zwecke Dehnmessstreifen eingesetzt, aber die Messwerte dieser können durch eine Vielzahl an Faktoren beeinflusst werden.*

*In diesem Artikel wird die Quantifizierung von Messunsicherheiten in zeitabhängigen Dehnungsmessungen an Betonstrukturen aufgezeigt, wobei Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie Sensitivitätsanalysen angewendet werden. Basierend auf den Regularien zur Bestimmung von Messunsicherheiten (ISO/IEC Guide 98-3), wird ein neuer Ansatz zur Unsicherheitsanalyse aufgezeigt. Verschiedene Methoden werden dabei zu einer ganzheitlichen Aussage zusammengeführt, so beispielsweise die deterministische Gleichung der Dehnungsmessung, versuchsdaten-basierte Messunsicherheitsmodelle, probabilistische Modelle und posterior Messunsicherheiten. Die vorgestellte Methode kann zur Kalibrierung von Experimenten oder Messwerten von zeitabhängigen Dehnungsmessungen an Betonstrukturen verwendet werden. Dafür wurden die mechanische Dehnung, die Modellunsicherheit und der Temperatur-Anpassungsfaktor in der Quantifizierung der Messunsicherheit berücksichtigt. Abschließend wird mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen der proportionale Einfluss einer jeden Unsicherheitsquelle analysiert. Dies ermöglicht die genaue Erfassung der Relationen zwischen den berücksichtigten Unsicherheitsquellen.*

**Keywords:** Bayesian Aktualisierung; Messunsicherheit; Dehnungsmessung; Sensitivitätsanalyse

## 1 Introduction

Uncertainties are abundant in structural engineering. Major sources of these uncertainties may include uncertainties of materials properties, spatial variability, model uncertainties, and measurement uncertainties. Every measurement and monitoring have some uncertainties associated with them regardless of how carefully the measurement was made. The end results of analyses based on experimental measurements also contain uncertainty. Because uncertainty affects the usefulness of measurements results and decisions that might be made using them, it is important for engineers to be able to quantify uncertainty. In fact, an inadequate consideration of experimental uncertainties can seriously compromise the final design of large, complex structures.

Since the safety factors used in design of structural strength are usually larger than those for serviceability the actual risk in loss of strength is smaller than that in serviceability. This gives rise to need a reliability analysis on induced structural behaviour. The application of experimental and monitoring data for a serviceability and reliability analysis exist in various fields of engineering [1], [2], [3]. The most relevant question of the application of data is: Which uncertainties should be applied to the experimental and monitoring data when utilised in a reliability and serviceability analysis? An attempt is made to answer the question in this paper. Several procedures can be adopted for the structural health monitoring during the service life, which can be based on periodical control of the structural behaviour [4]. The measurement uncertainties in strain gauge determination method based on ISO/IEC Guide 98-3 [5].

Strain gauge is one of the tools most often used in strain measurement owing to their apparent accuracy, low cost, and ease of use; however, they are frequently misused, and the causes of their measurement uncertainty badly estimated [6]. There are two reasons for measurement uncertainty: the first is due to the measurand, and the second is due to the uncertainty introduced by the measuring system. It is also important to note that systematic errors have an effect on the global accuracy of the measuring system, while random errors affect the system's precision and consequently its accuracy [7]. The quality of raw data involves the use of a model of measurement to determine the uncertainty associated with the best estimate of the value of the quality to be measured [8]. A measurement uncertainty in strain gauge according to [5] is explained below and is used in this pa-

per. This concept was first introduced by [9] and applied in offshore wind turbine monitoring.

The uncertainty inherent in measured data or measurement, uncertainty due to the positioning of the gauges, uncertainty due to the installation used to calibrate and validate model predictions is commonly acknowledged, measurement uncertainty is rarely included in the evaluation of model performance [10], [11]. One reason for this omission is the lack of data on the uncertainty inherent in measured cyclic creep data of the concrete test.

The outline of the paper is as follows: First, we take a detailed look at the sources and measurement uncertainty based on a process equation, measurement uncertainty model, and measurement data for prediction function. Then, we discuss how quantifying the measurement uncertainty using the definition of the posterior measurement uncertainty. Next we describe the probabilistic models for the derivation of the measurement uncertainty. We look at an illustrative example for cyclic creep test of concrete with reference strain. Further, we apply the uncertainty quantification approach to series of tests conducted on cyclic creep test to illustrate the measurement uncertainty quantification approach. Finally, we discuss global sensitivity analysis to screen the critical inputs on process equation and observation based model.

## 2 Measurement uncertainties

For measuring the value of a measurand, vague statistical concept of measurand results in inefficient uncertainty analysis of measurement. The vagueness is caused by the fact that value of the measurand is an unknown parameter such as population mean or median and the measurement of this value is a random variable. For such an application the measurand is the mechanical strain, is the sum of amplifier strain  $E_{amp}$  and apparent strain  $E_{app}$ .

$$E_{mech} = E_{amp} + E_{app} \quad (1)$$

### 2.1 Measurement uncertainty evaluation by deterministic equation

The treatment of the measuring errors on a probabilistic basis needs a formulation of a limit state function or response function. The response function Eq. (2), (3) offers a solution for the problem. Based on the physical properties of the measurement process, the process equation is derived and uncertainty models are introduced for the associated random variables. This derivation takes bases in the concept for the determination of Type B uncertainties according to the ISO/IEC Guide 98 [5]. In addition to this concept, a model uncertainty and an assignment uncertainty are introduced. The introduced the model uncertainty  $\theta_{E_{mech}}$ , which describes the uncertainty associated with the physical formulation of the problem, leads to Equation (2). The measurement uncertainty based on a process equation developed by [9].

$$E_{mech} = \theta_{E_{mech}} + E_{amp} + E_{app} \quad (2)$$

The result in the process equation for the amplifier strain, in Equation (3).

$$E_{amp} = f_{a,a} \frac{4}{k(1 + f_{s,v} + f_{s,s} + f_{s,q} + \alpha_{s,k} \Delta T_{20^\circ\text{C}})} \frac{U_A}{U_B} + f_{a,z} \quad (3)$$

$$f_{s,q} = \frac{q(\epsilon_t + \epsilon_a v)}{1 - qv} \quad (4)$$

where k-factor  $f_{s,q}$  is the transverse strain correction factor,  $\alpha_{s,k}$  is the temperature coefficient,  $f_{s,v}$  is the gauge variation factor,  $f_{a,a}$  is the amplifier deviation,  $f_{s,s}$  is the model uncertainty of the gauge factor variation,  $f_{a,z}$  is the zero deviation. The transverse sensitivity error is a function of the corrected values of the strains parallel and perpendicular axis of the gauge,  $\epsilon_a$  and  $\epsilon_t$  respectively, as well as the transverse sensitivity coefficient  $q$  and poisson's ratio  $v$ . The tolerance of the temperature-variation curve  $\epsilon_T$  characterizes the uncertainty of the apparent strain increasing with temperature.

$$E_{app} = \epsilon'_{app}(\Delta T_{20^\circ\text{C}}) + \epsilon_T \Delta T_{20^\circ\text{C}} \quad (5)$$

The change in resistance of the gauge can be produced by a change in temperature of the material whose strain is being measured or by a change in the temperature of the environment surrounding the gauge. This apparent temperature-induced strain can become the main source of uncertainty of measuring system. The plot of strain and temperature can be seen in Fig. 1.

### 2.2 Measurement uncertainty model

In general, the mean  $\mu_i$  and the standard deviation  $\sigma_i$  are associated with strain measurement  $i$ , the prescribed resistance threshold of the monitored physical quantity. The statistical descriptors can be obtained from measurement. The application of process Eq. (3) produce  $i$  measurement uncertainty models  $M_{u,i}$  for  $i$  different strains.

$$E_{amp}/\epsilon_{amp} \approx M_{u,i}(\mu_i, \sigma_i) \quad (6)$$

In the case when the reference strain,  $\epsilon_{R,j}$  of a normal distribution is the mean value,  $\mu_{i,j}$ , the prior density  $P_{\mu,i}$  can be models by a normal distribution with a mean  $\mu'_i$  and standard deviation  $\sigma'_i$ , i. e.

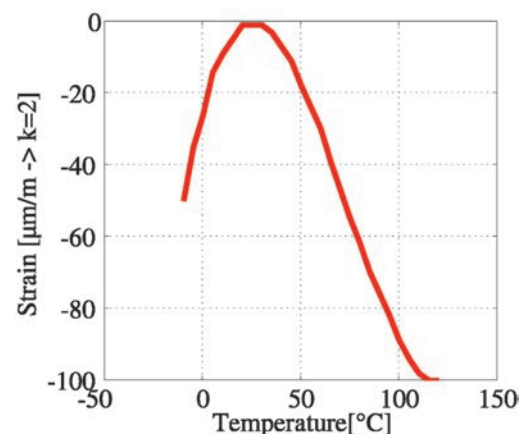


Fig. 1. Relation between temperature and strain  
Bild 1. Beziehung zwischen Temperatur und Dehnung

$$P'(\mu'_i, \sigma'_i | M_{u,i}) = P(M_{u,i} / \epsilon_{R,i}) \quad (7)$$

in which,

$$p(\mu'_i, \sigma'_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'_i}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_{j,i} - \mu'_i}{\sigma'_i} \right)^2 \right] \quad (8)$$

The likelihood estimate of the parameter is derived based upon observations of the measurement process and is defined with Eq. (9)

$$L(\mu_i, \sigma_i / \epsilon_1 \dots \epsilon_n) = \prod_{j=1}^n p_j(\epsilon_j / \mu_i, \sigma_i) \quad (9)$$

in which,

$$L(\mu_i) \propto \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma'_i}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_{j,i} - \mu_i}{\sigma'_i} \right)^2 \right] \quad (10)$$

The posterior distributions of the parameters are derived with Bayesian updating Eq. (11), which is described in [9].

$$P_{E_{amp}}^{post}(E_{amp}) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(E_{amp} / \mu, \sigma) \cdot P'(\mu) \cdot P''(\sigma) d\mu d\sigma \quad (11)$$

$$p_{E_{amp}}^{post}(E_{amp}) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma''}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\mu_i - \mu''}{\sigma''} \right)^2 \right] \quad (12)$$

$$\mu'' = \frac{\frac{\mu'}{n} + \frac{\bar{x}}{n'}}{\frac{1}{n'} + \frac{1}{n}} \quad (13)$$

$$\sigma'' = \sqrt{\frac{\frac{\sigma_i'^2}{n} + \frac{\sigma'^2}{n}}{\frac{1}{n'} + \frac{1}{n}}} \quad (14)$$

$$n' = \frac{\sigma_i'^2}{\sigma'^2} \quad (15)$$

Where  $\bar{x}$  is the sample mean of the  $n$  observation and  $n'$  is the equivalent sample size for the prior distribution of  $\mu_i$ .

### 2.3 Uncertainty evaluation by measurement data

The statistics of the measurement uncertainty are usually obtained through calibration of measurement devices and procedures. The parameters of the distribution are estimate with the method of maximum likelihood. This is type A measurement uncertainty based on ISO/IEC Guide. The statistical uncertainties of the parameters are given by Eq. (16).

$$P_{\epsilon_{amp}}(\epsilon_{amp}(t - t_0)) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\epsilon_{amp}(t - t_0) / \mu, \sigma) \cdot P(\mu) \cdot P(\sigma) d\mu d\sigma \quad (16)$$

### 3 Measurement uncertainty evaluation by Bayesian updating approach

The posterior measurement uncertainty, based on the Bayesian updating, utilizing all available information and data, informative distributions for the prior and the likelihood. The posterior measurement uncertainty based on distribution of measurement uncertainty accounting for the prior knowledge and likelihood function is given by Eq. (17).

$$P''(E_{mech} | \epsilon_{mech}) = \frac{P(E_{mech} | \epsilon_{mech}) P'(E_{mech} | \epsilon_{mech})}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(E_{mech} | \epsilon_{mech}) \cdot P'(E_{mech} | \epsilon_{mech}) \cdot d\mu \cdot d\sigma} \quad (17)$$

where,  $P(E_{mech} / \epsilon_{mech})$  = conditional probability of observing the experimental outcome  $\epsilon$  assuming that the value of the parameter is  $E_{mech} / \epsilon_{mech}$ ,  $P'(E_{mech} / \epsilon_{mech})$  = prior distribution model for  $E_{mech} / \epsilon_{mech}$ , and  $P''(E_{mech} / \epsilon_{mech})$  = posterior distribution model for  $E_{mech} / \epsilon_{mech}$ .

### 4 Uncertainties associated with strain-measuring system

Error sources in resistance strain gauge measuring system are numerous; for example, error due to the transverse sensitivity of the strain gauge, error due to temperature, error due to misalignment, and error due to the Wheatstone bridge's non-linearity. For detailed mathematical description of these errors refer to [12]. The variation of the factors involved in the problem, as well as the mean value is a prime concern. Nevertheless, the right interpretation of the results requires the knowledge about possible sources Table 1 shows types of errors that have to be included in the interpretation of measurement.

### 5 Probabilistic model for the strain measurement uncertainty

#### 5.1 Probability density function (PDFs)

GUM [5] describe a generalization of Bayesian method to obtain a discrete representation of the joint probability distribution for the output quantities of a model. The determination of output creep strain of the strain gauge under the assumption that uncorrelated input quantities. For the probabilistic consideration of this problem, distribution function is assigned the variables which appear in Eqs. (2), (3). The distribution function, together with the statistical moments defines the range for input values, or in other words, the uncertainties of the input values (random variables) are defined. The random variables and the descriptive elements are represented in Table 2. As is evident in Table 2 a normal distribution and rectangular distribution was accepted for all random variables since detailed examinations are missing regarding the distribution types. The frequency distribution of each reference creep strain is shown in Fig. 2, onto which the curve of a normal distribution of parameters obtained from GUM has been superimposed. Uncertainty in a strain is described in terms of a PDF that specifies the probability of all possible values of that quantify. It can clearly be seen how the probability density functions obtained by GUM methods and seen to fit with reference values. Several methods have been applied to estimate the measurement uncer-



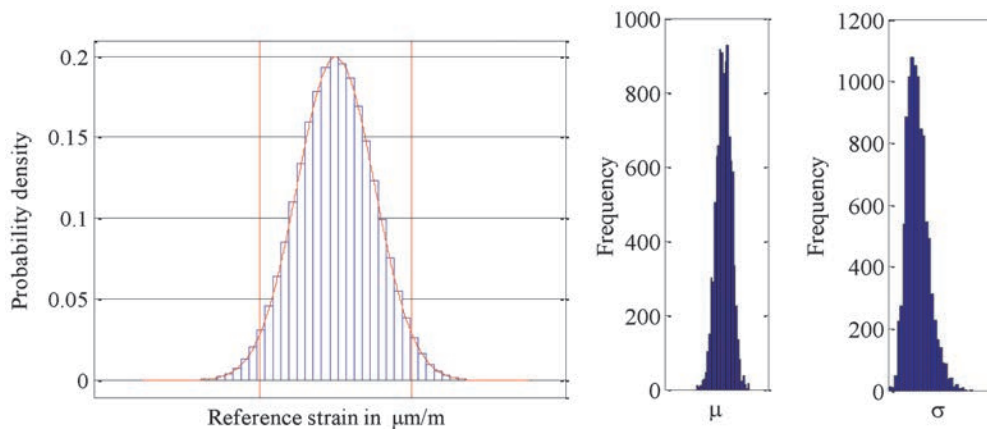


Fig. 2. Probability densities function for the output quantity using GUM

Bild 2. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Ausgangsgröße mit GUM

tainty; we can see section (2, 3, and 4) of this paper. Though these methods presented in the guide to the expression uncertainty in measurement (GUM) have been adopted to estimate the measurement uncertainty, these methods are easily affected by the correlation of measurement. In addition, we need to distinguish type A and type B evaluation for uncertainty components. As a result, the application of these methods is limited. In order to overcome these shortcomings, the Bayesian updating method is usually employed to estimate the measurement uncertainty.

