

Zusammenfassung der Promotionsschrift

**Isogeometric boundary element analysis and structural
shape optimization for Helmholtz acoustic problems**

(Isogeometrische Randelementanalyse und Strukturformoptimierung für
akustische Helmholtz-Probleme)

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen
der Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

M.Sc. Ahmed Mostafa Shaaban Mohamed

Geboren am 24. Mai 1985 in Gizeh, Ägypten

Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. Timon Rabczuk

Status des Doktoranden:

Intern

Weimar, Oktober 2021

Problemstellung und Zielsetzung der Arbeit

1. Wellenausbreitungsprobleme spielen in den Ingenieurwissenschaften für Lärmschutz, Unterwassersonar, Seismologie, Bioakustik, Elektroakustik und zerstörungsfreie Prüfung eine wichtige Rolle. Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Lösung der akustischen zeitharmonischen Helmholtz-Gleichung, eine der bekanntesten Grundgleichungen für Wellenausbreitungsprobleme.
2. Einfache Wellenausbreitungsprobleme können mit analytischen oder semianalytischen Methoden gelöst werden. Diese Methoden sind jedoch nicht für ingenieurrelevante Probleme anwendbar. Daher erfolgt die Lösung mit numerischen Methoden wie der Finite-Elemente-Methode (FEM) oder der Randelementmethode (Boundary-Elemente-Methode / BEM).
3. Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer effizienten und präzisen Methode zur Lösung des Helmholtz-Akustikproblems. Dafür werden folgende Unterziele definiert:
 - a. Erstens soll eine isogeometrische Randelementmethode entwickelt, implementiert, verifiziert und validiert werden. Die Kombination der sogenannten isogeometrischen Analyse (IGA) und der Randelementmethode (BEM) kombiniert die Vorteile beider Verfahren und bietet beispielsweise die Möglichkeit komplexe Geometrien exakt zu reproduzieren.
 - b. Zweitens soll das akustische Verhalten spezieller Strukturen optimiert werden, was eine Kopplung der isogeometrischen Randwertmethode (IGABEM) und Optimierungsverfahren erfordert. Hierfür soll ein gradientenfreier Optimierer, z.B. Particle Swarm Optimization (PSO), verwendet werden. Die IGABEM ermöglicht eine einheitliche Formulierung der Geometriedarstellung, numerischen Analyse und Optimierung.
 - c. Drittens sollen die unter a) und b) zu entwickelnden Verfahren validiert werden. Hierfür soll das sogenannte Schalldämpferproblem mit verlängerten Rohren als praktische Anwendung untersucht werden. Ein Ziel ist, die Durchgangsdämpfung durch Ändern der Innenlängen der verlängerten Rohre zu maximieren.

Stand der Wissenschaft

4. Der Großteil der Forschungsbeiträge zur numerischen Lösung der Helmholtz-Gleichung verwendet die Finite-Elemente-Methode (FEM). Dies erfordert spezielle Techniken zur Modellierung der Fernfelder, welche Wellenreflexion akustischer Störwellen verhindern sollen. Dies führt schließlich nicht nur zu zusätzlichen Fehlern, sondern auch zu einem erhöhten Rechenaufwand.
5. Die Lösungen der Helmholtz-Gleichung für hohe Frequenzen weisen bekanntlich ein stark oszillierendes Verhalten auf. Um diese Gleichung adäquat auflösen zu können, muss die Elementgröße (bei FEM) proportional zur Frequenz sein, was zu einer drastischen Erhöhung der Rechenzeit führt.
6. Die Fachliteratur beschäftigt sich hauptsächlich mit gradientenbasierten Optimierungsmethoden. Diese Methoden benötigen eine besondere Behandlung der Sensitivitätsanalyse und ihrer entsprechenden Singularität.

7. Alternative Kollokationsverfahren müssen mit allen Arten von singulären Integralen umgehen. Darüber hinaus benötigen sie eine zusätzliche spezielle Behandlung des hypersingulären Integrals bei stark unstrukturierter Diskretisierung.
8. Beiträge der BEM zur Lösung des Schalldämpferproblems modellieren die Rohre als zwei kompatible Oberflächen und vernachlässigen die Dicke der Rohre. Dies führt zu Diskrepanzen in den erhaltenen Ergebnissen im Vergleich zu anderen numerischen Methoden oder experimentellen Daten, insbesondere bei hohen Frequenzen.

