Bauhaus-Universität Weimar
Institut für Strukturmechanik

Formelsammlung Mechanik II
WS 2009/10

Positive/negative Spannungen zeigen an einem *positiven/negativen* Schnittufer in *positive/negative* Koordinatenrichtung.

Koordinatentransformation der Spannungen:

für die xy-Ebene (Winkel zwischen x und ξ):

$$\sigma_\xi = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi$$

$$\sigma_\eta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi - \tau_{xy} \sin 2\phi$$

$$\tau_{\xi\eta} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi$$

für die xz-Ebene (Winkel zwischen z und ξ):

$$\sigma_\xi = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \cos 2\phi + \tau_{zx} \sin 2\phi$$

$$\sigma_\eta = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \cos 2\phi - \tau_{zx} \sin 2\phi$$

$$\tau_{\xi\eta} = -\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \sin 2\phi + \tau_{zx} \cos 2\phi$$

Hauptspannungen und Winkel

$$\sigma_{u,v} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$\tan(2\phi_u) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \qquad \text{oder:} \qquad \tan\ \phi_u = \frac{\sigma_u - \sigma_x}{\tau_{xy}}$$

Quadranten beachten!

Hauptschubspannungen und zugehörige Normalspannungen:

$$\tau_{max} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} = \pm\frac{\sigma_u - \sigma_v}{2}$$

$$\sigma_M = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_u + \sigma_v}{2}$$

Flächenträgheitsmomente und Koordinaten des Schwerpunktes:

$$S_y = \int z dA; \quad S_z = \int y dA$$

$$y_s = \frac{\sum A_i \bar{y}_i}{A_{ges}} = \frac{S_z}{A_{ges}}; \qquad z_s = \frac{\sum A_i \bar{z}_i}{A_{ges}} = \frac{S_y}{A_{ges}} \qquad A_{ges} = \sum_i A_i$$

Definition der Trägheitmomente:

$$I_y = \int z^2 dA \qquad I_z = \int y^2 dA \qquad I_{yz} = -\int yz dA$$

Trägheitsmomente bezogen auf Gesamtschwerpunkt (Steiner Anteil):

$$I_y = \sum_i (I_{y_i} + A_i z_{s_i}^2)$$

$$I_z = \sum_i (I_{z_i} + A_i y_{s_i}^2)$$

$$I_{yz} = \sum_i (I_{yz_i} - A_i y_{s_i} z_{s_i})$$

Vorzeichen beachten!

Koordinatentransformation der Trägheitsmomente:

Winkel von y auf a:

$$I_a = \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2}\ \cos 2\phi + I_{yz}\ \sin 2\phi$$
$$I_b = \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2}\ \cos 2\phi - I_{yz}\ \sin 2\phi$$
$$I_{ab} = -\frac{I_y - I_z}{2}\ \sin 2\phi + I_{yz}\ \cos 2\phi$$

Hauptträgheitsmomente:

$$I_{u,v} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + {I_{yz}}^2}$$
$$\tan(2\phi_u) = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z} \qquad \text{oder:} \qquad \tan\phi_u = \frac{I_u - I_y}{I_{yz}} \qquad \text{Quadranten beachten!}$$

Definition der Momente

$\boxed{\text{Die Momente sind positiv in positiver Achsenrichtung (Rechte-Hand-Regel).}}$

$$M_y = \int z\sigma dA \qquad\qquad M_z = -\int y\sigma dA$$

Allg. Gleichung der Normalspannung:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

Für den Spezialfall des symmetrischen Querschnitts: $I_{yz} = 0$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

Eckpunkte der Kernfläche

mit y_a und z_a der entsprechenden Koordinate des Schnittpunktes der Nulllinie mit der Achse:

$$z_k = -\frac{1}{A}\left(\frac{I_y}{z_a} - \frac{I_{yz}}{y_a}\right) \qquad\qquad y_k = -\frac{1}{A}\left(\frac{I_z}{y_a} - \frac{I_{yz}}{z_a}\right)$$

Schubspannung infolge Querkraft

$$\tau(z) = \frac{Q_z\ S_y(z)}{I_y\ b(z)}$$

Schubspannung infolge Torsion

$$\tau = \frac{M_T}{W_T} \qquad\qquad M_T = M_x$$
$$\vartheta = \frac{M_T}{G\ I_T} \qquad\qquad \varphi = \int_x \vartheta dx$$