Before compute the marginal likelihood, let's take a look at the likelihood surfaces for the models. Figure 2 shows the two-dimensional likelihood functions. In each case, highlighted the location of the maximum likelihood parameterization. Note that varying the “location” parameters, which are  $\mu$ , yields much more variation in the log-likelihood scores, indicating that there is much less uncertainty about the good values of these parameters. In contrast, varying the “scale” parameter, which is  $\sigma$ , produces much less variation (except for some choices of the location parameter, which is shown in Fig. 3).

The three methods of measurement uncertainty are implemented. Fig. 3 displays the probability densities for the mean of the measurement uncertainty for a reference strain. The standard deviation of the based on the measurement equation has larger than the process equation in Fig. 4. The standard deviation of the posterior measurement uncertainty lies between these standard uncertainties. We see that the posterior measurement uncertainty much closer to the measurement uncertainty based on the deterministic

equation than the measurement equation, although they still differ considerably. The reason of course, is that to the uncertainty in the observation reflected larger than the uncertainty in the deterministic equation. The probability density of the based deterministic equation is smaller than the others two methods. The posterior measurement uncertainty is situated closer to the measurement equation based distribution with a slightly higher maximum probability density.

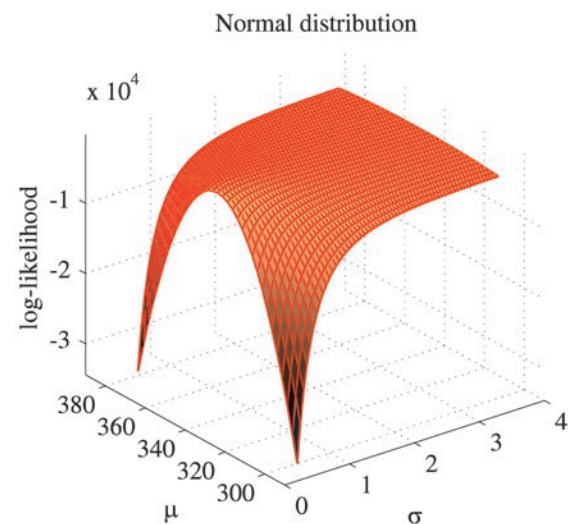


Fig. 3. Likelihood surfaces for the models

Bild 3. Likelihood-Oberflächen für die Modelle

Table 1. Error in measurement  
Tabelle 1. Messfehler

Cause of errors	Minimum	Maximum	Reference
Sensor	1.00 %	3.00 %	Bäumel (2006) [13]
Misalignment	0.00 %	3.00 %	Vishay (2007) [14]
Linear deviation	0.03 %	0.10 %	Hesse (2006) [15]
Creep	Avoidable	Avoidable	DMS-Katalog (2007) [16]
Fatigue (cycle)	Avoidable	Avoidable	DMS-Katalog (2007) [16]
Wires of Sensors (noise)	0.14 %	0.30 %	Bäumel (2006) [13]
Data acquisition system	0.03 %	0.05 %	Bäumel (2006) [13]
Application	0.00 %	User dependent	Klaere (2007) [2]

Table 2. Uncertainty model of the strain gauge  
Tabelle 2. Unsicherheitsmodell des Dehnungsmessstreifens

Parameter	Mean	St. Dev.	Distribution	References
Gauge factor variation ( $f_{s,v}$ )	0.00	$7.00 \times 10^{-3}$	Normal	TML (2008) [17]
Model uncertainty of gauge factor variation ( $f_{s,s}$ )	0.00	$4.16 \times 10^{-4}$	Rectangular Distribution	TML(2008) [17]
Gauge factor ( $k$ )	2.12	–	Deterministic	TML (2008) [17]
Transverse sensitivity ( $q$ )	$5.00 \times 10^{-1}$	–	Deterministic	Keil (1995) [18]
Temperature coefficient ( $\alpha$ )	0.10	$6.99 \times 10^{-2}$	Normal	TML (2008) [17]
Zero deviation ( $f_{a,z}$ )	0.00	$4.16 \times 10^{-4}$	Rectangular	ISO/IEC (2008) [5]
Amplifying factor ( $f_{a,a}$ )	1.00	$1.73 \times 10^{-4}$	Rectangular	ISO/IEC (2008) [5]
Model uncertainty ( $\theta_{\text{Emech}}$ )	0.00	1.00	Normal	Assumed

Fig. 5 present the prior mean, likelihood mean and posterior mean probability densities of the statistical model, and the computed probability densities associated with the reference strain. It is observed, that for a measured 360  $\mu\text{m}/\text{m}$  reference strain, the likelihood density of the mean is more peaked than the prior density. As can be seen, the prior has a stronger influence on the posterior distribution than has the likelihood. The posterior density, calculated with Bayesian updating, is then orientated closer to the likelihood with a slightly higher density. The influence of prior information on the resulting measurement uncertainty is demonstrated quantitatively higher. Consequently, with an increasing number of observations, which results in a decreased standard deviation of the mean of the observed data, the likelihood significantly gains influence and, therefore, the influence the prior loses ground.

## 5.2 Challenges

This section will describe challenges encountered at different levels. First the temperature sensitivity at the sensor level before and after installation, followed by the thermal behaviour of a system itself. Optimization of location and number of sensors for strain measurement, data fusion in sensors, how sensor noise is included in the measurement,

sampling and quantisation of the sensor output, how an estimate of the measured is recovered from the sampled and quantised sensor output these are the major challenges. These errors are not considered in this paper and the quantification of these error sources is not trivial; these errors will be considered in future work.

## 6 Sensitivity Analysis (SA)

The objective of SA is to identify critical input of deterministic equation and measurement based equation and quantifying how input uncertainty impacts outcomes. By using a variance based sensitivity analysis method is used considering the results of the Latin Hypercube simulations method applied.

The sensitivity analysis results of uncertainty in strain measurement based on the measurement data are shown in Fig. 6. The most highly sensitive parameters measured by the variance based are model uncertainties. The mechanical strain is also most important variable. The value of sensitivity indices of model uncertainties and mechanical strain increase gradually with the reference strain, which indicates that an increase of these variables tends to decrease the reference strain. The value of sensitivity indices of process equation model uncertainty and observation based

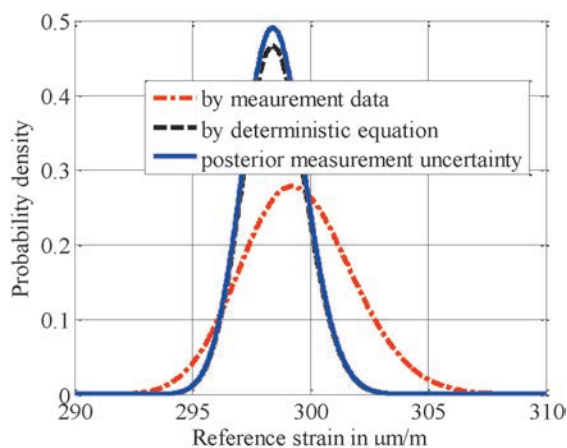


Fig. 4. Probability densities of the measurement uncertainty, reference 300  $\mu\text{m}/\text{m}$   
Bild 4. Wahrscheinlichkeitsdichten der Messunsicherheit, Referenz 300  $\mu\text{m}/\text{m}$

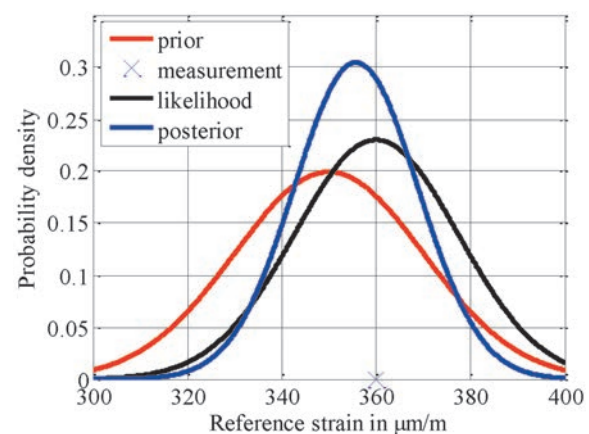


Fig. 5. Probability densities of the measurement uncertainty mean for reference 360  $\mu\text{m}/\text{m}$   
Bild 5. Wahrscheinlichkeitsdichten der Messunsicherheit, Referenz 360  $\mu\text{m}/\text{m}$

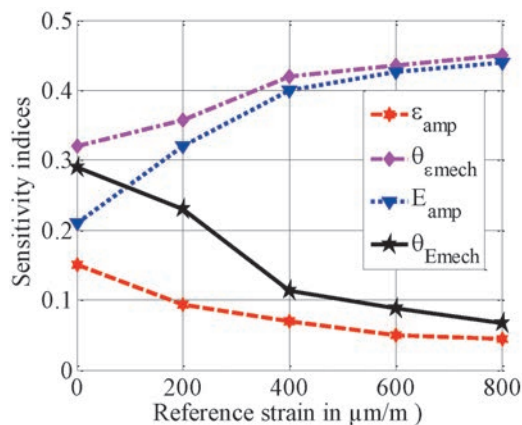


Fig. 6. Coefficient of mechanical strain based on observation model

Bild 6. Koeffizient mechanischer Belastung auf die Beobachtung Modell

amplifier strain decreases with reference strain. The sensitivity analysis results of strain measurement using process equation are shown in Fig. 7. For the present problem, the most important variables are the strain gauge variation factor and zero deviation factor. The sensitivity index of strain gauge variation factor increase to increasing the reference strain value. This effect may occur because increase of strain gauge variation factor tends to reduce correction factor in process equation model and thus decrease the reference strain value. The value of sensitivity index of zero deviation factor decreases gradually with reference strain. The model uncertainty of gauge factor variation, transverse strain correction factor and amplifying deviation factor show a low sensitivity index, which indicates that an increase of these variables tend to decrease the reference strain value.

## 7 Conclusions

In this paper, we have presented a general model, based on the Bayesian updating and ISO/IEC framework, to calculate the measurement uncertainty of a strain gauge for creep measuring system as it offers a qualitative analysis of the principal sources of uncertainty. Different sources of uncertainty were included in the uncertainty quantification. The posterior measurement uncertainty shows higher probability density than measurement data and deterministic equation. The influence of prior information on the resulting measurement uncertainty showed higher. The sensitivity analysis shows that the model uncertainty factor, mechanical strain are the most important influencing factor. Also, the proposed approach for uncertainty quantification is applicable to several engineering disciplines. In general, the proposed methodology provides fundamental framework in determination of measurement uncertainty in strain measurement. Conventional measurement uncertainty analysis which is based on GUM (ISO/IEC) cannot straightforwardly be applied to long-duration time series data. There is more than one kind of uncertainty involved with measurement. We must differentiate between pre-data uncertainty and post data-uncertainty, these uncertainties will be considered in future work.

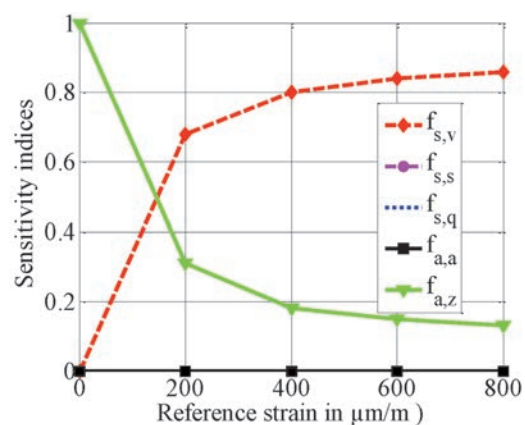


Fig. 7. Coefficient of amplifier strain based on process equation

Bild 7. Koeffizient des Verstärkers basiert auf der Spannungsgleichung

## References

- [1] Frangopol, D.M., Strauss, A., Kim, S.: Use of monitoring extreme data for the performance prediction of structures: General approach. *Engineering Structures* 30 (2008) No. 12, pp. 3644–3653.
- [2] Frangopol, D.M., Strauss, A., Kim, S.: Bridge reliability assessment based on monitoring. *J. Bridge Engineering*. ASCE 13 (2008) No. 3, pp. 258–270.
- [3] Thones, S. et al.: Assessment and monitoring of reliability and robustness of offshore wind energy converters. ESREL 2008 and 17th SRA-Europe Conference. Valencia, Spain: 2008, pp. 1567–1575.
- [4] Bonfiglioli, B., Pascale, G., Martine de Mingo, S.: Dynamic testing of reinforced concrete beams damaged and repaired with CFRP sheet. *Journal of Materials in Civil Engineering*, ASCE, 16 (2004), No. 5, pp. 400–406.
- [5] ISO (2008a), Part 3: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM:1995). ISO/IEC Guide 98-3(2008a).
- [6] Chalmers, G.F.: The dangers of the 5 % mentality. In *Proceedings of the International Conference of the BSSM and The Institution of Production Engineers*, 1980.
- [7] Window, A. L., Holister, G. S.: *Strain gauge technology*, 2nd ed. Applied Science Publishers, London, UK 1992.
- [8] Veen, A. M. H., Cox, M. G.: Error analysis in the evaluation of measurement uncertainty. *Metrologia* (2003) 40, pp. 42–50.
- [9] Thoens, S.: *Monitoring based Condition Assessment of Off-shore Wind Turbine Support Structures*. Dissertation. ETH Zurich 2011.
- [10] Motra, H.B., Dimmig-Osburg, A., Hildebrand, J.: Probabilistic assessment of concrete creep models under repeated loading considering measurement uncertainty. In: *10 International Probabilistic Workshop*, Stuttgart, ISBN 978-3-921837-67-2, pp. 285–301, 2012.
- [11] Motra, H. B., Dimmig-Osburg, A., Hildebrand, J.: Influence of Measurement Uncertainties on Results of Creep Prediction of Concrete under Cyclic Loading. 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures. Toledo, Spain, ISBN 978-84-941004-1-3, pp. 805–814, 2013.
- [12] Montero, W., Farag, R., Diaz, V., Ramirez, M., Boada, B. L.: Uncertainties associated with strain-measuring system using resistance strain gauges. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 46 (2010), pp. 1–13.