Eingesetzte Methoden

9. Die akustische zeitharmonische Helmholtz-Gleichung wird mit der BEM gelöst. Die BEM ermöglicht die Modellierung von unendlichen Gebieten. Dieser Vorteil ergibt sich aus der Modellierung der Ränder, welche automatisch die Sommerfeld-Strahlungsbedingung erfüllen, ohne dass Ränder künstlich ‚abgeschnitten‘ werden müssen. Darüber hinaus reduziert die BEM die Raumdimension um eine Größenordnung.
10. Die IGABEM wird eingesetzt, um exakte und komplexe Geometrien zu modellieren. In der IGA werden zur numerischen Analyse und Geometrieabbildung die gleichen Basisfunktionen, in der Regel NURBS (Non Uniform Rational B-Splines), verwendet. Im Vergleich zur FEM, welche auf Lagrange Polynomen basieren, können NURBS deutlich mehr Geometrien exakt abbilden.
11. Es wird die PSO, eine der gradientenfreien Optimierungsmethoden, verwendet. PSO ist eine einfache Methode, die die Sensitivitätsanalyse und die entsprechende Singularitätsbehandlung vermeidet, welche bei gradientenbasierten Methoden erforderlich sind.
12. Es wird eine erweiterte BEM (XIBEM) entwickelt und implementiert, um bei 2D-Problemen mit gröberer Diskretisierung eine höhere Genauigkeit zu erreichen. Die Hauptidee der XIBEM besteht in der Einführung von Informationen der – zu erwartenden – Lösung in die Diskretisierung. Hierbei ist die ‚genaue‘ Lösung nicht erforderlich. Die Grundidee ist die Einführung von sogenannten Anreicherungsfunktionen und zusätzlichen Unbekannten, nach denen auch gelöst werden muss.
13. Für 3D-Probleme wird ein Kollokationsschema mit sogenannten Offsets verwendet, welches C^0 -Stetigkeit garantiert. Bei dieser Methode werden alle schwachen und starken singulären Integrale in reguläre Integrale umgewandelt, die mit ‚konventioneller‘ Gauß-Quadratur berechnet werden können, während die Singularität-Subtraktionstechnik (SST) für hypersinguläre Integrale verwendet wird. Darüber hinaus helfen die Offsets, die Normalenrichtung an Kollokationspunkten zu definieren, was bspw. in der Burton-Miller-Methode notwendig ist. Die Methode erfordert keine Sonderbehandlung bei stark verzerrten Elementen.
14. Die Burton-Miller-Methode (BM) wird für das praktische Schalldämpferproblem verwendet. BM basiert auf der Kombination zweier Arten von Boundary-Integral-Gleichungen (BIEs) auf dünnwandigen Geometrien.

Wesentliche Ergebnisse

15. Die IGABEM-Ergebnisse zeigen die Effizienz und Genauigkeit der Methode. So konnte für alle Dimensionsprobleme mit hohen Frequenzen und nur mit Polynom Grad 2 gezeigt werden, dass hervorragende Ergebnisse mit einem relativen L_2 -Fehler von Ordnung 10^{-3} unter Einsatz von nur fünf Freiheitsgraden pro Wellenlänge (5 DOFs/Wellenlänge) erzielt werden können. Dagegen sollte bei der FEM oder IGA 10 DOFs/Wellenlänge verwendet werden. Die Genauigkeit der Modelle wird mit den verfügbaren analytischen und numerischen Lösungen bestimmt.
16. Die BEM-Ergebnisse zeigen, dass die konventionelle BIE (CBIE) eine praktikable Alternative zur Burton-Miller-Methode (BM) ist. CBIE ist einfacher zu implementieren und in Bezug auf die CPU-Zeit ist CBIE etwa 5-7 mal schneller als BM. CBIE hat jedoch den Nachteil einer kleinen Anzahl fiktiver Frequenzen.
17. Bei 2D-Problemen bietet XIBEM Rechenvorteile mit größeren Maschen. Mit nur 3 DOFs/Wellenlänge könnte XBIEM einen relativen L_2 -Fehler von Ordnung 10^{-4} erzeugen.
18. Die IGABEM-Leistung für achsensymmetrische Modelle zeigt hervorragende Fähigkeiten zum Umgang mit extrem hohen Frequenzen bis zu 20-22 kHz, wobei IGABEM einen relativen L_2 -Fehler von Ordnung 10^{-3} mit den üblichen 5 DOFs / Wellenlänge erzeugen könnte.
19. PSO ist einfacher als die gradientenbasierten Optimierungsmethoden. Jedoch müssen einige Kompromisse in Bezug auf die Konvergenzgeschwindigkeit eingegangen werden. Darüber hinaus ist mit zunehmender Anzahl von Entwurfsvariablen eine größere Anzahl aufeinanderfolgender Iterationen erforderlich.
20. Eine Minimierung der Zielfunktion für Optimierungsprobleme kann erreicht werden, indem das Frequenzband zu Integrationszwecken nur auf vier Frequenzen (Gauß-Quadraturpunkte) aufgeteilt wird, statt der 15-200 Frequenzen, die in den Methoden in der Literatur verwendet werden.
21. Die Burton-Miller-Methode kann das Schalldämpferproblem mit verlängerten dünnen Rohren richtig modellieren. Sie bietet den Vorteil von BEM-Modellen, die 4-Pol-Parameter (die benötigten Variablen zur Berechnung der Durchgangsdämpfung) auf den Einlass-/Auslassoberflächen vorherzusagen. Außerdem können BM-Modelle mit nur Polynom Grad 2 und größeren Maschen vergleichbare Ergebnisse liefern, wie in der Literatur von IGA mit Polynom Grad 3 und feineren Maschen.