- [13] *Bäumel, A.*: Messen mit DMS – Grundlagen (Measuring with electrical strain gages). Proc., Hottinger Baldwin Measuring Technique, Seminar-Unterlagen Hottinger Baldwin Messtechnik, Vienna, Austria, 2006.
- [14] Vishay: Errors due to misalignment of strain gages. Technical Note No. TN-511. <http://www.vishay.com/docs/11519/weldpat.pdf>, 2007.
- [15] *Hesse, T.*: Messunsicherheiten – auch der Messverstärker trägt dazu bei (Uncertainties in measuring Also the amplifier participates). Proc., Hottinger Baldwin Measuring Technique, Seminar-Unterlagen Hottinger Baldwin Messtechnik, Vienna, Austria, 2006.
- [16] DMS-Katalog: Hottinger Baldwin Messtechnik (Hottinger Baldwin measuring technique). <http://www.hbm.com>, 2007.
- [17] TML WFLA-6-17 strain gauge test data, 2008.
- [18] *Keil, S.*: Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmessstreifen, Cuneus, 1995.
- [19] *Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, Saisana, M. and Tarantol, S.*: Global Sensitivity Analysis: The Primer, 2008.

#### Authors:

Hem Bahadur Motra,  
 Bauhaus-Universität Weimar, Graduiertenkolleg 1462,  
 Berkaer Straße 9,  
 99423 Weimar,  
[hem.bahadur.motra@uni-weimar.de](mailto:hem.bahadur.motra@uni-weimar.de)

Prof. Dr.-Ing. Andrea Dimmig-Osburg,  
 Bauhaus-Universität Weimar,  
 Department of Polymer Binder and Building Materials,  
 Coudraysstraße 11A,  
 99423 Weimar,  
[andrea.dimmig-osburg@uni-weimar.de](mailto:andrea.dimmig-osburg@uni-weimar.de)

Prof. Dr.-Ing. Jörg Hildebrand,  
 Bauhaus-Universität Weimar,  
 Assistant Professor, Department of Simulation and Experiment,  
 Marienstraße 7A,  
 99421 Weimar,  
[joerg.hildebrand@uni-weimar.de](mailto:joerg.hildebrand@uni-weimar.de)

# A model-based approach in the design of experiments for damage detection

The initial condition of civil engineering structures changes significantly after prolonged use or extreme natural events such as an earthquake. Therefore, the main mission will be to estimate the current state of the structure. This includes estimating if it is subjected to damage or not. The main objective of this article is to give an overview about one method of damage detection in civil engineering structures. For this reason, the challenges and their influence on the validity of inspection methods are presented. Furthermore, the benefits of using modelling tools to overcome some of these challenges are illustrated. As a result, the reliability of the inspection methods can be proved successfully by using Probability of Detection (POD) and Probability of False Positive (PFP) if some important issues are considered carefully. Assessment methods should be developed in the future to evaluate the models that can be used in damage identification.

**Keywords:** Probability Of Detection (POD); POD curves; damage detection; global inspection methods; vibration-based method

**Modell-basierte Versuchsplanung zur Schadenserkennung.** *Der Ausgangszustand von Ingenieurbauwerken verändert sich wesentlich nach längerem Gebrauch oder nach extremen Naturereignissen wie einem Erdbeben. Eine zukünftige Hauptaufgabe für Ingenieure wird daher die Abschätzung des aktuellen Zustandes einer Struktur sein. Dies beinhaltet die Einschätzung, ob Schäden vorhanden sind oder Schadensfreiheit vorliegt. Der vorliegende Artikel beschreibt eine Methode zur Erkennung von Schäden in Ingenieurbauwerken. Dazu werden die Schwierigkeiten und die Auswirkungen auf die Ergebnisgrößen der Inspektionsmethoden vorgestellt. Es wird außerdem untersucht, in wie weit sich bei der Anwendung von Modellierungswerkzeugen Vorteile bei der Überwindung der Schwierigkeiten ergeben. Als Ergebnis kann die Zuverlässigkeit der Inspektionsmethoden bei Verwendung der Wahrscheinlichkeit für die Erkennung (engl.: Probability of Detection) und Wahrscheinlichkeit für Fehlerkennung (engl.: Probability of False Positive) erfolgreich gezeigt werden. Weiterhin sollten zukünftig Bewertungsmethoden entwickelt werden, um die Modelle zu beurteilen, die zur Schadenidentifizierung verwendet werden können.*

**Keywords:** Schadenserkennung; Inspektionsmethoden, globale; Vibration-basierte Methode

## 1 Introduction

In general, structures are designed for a limited service life. After this period they should be evaluated in order to decide whether they can be used longer or must be rehabilitated,

in some cases, replaced. The service life could be shorter than expected if it was not appropriately maintained or if the structure experienced an extreme event such as a strong earthquake. For this reason, engineers should choose the appropriate technique and method to reach the right decision.

Nondestructive damage identification techniques have attracted increasing attention recently. The main advantage of these techniques is that their application does not require destructive damage of the structure. Nondestructive techniques include different methods. These methods can be into either local or global. The local methods are usually applied to small regular local areas of the studied structure where damage is expected. In 1999, the U.S department of defense published a handbook as an inspection guidance which was updated again in 2004 and 2009 (MIL-HDBK-1823A) [1]. It provides powerful tools combined with statistical approaches in order to reach reliable results. This includes the calculation of the Probability Of Detection (POD) of a certain damage and respective POD curves based on standard models. In addition, it presents the contribution of Model-Assisted tools to the provision of results when a fully empirical test is not possible.

The probability of detection represents the chance to detect a damage which has a certain size given its existence [1]. The POD curve is the plot that represents the relation between damage size  $x_i$  and its probability of detection  $POD(x_i)$ . The classical method to produce reliable POD curves is to perform a large number of experiments on different groups of specimens. Each group has a different damage size  $x_i$ . In addition, one of these groups contains undamaged specimens. The probability of detection  $POD(x_i)$  is then the long-run expected frequency of occurrence.

$$POD(x_i) = \frac{n}{N} \quad (1)$$

where  $n$  is the number of times that damage was detected and  $N$  is the total number of opportunities [1], [2].

The calculation of the Probability Of Detection can be extended using a model that represents the relation between the damage size and the observed indicator [1], [2], [3]. However, if a damage is identified in specimens where there is no damage, it will be a false call or false positive. The Probability of False Positive (PFP) is usually controlled by choosing an appropriate threshold [1].

However, these definitions are mostly used with local methods that have been applied to small simple systems compared to civil engineering structures. Moreover, the size of damage is usually controlled and known. Therefore, the efficiency of applying these methods in civil engineering systems is a matter of investigation. Due to the complexity of both the structure and appropriate monitoring systems for local measurements in civil engineering much emphasis has been put on the application of global inspection methods. Some of the most important nondestructive global methods are based on vibration measurements. These methods rely on the identification of changes in the dynamic structural behaviour due to damage [8].

Although global models are suitable for large structures, it is not possible to include all the elements of the structure in the investigation. Therefore, the Probability of Inclusion (PoI) is defined as the probability that the investigated element contains the target damage. The Probability of Inclusion (PoI) helps decide if extra nondestructive tests should be performed or not [3].

The main objective of this article is to introduce several important issues that can improve the efficiency of damage detection inspection methods in civil engineering based on Probability Of Detection (POD) and Probability of False Positive (PFP). First, challenges and differences between civil engineering systems and other system are addressed. Then, the initial elements that engineers should carefully deal with for a successful evaluation of damage detection methods are presented. Eventually, the contribution of Model-Assisted tools to overcome some challenges in damage detection is discussed.

## 2 Challenges in damage detection in civil engineering structures

Civil engineering structures can suffer various types of damage not only near the surface but also deep inside the components. These damage types depend on different conditions e.g. applied forces, material properties, operation conditions, quality of construction, influence of the surrounding environment etc. Some of these aspects are illustrated in Figs. 1 and 2.

Beside the wide spectrum of damage types, another essential problem should be addressed which is related to uncertainty. The reason resides in that damage in early stages hardly influences the behaviour of the structure significantly. That is why it is difficult to distinguish between system changes caused by damage and changes caused by other sources. [1], [2]

Another challenge is the noise contamination of the measured signals that can be caused by a variety of sources. Moreover, both the structure and sensors can be affected by the surrounding environment conditions such as temperature or humidity. This causes uncertainties in the estimation of the structural response. In addition, since civil engineering systems are large and complex, it is difficult to cover each part by a sufficient number of sensors. As a result, a limited number of sensors leads to another type of uncertainty especially because damage is often a local problem.

– Apart from some important structures, most of civil engineering systems are not permanently monitored. Therefore, it is difficult to find reference data that represents



Fig. 1. Fatigue  
Bild 1. Materialermüdung



Fig. 2. Corrosion in steel structures  
Bild 2. Korrosion in Stahlkonstruktionen

the initial state of a studied structure which could be compared with current state data to identify any changes. Consequently, alternative approaches are necessary to detect damage from current state data only.

- In the case of important facilities such as hospitals or power plants it is usually not possible to shut down operation for experimental investigations. Moreover, some parts of the structure are not or hardly accessible. For approaches that are based on statistical data obtained from a large number of specimens, in civil engineering the database is usually due to the uniqueness of the considered system.

## 3 Principles of the evaluation method

The principles of the evaluation method can be defined as the requirements that are needed for the crucial evaluation of the damage detection method that is used to assess the studied structure. These requirements can be concluded with inclusion of damage, controlling uncertainty, required level of damage information, network of sensors which is required



for data acquisition, transmission and storage and valid statistical models to estimate the Probability Of Detection POD and POD curves.

### 3.1 Initial guess of damage location and Probability of Inclusion (PoI)

It is difficult to ensure that the chosen area or member of the studied structure includes specific damage or not. Therefore the Probability of Inclusion (PoI) should be estimated [3]. For example, a Structure contains  $N$  element,  $M$  of which include specific damage. If a sample of  $k$  elements is drawn at random and the probability that no element is defective ( $s = 0$ ) is  $P_0$  then the Probability of Inclusion (PoI) can be calculated as

$$Pol = 1 - P_0 \quad (2)$$

where  $P_0$  is calculated with replacement

$$P_0 = \left[ 1 - \frac{M}{N} \right]^k \quad (3)$$

In the case of no replacement

$$P_0 = \frac{\binom{N-M}{k}}{\binom{N}{k}} \quad (4)$$

The Probability of Inclusion is important to update the final Probability Of Detection curves and estimate the index of detection  $P_{ID}$ .

$$P_{ID} = POD \times Pol \quad (5)$$

However, performing initial analyses in advance can show where the maximum stress values are expected. These areas are good candidates as initial damage locations which can increase the Probability of Inclusion if they are considered.

### 3.2 Controlling uncertainty

Uncertainty is classified in two main categories: aleatoric or epistemic. The former one represents the randomness of the phenomenon and the latter is related to lack of knowledge or data. Aleatoric uncertainty can be included by means of approaches stochastically. In order to reduce epistemic uncertainty, further deep investigations are required [4].

### 3.3 Damage indicators and damage information

Damage detection can be categorized according to the level of information that they can provide as follows [5]: Level 1 describes the identification of the damage; level 2 includes level 1 and the identification of the location of damage; level 3 includes level 2 and the estimation of the severity of damage; Level 4 includes level 3 and the prediction of remaining service life. Many indicators rely on measured data and a comparison of the initial with the current state of a structure. When only measured data that was generated

at a certain observation time is available, numerical models are required to obtain a reference. This means, that one has to be aware of further uncertainties which are related to the numerical model.

### 3.4 Well-designed experiments for damage detection

Since the number of sensors is usually limited, optimal sensor placement is an important aspect that should be taken into account during the preparation of experimental investigations. The Design of Experiments (DoE) includes different tasks such as finding the best locations for the sensors [6] and deciding what type of data should be collected. In addition, available resources including budget, time, equipment and number of samples etc. need to be considered.

In case, that a damage detection method is applied which is based on modal parameters estimation, different methods for the definition of sensor locations are available in literature [6] such as the model kinetic energy method (MKE), the eigenvector component product (ECP), the mode shape summation plot method (MSSP) and the drive point residue method (DPR). These methods require an estimation of the modal properties of the studied structure first. For example, in ECP, the sensors can be located at positions with large ECP index values.

$$ECP_i = \prod_{k=1}^m |\Phi_{ik}| \quad (6)$$

$ECP_i$  is the ECP index for the  $i^{\text{th}}$  sensor position,  $m$  denotes the number of significant mode shapes and  $\prod$  consecutive element multiplications.  $\Phi_{ik}$  is the  $i^{\text{th}}$  component of mode shape  $k$ .

### 3.5 Using valid POD models

Two main standard models can be found to calculate the Probability Of Detection POD and POD curves. The first one is the log odds distribution to represent the hit/miss method and the second is the application of the log normal distribution based on the relationship between the size of the damage and the amplitude of the signal or indicator. Both models require fulfilling some important conditions. If these requirements are ignored, wrong estimations for the POD and POD curves may be obtained [1]. Moreover, the reliability of Nondestructive Evaluation NDE test is concluded by means of the  $a_{90/95}$  value, Fig. 3, which represents the damage size associated with 90 % POD with a 95 % lower confidence bound for POD. Therefore, an erroneous estimation of the  $a_{90/95}$  value leads to a wrong estimation of the Nondestructive Evaluation NDE test reliability.

## 4 Model-Assisted tool

The disadvantage of using statistical methods is that calculating a reliable POD needs a large number of specimens and experiments which can be costly and time consuming. Moreover, in most civil engineering applications such investigations are simply impossible due to the uniqueness of the systems. However, recently, these methods have been supported by a new tool that makes their applications more

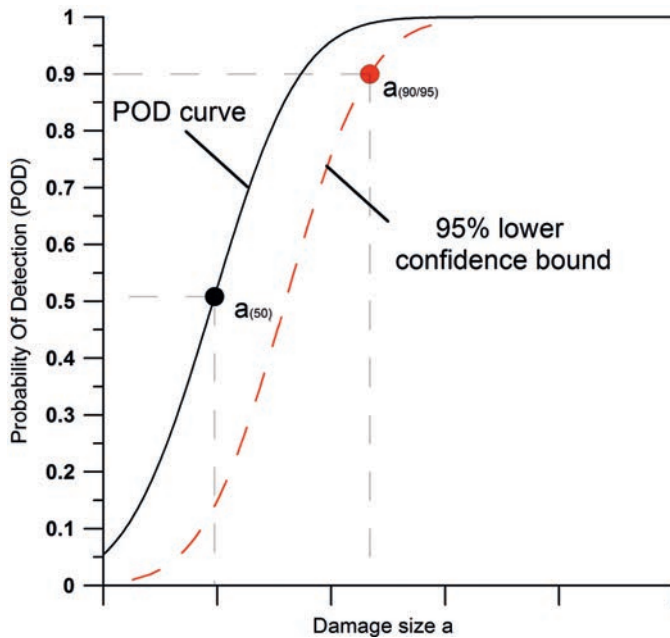


Fig. 3. Probability Of Detection (POD) curve and 95 % confidence lower bound

Bild 3. Wahrscheinlichkeit für die Erkennung Kurve und 95 % unterer Vertrauensbereich

practical and simpler. This tool is called Model-Assisted method. As a result, a new hybrid method called the Model-Assisted Probability Of Detection MAPOD [7] has been developed. This method attracts the interest of engineers and researchers, especially after the great development of computer abilities and modelling tools. However, some empirical tests are still needed in order to include some phenomena that are not well understood [1].

## 5 Applications

### 5.1 Description of the simulation test

A typical simply supported steel beam with an IPE 80 cross section was studied including numerical investigation to simulate the experiments. The test setup is illustrated in Fig. 4. The thickness of the lower flange was increased by additional steel plates. Structural damage was simulated by removing some of these plates near mid-span. Accelerometers were used in different locations which were chosen

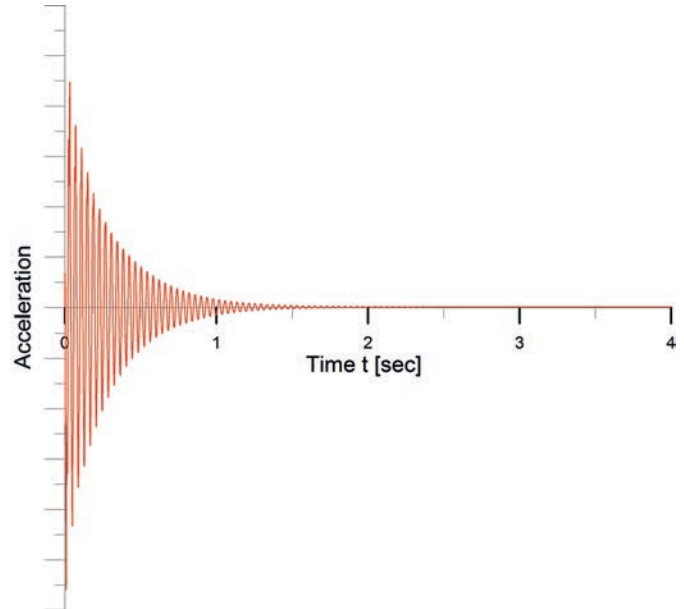


Fig. 5. Response signal without white noise

Bild 5. Antwortsignal ohne weißes Rauschen

based on the numerical investigation as mentioned in section 3.4. A Finite element model was developed using 133 nodes and beam elements. The modal parameters of the undamped system were calculated by means of a numerical modal analysis. The first seven global mode shapes were used to determine the locations and the number of sensors. The results showed that at least seven sensors are required. However, in order to increase the accuracy, 13 accelerometers were used. They were deployed as shown in Fig. 4. After that, the experiments were. Ten damage levels were modelled by reducing the thickness of the lower flange incrementally from 0 % and 90 % at the position of the damage. For each damage level, 10, 50 and 500 independent tests were simulated numerically.

The experiments were simulated by applying an impulse excitation with varying amplitude at about 0.15L from the left support as shown in Fig. 4. It was assumed, that the impulse amplitude was uniformly distributed with a mean value  $\bar{F} = 100$  N and a standard deviation  $\sigma_F = 50$  N while the duration of the half-sine impulse was chosen to be constant with a value of  $T = 0.2$  ms. Performing transient analyses provided the response of the beam at the

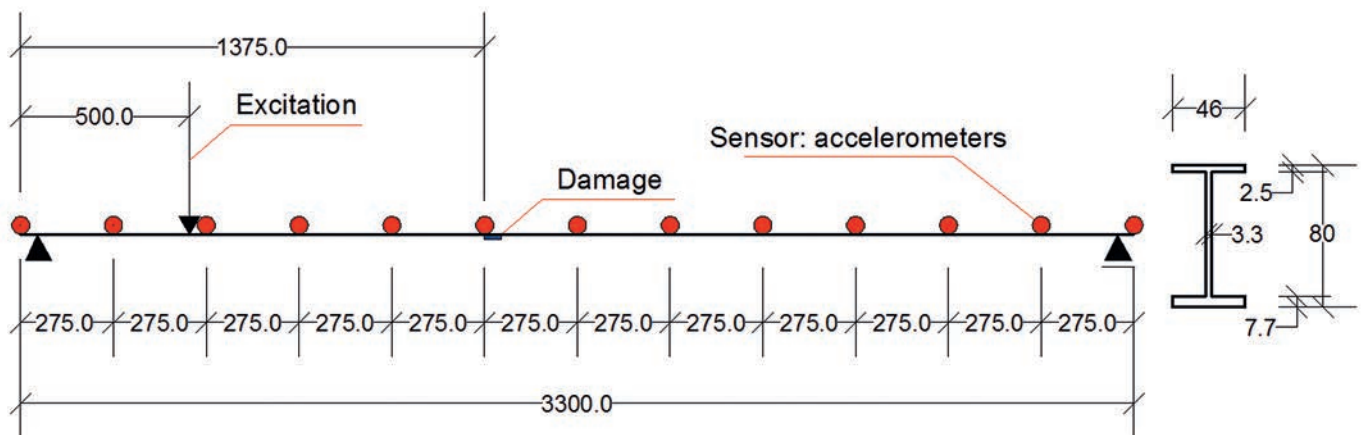


Fig. 4. Studied structure: simply supported beam, dimensions in mm

Bild 4. Untersuchte Struktur: gelenkig gelagerter Balken, Maße in mm

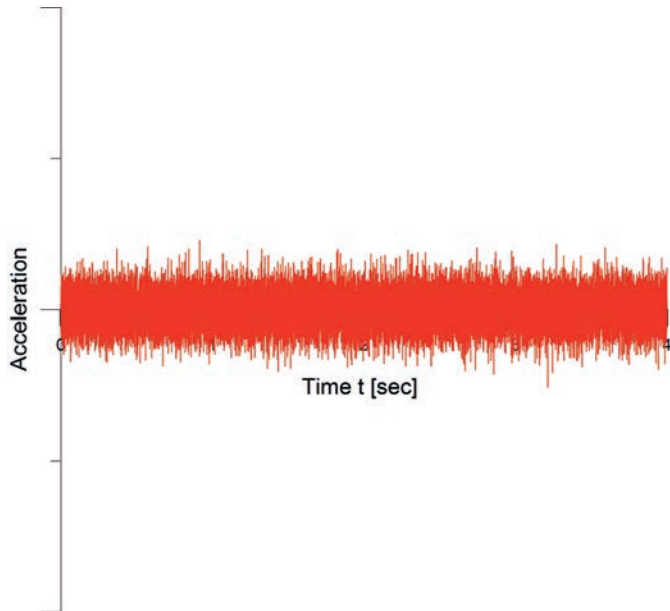


Fig. 6. White noise  
Bild 6. Weißes Rauschen ((noise))

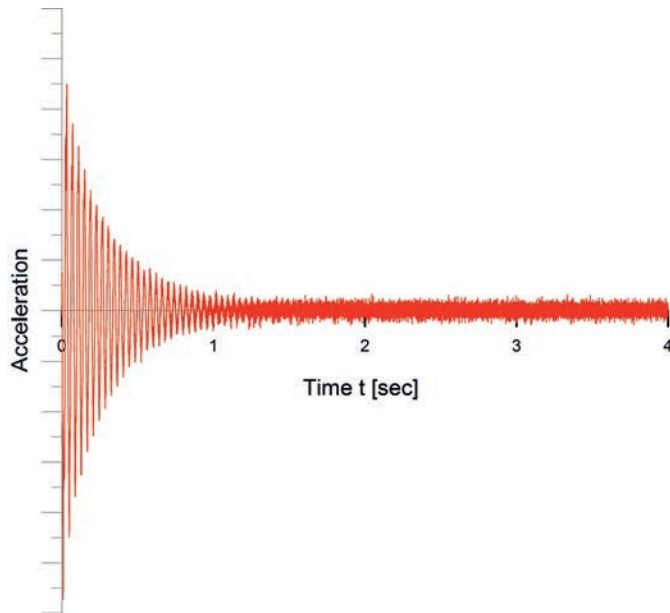


Fig. 7. Response signal with white noise  
Bild 7. Antwortsignal mit weißem Rauschen

sensors' positions marked Fig. 5. In order to achieve an appropriate resolution in time, a sampling rate of 8192 Hz was used. Only 4 seconds of the response was recorded.

To simulate different signal qualities, white noise was generated as shown in Fig. 6 and added to the signals. The final noise-contaminated signals, represented in Fig. 7, were used for further calculations.

## 5.2 Damage indicator

A great variety of vibration-based damage indicators has been suggested by many authors in literature. In this article signal energy is used as an indicator to detect the damage:

$$\text{Ind} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^i \int x(t)^2 dt \quad (7)$$

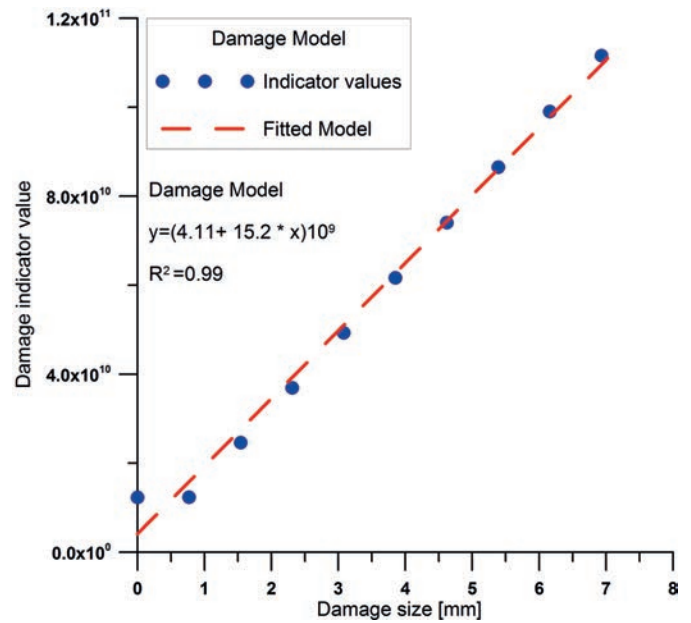


Fig. 8. Damage model using sample size = 500  
Bild 8. Schadensmodell mit Probenanzahl = 500

where  $n$  is the total number of simulated experiments and  $i$  is the number of the sensors. A linear model, Fig. 8, is proposed to estimate the relation between damage size  $a$  and indicator value  $y$ .

$$y = \beta_0 + \beta_1 \times a + \epsilon \quad (8)$$

where  $\beta_0$  and  $\beta_1$  are the regression parameters,  $\epsilon$  is the total error which is assumed to be normally distributed,  $\epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$ .  $\sigma_\epsilon^2$  is the sum of the scatter of individual observation variance  $\sigma_y^2$  and regression error variance  $\sigma_\tau^2$ .

$$\sigma_\epsilon^2 = \sigma_y^2 + \sigma_\tau^2 \quad (9)$$

The probability of detection at each damage size  $a$ ,  $\text{POD}(a)$  is

$$\text{POD}(a) = \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right) \quad (10)$$

where  $\mu$  and  $\sigma$  are the mean and standard deviation of the damage size which can be calculated as

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{y_{th} - \beta_0}{\beta_1} \\ \sigma &= \frac{\sigma_\epsilon}{\beta_1} \end{aligned} \quad (11)$$

where  $y_{th}$  is the decision threshold. Damage is considered to be detected above  $y_{th}$  and not detected below  $y_{th}$ . This value is associated with 50 % POD. The  $y_{th}$  is chosen in a way to keep the Probability of False Positive (PFP) value under a certain limit which in this example is about 6 %. In other words, if the test is performed on undamaged specimens, only 6 % of the results will identify damage that does not exist. The Fig. 9 shows POD curve and lower confidence bound for  $n = 500$ .



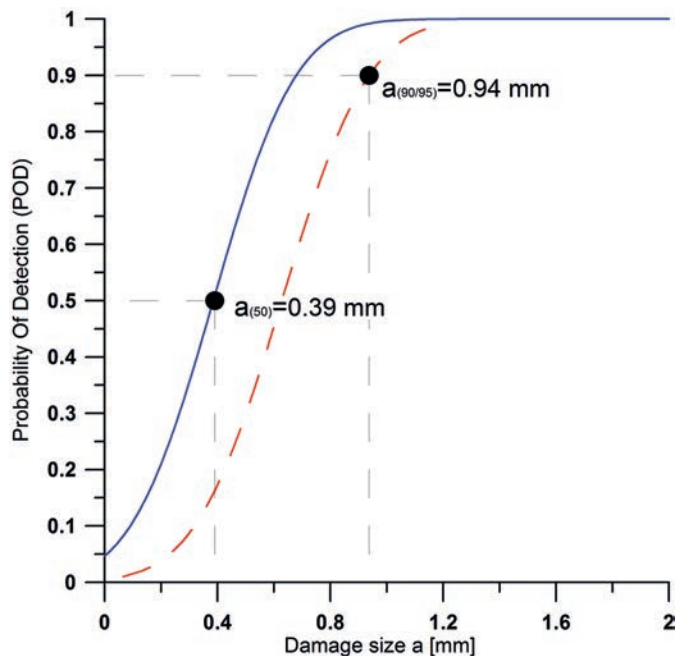


Fig. 9. Probability Of Detection (POD) curve and 95 % lower bound using sample number  $n = 500$

Bild 9. Erkennungswahrscheinlichkeitskurve und 95 % unterer Vertrauensbereich mit Probenanzahl  $n = 500$

Table 1 presents the influence of the number of experiments. If the number of experiments is small, the variances of both  $\mu$  and  $\sigma$  will increase. Therefore,  $a_{90/95}$  will increase, consequently, the reliability of the test decreases. As a result, it is important to choose a sufficient number of experiments.

Table 1. Influence of the number of samples on  $a_{90/95}$

Tabelle 1. Einfluss der Probenanzahl auf  $a_{90/95}$

n	10	50	500
$a_{90/95}$ [mm]	2.23	1.12	0.94

## 6 Conclusion and outlook

In this article a statistical damage detection inspection method in case of civil engineering structures was discussed. The common challenges that engineers would face in this field were addressed. At the end, several important principles were highlighted in order to improve the reliability of damage detection inspection methods and illustrated in an example.

In addition, using model-assisted tools help to provide the sufficient number of specimens to get reliable results. Nevertheless, the essential base for a successful Model-Assisted Probability Of Detection (MAPOD) is a reliable model of the structure. This condition opens the door to model assessment and model quality problems. As a result, it is important to develop assessment tools for models in order to choose the most suitable for its application to damage detection.

## References

- [1] MIL-HDBK-1823A: Nondestructive Evaluation System Reliability Assessment. Standardization Order Desk, Building 4D, 700 Roberts Avenue, Philadelphia, PA 19111-5094 (2009). <http://mh1823.com/mh1823>.
- [2] Gandossi, L., Annis, C.: ENIQ Technical Document Probability Of Detection Curves: Statistical Best-Practices. ENIQ Report nr. 41 (2010), EUR 24429 EN.
- [3] Georgiou, G.: Probability of Detection (PoD) curves – Derivation, applications and limitations. HSE Research Report 454 (2006). <http://www.hse.gov.uk/research/rrhtm/rr454.htm>.
- [4] Murphy, A., Gardoni, P., Harris Jr., C. E.: Classification and moral evaluation of uncertainties in engineering modeling. Science and Engineering Ethics 17 (2011), 3, pp. 553–570.
- [5] Doebling, S. W., Farrar, C. R., Prim, M. B., Shevitz, D. W.: Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. Los Alamos national laboratory report la-13070-ms (1996).
- [6] Li, D.: Sensor placement methods and evaluation criteria in structural health monitoring. Dissertation. Universität Siegen 2011.
- [7] Thompson, R. B., Brasche, L. J., Winfree, W., Forsyth, D. S., Lindgren, E., Swindell, P.: Recent Advances in Model-Assisted Probability of Detection. Proceedings of the 4th European-American Workshop on the Reliability of NDE, Berlin, Germany 2009.
- [8] Deeb, M., Zabel, V.: The application of POD curves to damage detection based on partial models – a numerical and experimental study. 19th Int. Conf. on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering, Weimar, Germany, July 2012.

## Autoren dieses Beitrages:

M.Sc. Maher Deeb, Bauhaus-Universität Weimar  
 Graduiertenkolleg 1462 „Modellqualitäten“  
 Berkaer Straße 9, Raum 201, 99423 Weimar  
 maher.deeb@uni-weimar.de  
 Dr.-Ing. Volkmar Zabel, Bauhaus-Universität Weimar  
 Institut für Strukturmechanik (ISM)  
 Marienstraße 15, Raum 101, 99423 Weimar  
 volkmar.zabel@uni-weimar.de

# Modellbasierte Schadensidentifikation an Turmbauwerken

Die heutige Ingenieurpraxis erfordert für Bauwerke, die bereits einen großen Teil ihrer planmäßigen Nutzungsdauer erreicht haben, Methoden und Strategien zur Beurteilung der Resttragfähigkeit. Bei geschädigten Konstruktionen ist neben der Frage nach vorhandener Schädigung die Identifikation des Schädigungsortes von übergeordnetem Interesse. Das Ziel dieses Artikels ist es, eine modellorientierte Strategie vorzustellen, die eine schwingungsbasierte Identifikation der Schädigung ermöglicht. Die Methode wurde beispielhaft an einem Turmbauwerk angewendet. Dazu wurde die globale Strukturantwort für ein ungeschädigt sowie geschädigt angenommenes Tragwerk unter Windbelastung mit Hilfe der FEM ermittelt. Die Strukturantwort wurde anschließend verwendet, um die Schädigung und ihre Lokalisierung zu identifizieren. Dazu wurde ein auf der modalen Formänderungsenergie basierender Indikator verwendet. Die Ergebnisse zeigen, dass die angewandte Strategie nützliche Informationen über die analysierte Struktur liefert und somit eine fundierte Grundlage für die Einschätzung des Bauwerkszustandes darstellt.

**Keywords:** Systemidentifikation; Schadensidentifikation; Tragwerkeigenschaften, dynamische

**Model based strategy for damage detection of tower structures.** *Nowadays many of existing structures are reaching the end of their design life. Therefore, advanced methods and strategies are required to assess the structure's health status. The goal of this article is to demonstrate a model supported investigation strategy using Structural Health Monitoring (SHM) as a vibration based method to identify the state of the structure illustrated by exemplary application to a tower structure. The tower is modeled in order to estimate the global response with and without damage under wind excitation, by means of FEM. The wind turbulence effects within these analyses have been considered by additional CFD-simulation. Eventually, the variation of structural dynamic properties which extracted from the global response is used to detect damage and identify its position using an indicator that is based on strain energy. The results show that modeling tools can give useful information about the state of the studied structure.*

**Keywords:** system identification; damage detection; dynamic properties

## 1 Motivation

Turmbauwerke sind ein wesentlicher Bestandteil der baulichen Infrastruktur der Telekommunikationsnetze. Eine Vielzahl von Sendemasten und Funktürmen in Deutschland sind an exponierten Standorten, wie Bergkuppen,

aufgestellt, an denen sie insbesondere hohen Windbelastungen ausgesetzt sind. Während in den letzten Jahren vorwiegend kleinere Sendemasten für die Mobilfunknetze errichtet wurden, sind die meisten höheren Türme bereits zwischen 1960 und 1990 gebaut worden. Diese Bauwerke befinden sich heute bereits in der zweiten Hälfte oder sogar am Ende ihrer geplanten Nutzungsdauer. Aus diesem Grund erlangen die Einschätzung der Restnutzungsdauer sowie die Erarbeitung von Sanierungskonzepten eine immer größere Bedeutung für die Eigentümer der Funktürme. In diesem Zusammenhang entsteht ein hoher Bedarf an der Entwicklung von Methoden zur Beurteilung des Bauwerkszustandes.

In der Regel versucht man zunächst, die entsprechenden Nachweise rechnerisch zu erbringen. Ist dies auf Basis üblicher Annahmen aus Normen und Richtlinien nicht möglich, ergänzt man die numerischen Analysen oft durch experimentelle Untersuchungen. In einigen Fällen entscheidet man sich dazu, das Bauwerk permanent oder in regelmäßigen Abständen messtechnisch zu überwachen. Zunehmend dient die Bauwerksüberwachung (engl. Structural Health Monitoring – SHM) nicht allein der Einhaltung von bestimmten Grenzwerten ausgewählter Messgrößen, sondern der Identifikation numerischer Parameter für die rechnerische Tragwerksanalyse [1]. Eine wichtige Aufgabe der langfristigen Bauwerksüberwachung besteht in der Erkennung von Strukturveränderungen durch Bauwerksschädigungen. Die rasante Entwicklung der Rechentechnik erlaubt zunehmend die Entwicklung und Anwendung von Vorgehensweisen auf der Basis von immer komplexeren Modellen für die Tragwerke und die Datenauswertung.

## 2 Methode und beteiligte Partialmodelle

### 2.1 Generelles Vorgehen

Das Problem der Bauwerksüberwachung stellt eine messtechnische Aufgabenstellung dar. Zur Erarbeitung eines Messkonzeptes werden dabei im Allgemeinen numerische Modelle eingesetzt. Dabei müssen sowohl die erwartenden Einwirkungen, das Strukturverhalten und die zu identifizierende Schädigung hinreichend genau abgebildet werden.

In der hier vorgestellten Studie werden am Beispiel einer Turmstruktur unter Windbelastung dynamische Strukturberechnungen verwendet, um die messtechnisch ermittelbaren Strukturantworten zu simulieren und die Leistungsfähigkeit der vorgestellten Strategie zur Schädigung

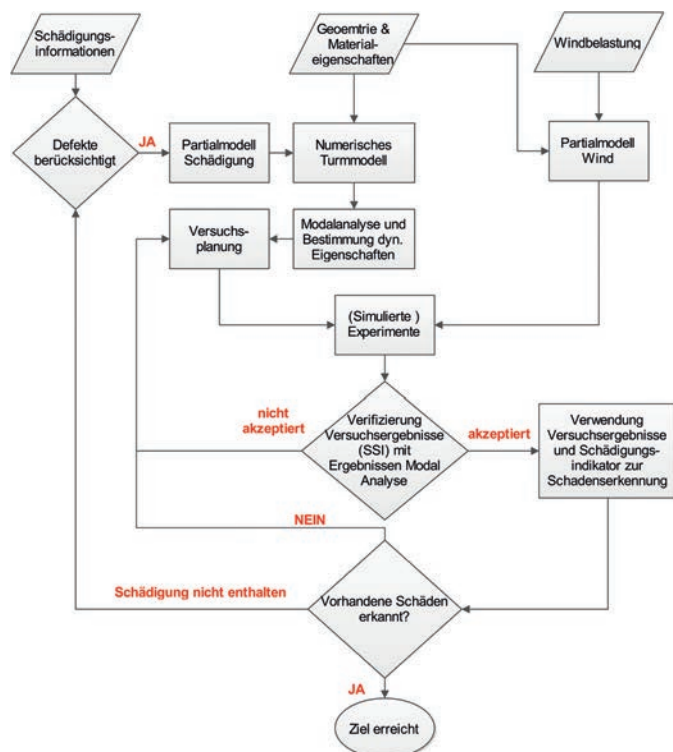


Bild 1. Darstellung der Vorgehensweise  
Fig. 1. Description of the presented strategy

gungsidentifikation zu zeigen. Dazu sind die Antworten eines durch Schädigungen modifizierten Turmmodells auf Windbelastung in einer transienten numerischen Analyse ermittelt worden. Die Ergebnisse werden dann zur Berechnung eines auf identifizierten modalen Parametern beruhenden Schädigungsindikators benutzt. Zur Identifikation der modalen Strukturparameter (Eigenformen, Eigenfrequenzen und modale Dämpfungsmaße) kann beispielsweise die Stochastic Subspace Identification (SSI) angewendet werden. Bild 1 stellt die beschriebene Vorgehensweise graphisch dar.

Das betrachtete numerische Modell vereinigt eine Vielzahl von Partialmodellen. In den nachfolgenden Abschnitten werden die in diesem Aufsatz näher betrachteten Partialmodelle in kurzer Form beschrieben.

## 2.2 Partialmodell Wind

In der Regel ist für die Bemessung von Turmtragwerken in exponierten Höhenlagen die Belastung durch Wind ein maßgebender Lastfall. In vielen Fällen ist für die hohen, schlanken Tragwerke mit geringer Dämpfung eine dynamische Analyse für die Ermittlung des Tragverhaltens unter Windbelastung erforderlich. Wenn Türme kreisförmige oder annähernd kreisförmige Querschnitte haben, kann es infolge regelmäßiger Wirbelablösungen zu Schwingungen quer zur Windrichtung kommen [2]. In diesem Fall ist die Berücksichtigung des dynamischen Tragverhaltens unerlässlich.

Zur Berücksichtigung der Windbelastung in dynamischen Analysen im Zeitbereich können vereinfachte Ansätze genutzt werden, welche auf der Verwendung der mittleren Windgeschwindigkeit sowie auf der Einbeziehung von turbulenten Windeigenschaften beruhen.

In dieser Studie ist die atmosphärische Turbulenz mit Hilfe des von Karman-Spektrums ermittelt worden, welches eine analytische Beschreibung der Windturbulenz über den betrachteten Frequenzbereich darstellt. Das Spektrum ist entsprechend der Windgeschwindigkeitsklasse und der Turbulenzkategorie generiert [3]. Die Belastung auf eine Struktur kann mit Hilfe des Strömungswiderstandsbeiwertes  $c_w$  entsprechend der folgenden Gleichung ermittelt werden:

$$F_w = \frac{1}{2} \rho v^2 D c_w \quad (1)$$

Dabei gibt  $F_w$  die Belastung auf das Bauwerk als Linienlast an.  $\rho$  beschreibt die Dichte des Fluids,  $v$  die Strömungsgeschwindigkeit relativ zum Tragwerk und  $D$  gibt den Außendurchmesser wieder. Der Strömungswiderstandsbeiwert  $c_w$  kann durch Versuche im Windkanal oder numerisch durch CFD-Simulationen bestimmt werden. Wenn der Strömungswiderstandsbeiwert für den vorliegenden Querschnitt ermittelt wurde, können Windbelastungen an diskreten Punkten für Turmquerschnitte mit über die Höhe variablen Durchmessern, wie beispielsweise bei einem konischen Turmschaft, ermittelt werden.

## 2.3 Partialmodell Dämpfung

Als Dämpfung werden in schwingenden Systemen Phänomene zusammengefasst, die eine irreversible Umwandlung von mechanischer potentieller oder kinetischer Energie in andere Energieformen, meist Wärme, zur Folge haben. Sie stellen eine wichtige Einflussgröße auf die Antwort einer Struktur unter dynamischen Lasten dar. Dämpfungsursachen können nach dem Ort der Energiedissipation in Abhängigkeit der Definition der Systemgrenzen in innere und äußere Dämpfung eingeteilt werden. Weiterhin ist eine Klassifikation nach den Mechanismen der Energiedissipation beispielsweise in Material-, Kontaktflächen- sowie Abstrahldämpfung üblich. Dämpfung bzw. die Dissipation von mechanischer Energie in Wärme wird dabei meist durch innere oder äußere Reibungsmechanismen verursacht.

Die Berücksichtigung von Dämpfungseffekten in dynamischen Berechnungen beruht meist auf der Annahme eines linearen, geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungsmodells (viskose Dämpfung), welches in linearen Differentialgleichungssystemen resultiert. In numerischen Simulationen kann viskose Dämpfung durch Verwendung modaler Dämpfungsparameter in den entkoppelten Bewegungsgleichungen oder durch die Annahme, dass die Dämpfungsmatrix in einem direkten Zeitintegrationsalgorithmus proportional auf der Massen- und Steifigkeitsmatrix aufbaut, eingeführt werden (Rayleigh-Dämpfung).

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2)$$

Die Berücksichtigung von realistischen Dämpfungseigenschaften in Simulationsmodellen stellt dabei eine schwierige und meist nur unzureichend gelöste Aufgabe dar. In der Literatur existiert eine Vielzahl von experimentell bestimmten Parametern zur Modellierung viskoser Dämpfung für Werkstoffe und Konstruktionen, allerdings sind diese an das zugrunde liegende Experiment inklusive geometrischer Eigenschaften gebunden und stellen somit meist nur Anhaltswerte zur Dämpfungsberücksichtigung dar. Im Falle



direkter Integration können verschiedene Materialien oder Dämpfungsphänomen durch die Anwendung der Rayleigh-Dämpfung auf relevante Elementsteifigkeitsmatrizen vor Kombination zum Gesamtsystem berücksichtigt werden. Bei Verwendung von entkoppelten Bewegungsgleichungen in modaler Superposition ist eine Berücksichtigung unterschiedlicher Materialien ebenfalls möglich. Dabei kann ein effektiver Dämpfungskoeffizient für eine Eigenform aus der Summe der Produkte der Deformationsenergien jeder Eigenform für jedes Material mit den materialabhängigen Dämpfungsgraden im Verhältnis zur Gesamtdeformationsenergie einer Eigenform bestimmt werden. Alternativ wäre beispielsweise auch eine Mittelung über Massenbeiträge der unterschiedlichen Materialien möglich.

## 2.4 Partialmodell Schädigung

In diesem Beitrag wird angenommen, dass im betrachteten Bauwerk in einem in Stahlbetonbauweise errichteten Bauwerksabschnitt eine lokale Schädigung vorliegt.

Die Schädigung wurde im Simulationsmodell vereinfacht durch eine lokale Reduzierung der Steifigkeitseigenschaften unter Verwendung eines Modells nach *Elwood* [4] abgebildet. Dieses Modell wurde zur Untersuchung des Tragwerksversagens von Stahlbetonstützen entwickelt und repräsentiert das phänomenologische Verhalten einer Stütze bei einachsiger Druck- und/oder Querkraftbeanspruchung. Die Abbildung der reduzierten Steifigkeiten erfolgte durch Reihenschaltung von Schubfeder- und Balkenelement, wie in Bild 2 dargestellt ist. Zur Bestimmung der Steifigkeit der Schubfeder für die Beschreibung der Schädigung werden dabei u. a. die Druckfestigkeit des Betons, der Bewehrungsgrad und die Zugfestigkeit der Querkraftbewehrung, die Querschnittsfläche, geometrische Eigenschaften der Längsbewehrung, die axiale Belastung sowie der kritische Risswinkel berücksichtigt. Die genaue Wirkungsweise des Modells ist in [4] ausführlich erläutert.

Die Gesamtschubsteifigkeit  $K_{deg}^{t_{deg}}$  und Schubfedersteifigkeit  $K_{deg}$  nach Festigkeitsüberschreitung bzw. Schädigung ist unter Berücksichtigung der Reihenschaltung von Schubfeder und Balkenelement bestimmbar:

$$K_{deg} = \left( \frac{1}{K_{deg}^{t_{deg}}} - \frac{1}{K_{unload}} \right)^{-1} \quad (3)$$

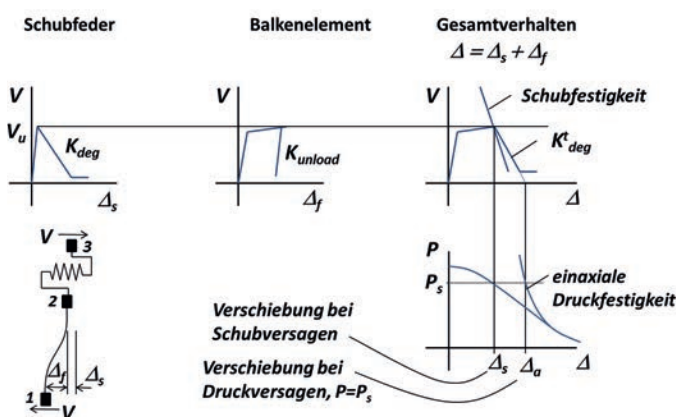


Bild 2. Schädigungsmodell nach [2]  
Fig. 2. Failure model according to [2]

Dabei beschreibt  $K_{unload}$  die Anfangssteifigkeit des Balkenelementes im gekoppelten Balken-Feder-Modell. Darauf aufbauend werden reduzierte Steifigkeiten der Schubfeder zur Integration in das numerische Modell der dynamischen Analyse ermittelt

## 3 Methode der Schadensidentifikation

Seit mehreren Jahren werden verschiedene Ansätze zur Identifikation von Tragwerksschädigungen in Bauwerken entwickelt, die auf Schwingungsmessungen basieren [5]. Viele dieser Verfahren beruhen auf der Annahme, dass die Schädigungen zu Veränderungen der modalen Parameter, das heißt der Eigenformen, Eigenfrequenzen und Dämpfungseigenschaften, führen.

Mit Hilfe geeigneter Algorithmen lassen sich aus gemessenen Bauwerksschwingungen die modalen Eigenschaften identifizieren. Solche im Englischen als output-only oder operational modal analysis bezeichneten Verfahren haben in den letzten Jahren insbesondere im Bauingenieurwesen eine breite Anwendung erfahren. Im Rahmen der hier vorgestellten Studie wurde die Stochastic Subspace Identification (SSI) [6] angewendet. Ein Vergleich dieser Methode mit anderen Algorithmen ist in beispielsweise [6] und [7] dargestellt.

Die aus den Simulationsergebnissen identifizierten modalen Parameter können benutzt werden, um mögliche Schädigungen mit Hilfe von Indikatoren, die beispielsweise auf der Berechnung der modalen Formänderungsenergie beruhen, zu detektieren. Der hier verwendete Schädigungsindikator wird mit Hilfe der Euler-Bernoulli-Balkentheorie für einen Balken der Länge  $L$  hergeleitet (4) [8].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E(x) I(x) \left( \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right)^2 dx \quad (4)$$

Dabei beschreibt  $E(x)I(x)$  die Steifigkeit der Struktur an der Stelle  $x$  und  $w(x)$  die Verschiebung des Balkenquerschnittes in  $z$ -Richtung.

Der zu einer Eigenform gehörende Anteil der Formänderungsenergie kann durch Gl. (5) ermittelt werden:

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L E(x) I(x) \left( \frac{d^2 \Phi_i}{dx^2} \right)^2 dx \quad (5)$$

Der Schädigungsindikator basiert auf der Verwendung von Eigenformen der ungeschädigten  $\Phi_i$  und geschädigten Struktur  $\Phi_i^*$ . Zur Herleitung des Indikators wird das Verhältnis der inneren Energie  $U_{ij}$  bzw.  $U_{ij}^*$  eines Elementes  $j$  und der gesamten Formänderungsenergie der Struktur  $U_i$  bzw.  $U_i^*$  verwendet. Gl. (6). Unter Annahme konstanter Steifigkeitseigenschaften zur Berechnung von  $U_i$  bzw.  $U_i^*$  sowie innerhalb eines Elementes ergibt sich für die anteilige modale Formänderungsenergie eines Elementes  $j$

$$F_{ij} = \frac{U_{ij}}{U_i} = \frac{EI_j}{EI} f_{ij} \quad F_{ij}^* = \frac{U_{ij}^*}{U_i^*} = \frac{EI_j^*}{EI^*} f_{ij}^* \quad (6)$$

wobei gilt:

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad \sum_{j=1}^N F_{ij}^* = 1 \quad (7)$$

Wenn weiterhin zur Berechnung der Formänderungsenergie der Gesamtstruktur unveränderte Steifigkeitseigenschaften angenommen werden können, ergibt sich:

$$\frac{EI_k}{EI} f_{ik} = \frac{EI_k^*}{EI} f_{ik}^* \quad (8)$$

Für Schädigungen, die nur in einem Element  $k$  auftreten, kann damit der Schädigungsindex  $\beta_{ik}$  bezüglich einer Eigenform  $i$  und Element  $k$  nach Gl. (9) berechnet werden.

$$\frac{EI_k}{EI_k^*} = \frac{f_{ik}^*}{f_{ik}} = \beta_{ik} \quad (9)$$

Um mögliche Probleme in Verbindung mit der Division durch null oder sehr kleinen Werten zu vermeiden, wird der Schädigungsindex nach Gl. (10) modifiziert.

$$\beta_{ik} = \frac{f_{ik}^* + 1}{f_{ik} + 1} \quad (10)$$

Bei Verwendung von  $N_m$  Eigenformen kann der Schädigungsindikator robuster nach Gl. (11) bestimmt werden:

$$\beta_k = \frac{\sum_{i=1}^{N_m} f_{ik}^* + 1}{\sum_{i=1}^{N_m} f_{ik} + 1} \quad (11)$$

Da der Schädigungsindex einen statistischen Indikator repräsentiert, wird ein Schwellwert angewendet werden, um signifikante Änderungen des Schädigungsindex auszuwerten. Dazu werden Durchschnittswert des Schädigungsindex bzw. Mittelwert und Standardabweichung verwendet Gl. (12).

$$Z_k = \frac{\beta_k - \bar{\beta}}{\sigma_{\beta}} - 2 \quad (12)$$

Es liegt Schädigung vor, wenn sich für  $Z_k$  positive Werte ergeben.

Die Qualität der Ergebnisse hängt dabei insbesondere von der Qualität der identifizierten Eigenformen ab. Daraus resultieren entsprechende Anforderung an die Anordnung von Sensoren und die Datenverarbeitung, wofür auch eine hinreichende Erfahrung benötigt wird.

## 4 Beispielrechnung Turmbauwerk

### 4.1 Modellierung des Tragwerks

Die modellbasierte Schädigungsidentifikation wird hier exemplarisch an einem typischen Funkturm angewendet. Der Turm wurde als 192 m hoch, bestehend aus in drei verschiedenen Bauweisen errichteten Abschnitten, angenommen. Auf einem 110 m hohen Stahlbetonschaft steht eine ca. 60 m hohe Stahlkonstruktion mit Rohrquerschnitt. Den oberen Abschluss bildet ein 22 m hohes Rohr aus glasfaserverstärktem Kunststoff. Der Turmdurchmesser beträgt am Fußpunkt 9,35 m und verjüngt sich nach oben hin in der in Bild 3 skizzierten Form.

In der hier beschriebenen Studie wurde das Turmtragwerk mit Balkenelementen modelliert. Es wurde linear-elastisches Materialverhalten unter Verwendung der in

Tabelle 1. Materialparameter

Table 1. Material parameters

Material	E-Modul	Dichte
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]
Stahlbeton	30 000	2500
Stahl	210 000	7850
GFK	73 000	2600

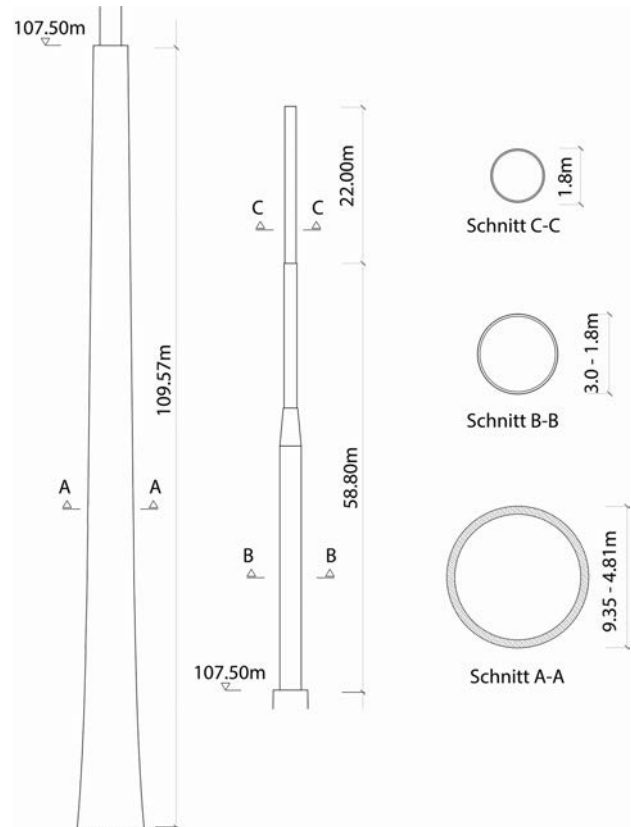


Bild 3. Geometrie des Turmbeispiels

Fig. 3. Geometry of the example tower

Tabelle 1 zusammengefassten Materialparameter angenommen. Wartungs- und Aussichtsplattformen, die bei solchen Turmbauwerken notwendig sind, wurden vereinfacht in Form von Punktmassen auf vier verschiedenen Höhen berücksichtigt. Es wurde angenommen, dass die Gründung einer perfekten Einspannung entspricht, eine Boden-Bauwerksinteraktion ist ausgeschlossen worden.

Zur Berücksichtigung der angenommenen Schädigung wurde im Bereich des Anschlusses der Stahlkonstruktion an den Stahlbetonschaft ein Element mit dem in Abschnitt 2.4 beschriebenen Materialmodell eingefügt. Dabei wurden zwei unterschiedliche Schädigungsszenarien durch unterschiedliche Reduzierung der Schubfedersteifigkeit untersucht.

### 4.2 Modellierung der Windlast

Für die dynamische Simulation ist die Belastung durch Wind in Form von zeitlich und über die Turmhöhe veränderlichen Druckverteilungen modelliert worden. Dabei wurde die mittlere Windgeschwindigkeit nach EC 1 (Windgeschwindigkeitszone II) angenommen. Die atmosphärischen Turbu-

lenzen wurden, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, bei Berücksichtigung einer Wind-Struktur-Interaktion und unter Verwendung des von Karman-Spektrums ermittelt. Dabei wurde von einem kreisförmigen Querschnitt ausgegangen, externe Antennen und Plattformen blieben bei der Modellierung der Windbelastung unberücksichtigt. Für den Strömungswiderstandsbeiwert  $c_w$  wurde nach [9] ein Wert von 0,85 verwendet. Der resultierende Zeitverlauf der Windbe-

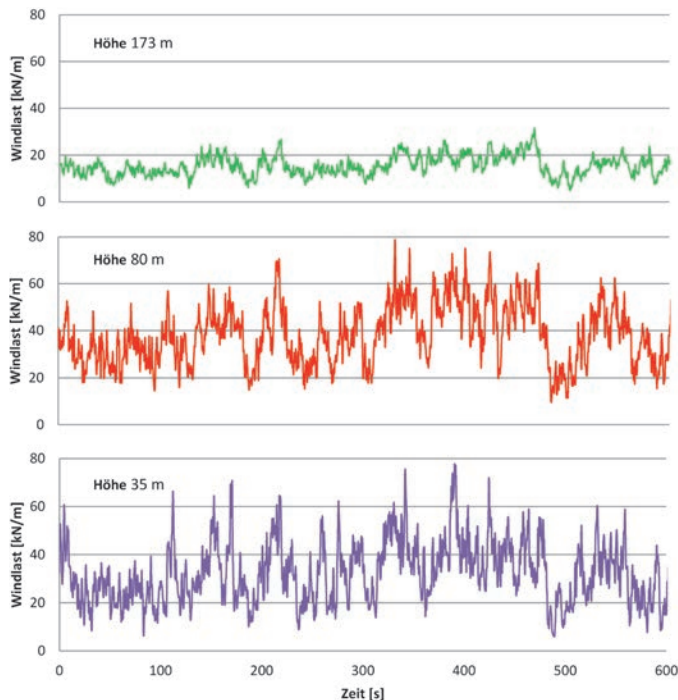


Bild 4. Resultierende Windlasten in Strömungsrichtung  
Fig. 4. Resulting windloads in wind direction

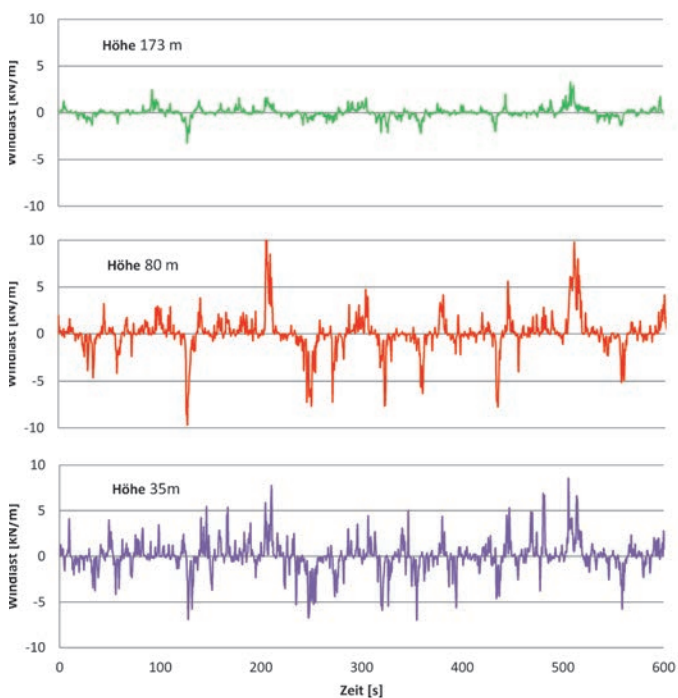


Bild 5. Resultierende Windlasten quer zur Strömungsrichtung  
Fig. 5. Resulting windloads in perpendicular to wind direction

lastung in Windrichtung (y-Richtung) sowie quer dazu (x-Richtung) sind in den Bildern 4 und 5 für verschiedene Höhen als Linienlast über die Bauwerkshöhe dargestellt. Die geringeren Belastungen in größeren Höhen begründen sich durch die Abnahme des Querschnittsdurchmessers.

Die Dämpfung des Turmbauwerks wurde mit Hilfe der Rayleigh-Dämpfung abgebildet. Dazu wurde vereinfacht global ein Dämpfungsgrad von 1 % in der ersten und dritten Eigenfrequenz angenommen.

### 4.3 Ergebnisse

Nachfolgend sind die Ergebnisse der numerischen Analysen sowie der vorgestellten Strategie zur Schadensdetektion zusammengefasst.

Zunächst werden in Bild 6 die Ergebnisse der Modalanalyse dargestellt. Sie zeigen die ersten vier Eigenfrequenzen und Eigenformen der Biegeschwingungen. Aufgrund der Rotationssymmetrie treten diese Eigenschwingungen bei jeder der aufgelisteten Frequenzen paarweise in zueinander orthogonalen Ebenen auf.

Weiterhin werden exemplarisch die Verschiebungen im Zeitverlauf an der Turmspitze bei Annahme einer ungeschädigten und geschädigten Struktur in Bild 7 verglichend dargestellt. Dabei zeigt sich, dass kaum Unterschiede in den Amplituden zwischen geschädigtem und ungeschädigtem Bauwerk festgestellt werden können. Die nur geringen Abweichungen in der Tragwerksantwort können auch durch Vergleich der modalen Antworten aus den Eigenwertanalysen festgestellt werden. Dazu werden in Tabelle 2 die modalen Eigenschaften bei berücksichtigter Schädigung im Tragwerk mit ungeschädigter Struktur verglichen. Dabei zeigt sich, dass bei berücksichtigter Schädigung erwartungsgemäß aufgrund der reduzierten Steifigkeiten auch die Eigenfrequenzen abnehmen.

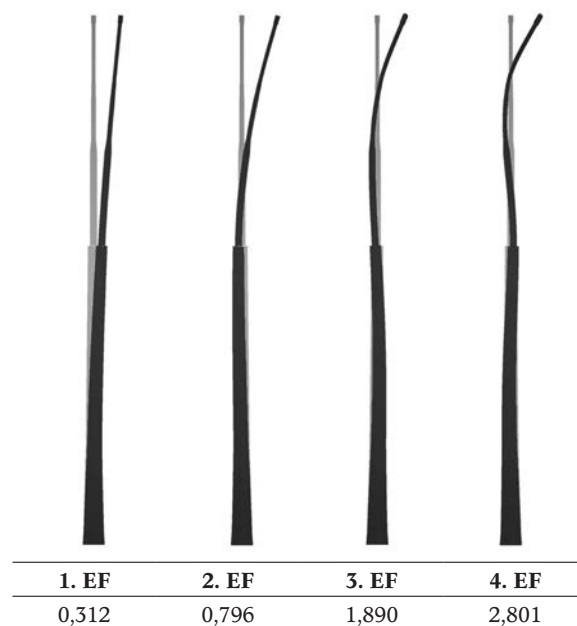


Bild 6. Erste vier Eigenformen und Eigenfrequenzen [Hz] des Turms  
Fig. 6. The first four mode shapes and frequencies [Hz] of the tower



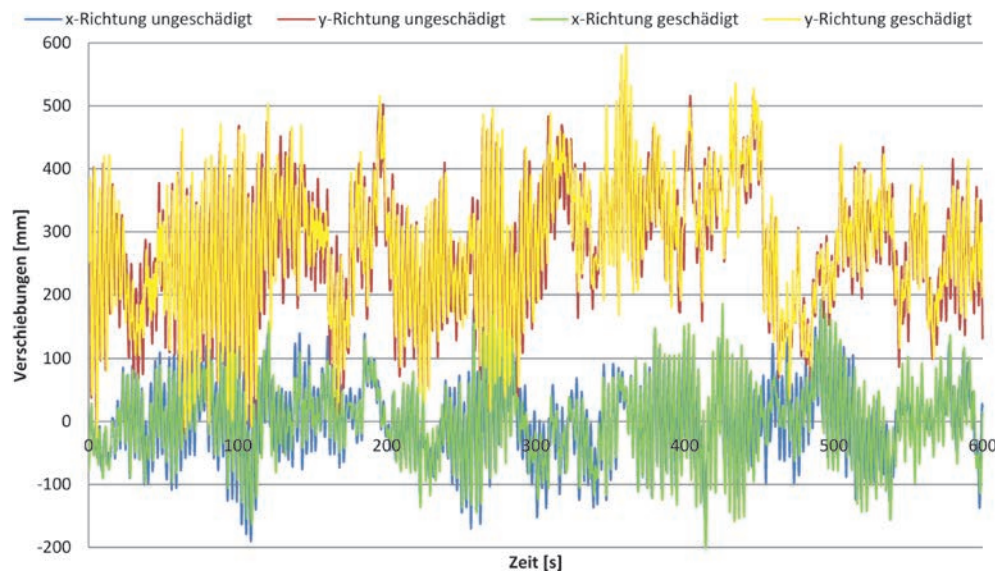


Bild 7. Darstellung Verschiebungen der Turmspitze in Abhängigkeit Simulationszeit für Windanregung in y-Richtung

Fig. 7. Displacement time histories at the top of the tower state for wind velocity in y-direction

Tabelle 2. Eigenfrequenzen und modale Dämpfungsgrade des FE-Modells  
Table 2. Natural frequencies and modal damping ratios of the FE-model

Fall	Richtung	Eigenform							
		1		2		3		4	
		f [Hz]	$\xi$ %	f [Hz]	$\xi$ %	f [Hz]	$\xi$ %	f [Hz]	$\xi$ %
ungeschädigt	x	0,312	1,00	0,796	0,70	1,890	1,00	2,801	1,37
	y	0,312	1,00	0,796	0,70	1,890	1,00	2,801	1,37
Schädigung 1	x	0,312	1,00	0,795	0,70	1,881	1,00	2,794	1,37
	y	0,312	1,00	0,795	0,70	1,881	1,00	2,794	1,37
Schädigung 2	x	0,308	1,00	0,777	0,73	1,687	1,00	2,619	1,42
	y	0,308	1,00	0,777	0,73	1,687	1,00	2,619	1,42

Aus den simulierten Antwortzeitreihen sind mit Hilfe des SSI-Algorithmus Eigenfrequenzen, Eigenformen und modale Dämpfungsmaße identifiziert worden. In Tabelle 3 sind die extrahierten Eigenfrequenzen sowie modalen Dämpfungsgrade dargestellt. Bild 8 zeigt die dazugehörigen Eigenformen. Im Vergleich zu den in der Eigenwertanalyse ermittelten modalen Eigenschaften können eine gute Übereinstimmung in den Eigenfrequenzen sowie Eigenformen und größere Abweichungen in den Dämpfungseigenschaften festgestellt werden, insbesondere wenn Schädigungen im Modell berücksichtigt wurden. Dies spricht für die Qua-

lität der hier angewendeten Methode zur modalen Identifikation.

Die in Abschnitt 3 beschriebene Vorgehensweise wird anschließend angewendet, um mit Hilfe der identifizierten modalen Eigenschaften einen Indikator zur Beschreibung vorhandener Schädigung zu bestimmen. In Bild 9 wird der bestimmte Schadenindikator quantitativ dargestellt. Mit Hilfe des verwendeten Indikators ist es möglich, Schädigungen für beide angenommenen Schadensszenarien zu detektieren und die korrekte Höhenposition zu identifizieren. Wenn der Indikator auch das Schadensausmaß nicht

Tabelle 3. Mit Stochastic Subspace Identification extrahierte Eigenfrequenzen, sowie Dämpfungsgrade  
Table 3. Extracted natural frequencies and damping ratios using Stochastic Subspace Identification (SSI)

Fall	Richtung	Eigenform							
		1		2		3		4	
		f [Hz]	$\xi$ %	f [Hz]	$\xi$ %	f [Hz]	$\xi$ %	f [Hz]	$\xi$ %
ungeschädigt	x	0,317	1,03	0,793	0,65	1,795	1,05	2,515	1,13
	y	0,317	1,03	0,796	0,65	1,797	1,05	2,515	1,13
Schädigung 1	x	0,317	1,05	0,792	0,70	1,787	1,02	2,510	1,14
	y	0,317	1,31	0,795	0,94	1,789	1,05	2,510	1,15
Schädigung 2	x	0,313	1,30	0,775	1,15	1,620	0,89	2,380	1,19
	y	0,313	1,51	0,775	0,85	1,620	1,09	2,380	1,19

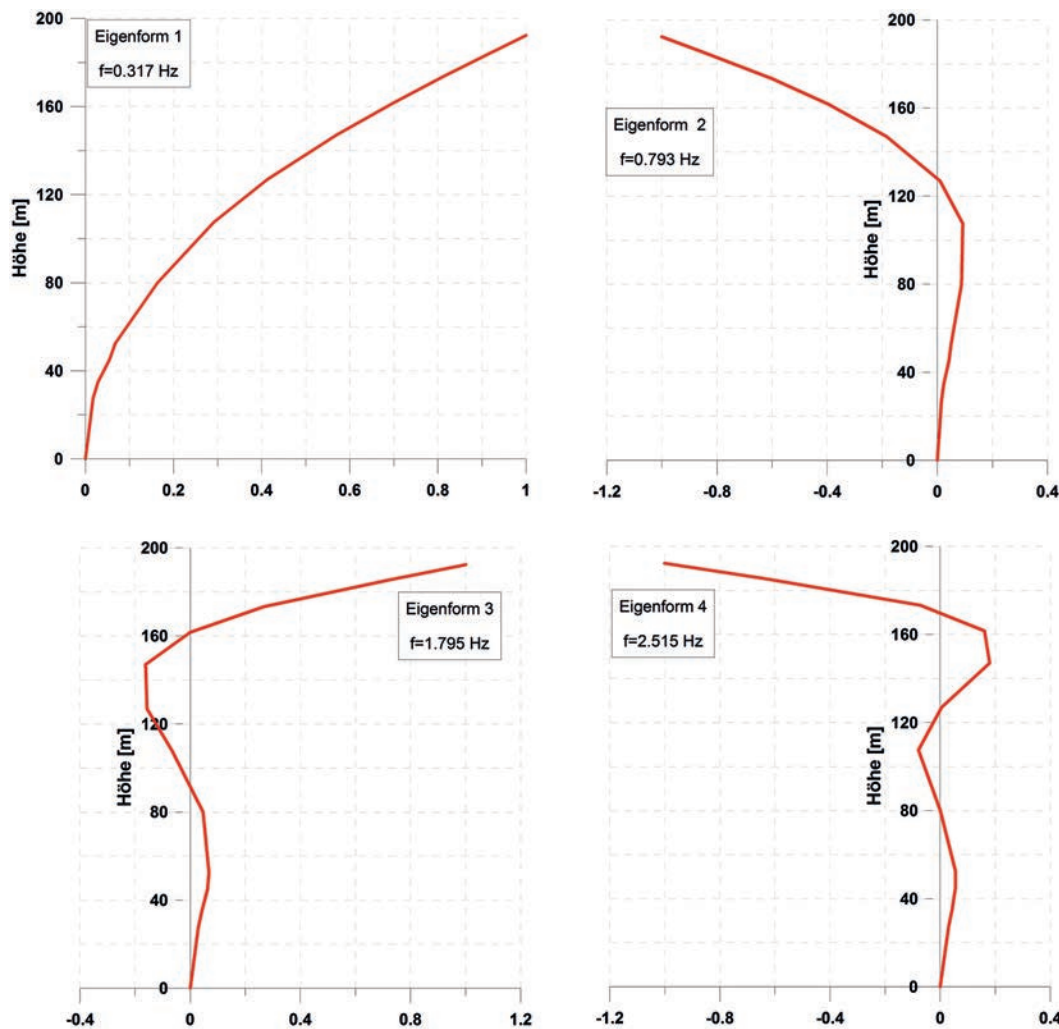


Bild 8. Mit Hilfe Stochastic Subspace Identification (SSI) extrahierte vier ersten Eigenformen

Fig. 8. Extracted first four mode shapes using the Stochastic Subspace Identification (SSI) algorithm

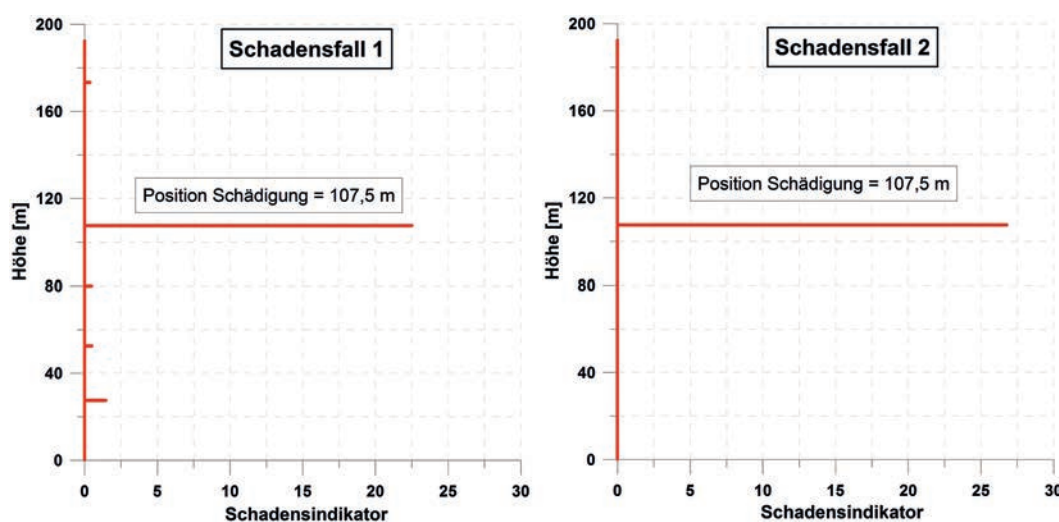


Bild 9. Schadensindikator aufgetragen über die Turmhöhe (links: Schadensgrad 1, rechts: Schadensgrad 2)

Fig. 9. Damage indicator associated with the height of the tower (left: damage case 1, right: damage case 2)

quantifiziert, so ist doch eine Unterscheidung der beiden untersuchten unterschiedlichen Schadensstärken möglich.

## 5 Fazit

In der heutigen Ingenieurpraxis bedarf es effizienter und wirkungsvoller Strategien zur Zustandsidentifikation von Tragwerken. Die Anwendung einer modellbasierten Strategie, wie am Beispiel des Turmbauwerks gezeigt, ist gut geeignet zur Schadensidentifikation einer Tragstruktur. Im

gezeigten Beispiel dienten die Ergebnisse einer dynamischen numerischen Simulation der Tragstruktur unter Windanregung als synthetisch erzeugte Messdaten. Mit Hilfe des SSI Algorithmus wird die Schädigung im Tragwerk und deren Ort detektiert und so ein effizienter und gezielter Einsatz von Maßnahmen zum Bauwerksmonitoring ermöglicht.

Der Vergleich der Ergebnisse der numerischen Modalanalyse und der identifizierten Eigenformen und -frequenzen zeigt eine gute Übereinstimmung. Sie sind ein erster

Hinweis auf die praktische Anwendbarkeit der vorgestellten Strategie, gelten doch die angewandten Berechnungsalgorithmen zu etablierten, sowohl verifizierten als auch validierten Methoden der dynamischen Tragwerksanalyse. Zukünftig soll die vorgestellte Methodik an einer realen Turmstruktur zur Beschreibung des Bauwerkszustandes angewendet und getestet werden.

Eine Aussage über die Qualität der berechneten Ergebnisse ist zu einer erfolgreichen Anwendung der Methode in der Praxis notwendig. Daher sollen Methoden zur Quantifizierung der Modellunsicherheit und -qualität in die Lösungsstrategie integriert werden. Sie sollen dem anwendenden Ingenieur als ein Hinweis über die Qualität der in der Methode angewendeten Partialmodelle dienen.

## Literatur

- [1] *Xing, S.*: Structural identification and damage identification using output-only vibration measurements. A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Civil Engineering, Utah State University, Logan, Utah 2011.
- [2] *Smith, B. W., Støttrup-Andersen, U. E.*: Tower and Masts: The Past, Present and the Future. AIASS Colloquium, Madrid, April 1997.
- [3] Characteristics of atmospheric turbulence near the ground, Part II: single point data for strong winds (neutral atmosphere). ESDU-Report No 85020, April 1993.
- [4] *Elwood, K. J.*: Modelling failures in existing reinforced concrete column. Canadian Journal of Civil Engineering 31 (2004), pp. 846–859.
- [5] *Fan, W., Qiao, P.*: Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study. Structural Health Monitoring 10 (2011), pp. 83–111.
- [6] *Van Overschee, P., De Moor, B.*: Subspace Identification For Linear Systems: Theory Implementation – Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers 1996.
- [7] *Brincker, R., Andersen, P.*: Understanding Stochastic Subspace Identification. IMAC-XXIV: Conference & Exposition on Structural Dynamics 2006.
- [8] *Worden, K., Friswell, M.*: Modal-vibration based damage identification. Chichester: John Wiley & Sons, 2009.
- [9] *Tritton, D. J.*: Physical Fluid Dynamics, 2nd ed. Oxford: Oxford University Press 1988.

## Autoren dieses Beitrages:

M.Sc. Maher Deeb

maher.deeb@uni-weimar.de

M.Sc. Tajammal Abbas

tajammal.abbas@uni-weimar.de

M.Sc. Shahram Ghorashi

shahram.ghorashi@uni-weimar.de

Dipl.-Ing. Ingmar Stade

ingmar.stade@uni-weimar.de

Dipl.-Ing. Idna Wudtke

idna.wudtke@uni-weimar.de

alle

Bauhaus-Universität Weimar

Graduiertenkolleg 1462

Berkaer Straße 9

99423 Weimar

Dr.-Ing. Volkmar Zabel

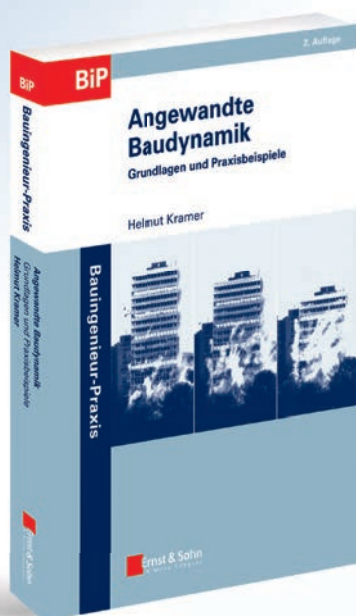
Bauhaus-Universität Weimar

Institut für Strukturmechanik

Marienstraße 15, 99423 Weimar

volkmar.zabel@uni-weimar.de





## Angewandte Baudynamik

■ Obwohl Schwingungsprobleme in der Praxis zunehmend auftreten, werden sie von Tragwerkplanern gern umgangen. Statische Ersatzlasten, Stoßfaktoren oder Schwingbeiwerte werden angewendet, ohne sich der Anwendungsgrenzen bewußt zu sein. Dieses Buch weckt das Grundverständnis für die den Theorien zugrunde liegenden Modellvorstellungen und die Begrifflichkeiten der Dynamik. Die wichtigsten Kenngrößen werden beschrieben und mit Beispielen verdeutlicht. Darauf baut der anwendungsbezogene Teil mit den Problemen der Baudynamik - Stoßvorgänge, freie und erzwungene Schwingungen, Amplitudenreduktion durch Schwingungsdämpfer, menscheninduzierte Schwingungen, Einführung in die Baugruddynamik und Maßnahmen des Erschütterungsschutzes - anhand von Beispielen auf. Mit diesem Rüstzeug kann sich der Nutzer in spezielle Fälle wie Glockentürme, dynamische Windlasten oder erdbebensicheres Bauen einarbeiten.

HELMUT KRAMER

### Angewandte Baudynamik Grundlagen und Praxisbeispiele

2., aktualis. u. erw. Auflage 2013.  
ca. 336 S., ca. 188 Abb.,  
ca. 13 Tab., Gb.  
ca. € 55.-  
ISBN: 978-3-433-03028-8  
Erscheint Frühjahr 2013

■ Autor: Prof. Dr.-Ing. Helmut Kramer lehrt Baudynamik an der Technischen Universität Hamburg-Harburg und betreibt das Ingenieurbüro Kramer + Albrecht. In dieses Buch fließt der reiche Erfahrungsschatz aus 40jähriger Tätigkeit als Berater Ingenieur und Prüfingenieur ein.

**Ernst & Sohn**  
A Wiley Company

**Ernst & Sohn**  
Verlag für Architektur und technische  
Wissenschaften GmbH & Co. KG

Kundenservice: Wiley-VCH  
Boschstraße 12  
D-69469 Weinheim

Tel. +49 (0)6201 606-400  
Fax +49 (0)6201 606-184  
[service@wiley-vch.de](mailto:service@wiley-vch.de)

## Impressum

### Ernst & Sohn Sonderdruck „Modellqualitäten“

**Ernst & Sohn**  
A Wiley Brand

Wilhelm Ernst & Sohn Verlag für Architektur  
und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG  
Rotherstraße 21, 10245 Berlin,  
Tel. +49 (0)30 – 47 03 12 00, Fax +49 (0)30 – 47 03 12 70  
[www.ernst-und-sohn.de](http://www.ernst-und-sohn.de)

#### Herausgeber:

Bauhaus-Universität Weimar  
Graduiertenkolleg 1462 „Modellqualitäten“  
Sprecher Prof. Dr.-Ing. habil. Frank Werner  
Berkaer Straße 9  
D-99423 Weimar  
Tel. +49 (0)3643 / 584100  
Fax +49 (0)3643 / 584101  
[www.uni-weimar.de/grk](http://www.uni-weimar.de/grk)

#### Redaktionell verantwortlich:

Bauhaus-Universität Weimar  
Graduiertenkolleg 1462 „Modellqualitäten“  
Geschäftsführerin Dipl.-Ing. Idna Wudtke

#### Bankverbindung

Dresdner Bank Weinheim,  
Kontonummer 7 511 188 00, Bankleitzahl 670 800 50,  
SWIFT: DRESDEFF670

#### Gestaltung/Satz

LVD GmbH, Berlin

#### Titelbild:

Bauhaus-Universität Weimar

#### Produktion

NEUNPLUS1, Berlin  
Printed in Germany

© 2013 Wilhelm Ernst & Sohn

Verlag für Architektur und technische Wissenschaften  
GmbH & Co. KG, Berlin

Die in dem Special veröffentlichten Beiträge sind urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, insbesondere das des Nachdrucks und der Übersetzung in andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses Specials darf ohne vorherige Zustimmung des Verlages gewerblich als Kopie vervielfältigt, in elektronische Datenbanken aufgenommen oder auf CD-ROM vervielfältigt werden. Namentlich gekennzeichnete Beiträge stellen in erster Linie die persönliche Meinung der Verfasserin oder des Verfassers dar. Für unverlangt eingesandte Manuskripte und Fotografien übernimmt der Verlag keine Haftung.

# Zeitschriften für die Ingenieurpraxis im Bauwesen



108. Jahrgang 2013  
Impact-Faktor 2011: 0,456



14. Jahrgang 2013  
Mitgliederzeitschrift der fib –  
International Federation for  
Structural Concrete  
Impact-Faktor 2011: 0,270



82. Jahrgang 2013  
Impact-Faktor 2011: 0,254



Design and Research  
6. Jahrgang 2013  
Mitgliederzeitschrift der ECCS –  
European Convention  
for Constructional  
Steelwork



Zeitschrift für den gesamten  
Ingenieurbau  
90. Jahrgang 2013  
Impact-Faktor 2011: 0,176



36. Jahrgang 2013  
Organ der DGGT



Geomechanik und Tunnelbau  
6. Jahrgang 2013  
Mitgliederzeitschrift der ÖGG



Fachzeitschrift für Bergbau,  
Rohstoffe und Energie  
Volume 149, 2013



Zeitschrift für Technik  
und Architektur  
17. Jahrgang 2013



Wärme | Feuchte | Schall | Licht | Energie  
35. Jahrgang 2013  
Impact-Faktor 2011: 0,232



Fachzeitschrift für Führungs-  
kräfte der Bauwirtschaft  
36. Jahrgang 2013



**Das Zeitschriften Online-  
Abonnement**

Alle Fachzeitschriften von  
Ernst & Sohn sind ab Jahrgang  
2004 im Online-Abonnement  
erhältlich.

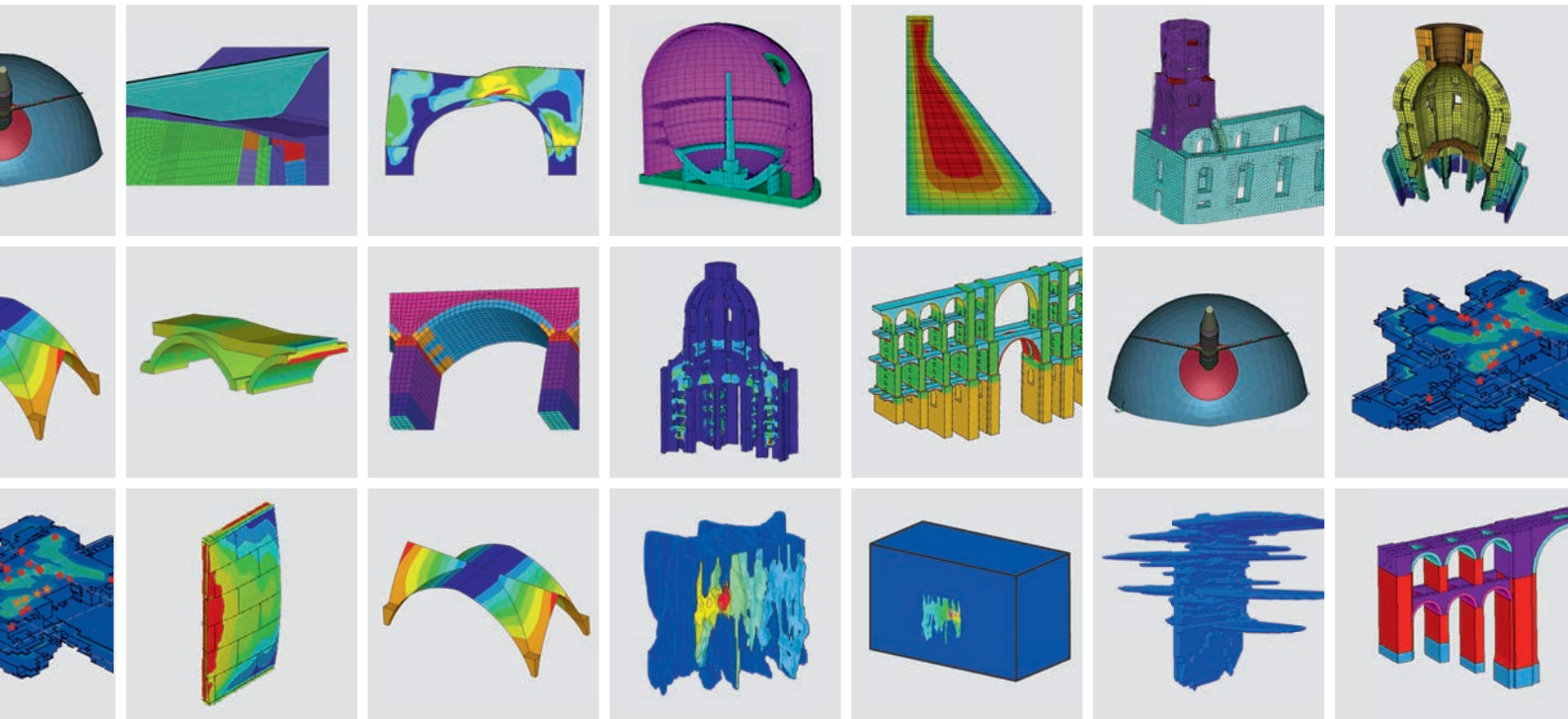
**WILEY ONLINE LIBRARY**  
[www.wileyonlinelibrary.com](http://www.wileyonlinelibrary.com)

**Probeheft bestellen: [www.ernst-und-sohn.de/Zeitschriften](http://www.ernst-und-sohn.de/Zeitschriften)**

**Ernst & Sohn**  
Verlag für Architektur und technische  
Wissenschaften GmbH & Co. KG

Kundenservice: Wiley-VCH  
Boschstraße 12  
D-69469 Weinheim

Tel. +49 (0)800 1800 536  
[cs-germany@wiley-vch.de](mailto:cs-germany@wiley-vch.de)



## Bauwesen/Geotechnik

Berechnungs- und Entwicklungsdienstleistungen zur  
Finite-Element-Analyse für den Nachweis der Standsicherheit  
und Gebrauchstauglichkeit von Bauwerken

Entwicklung und Kalibrierung prognosefähiger Simulations-  
modelle für die nichtlineare Analyse, Optimierung und  
Robustheitsbewertung von Tragstrukturen

# Dynardo GmbH

