Smooth representation of thin shells and volume structures for isogeometric analysis

Zusammenfassung der Abhandlung

zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen

der

Bauhaus Universität Weimar

vorgelegt von

M.Sc. Chiu Ling Chan

geboren am 1. Juni 1986 in Perak, Malaysia

(interner Doktorand)

Mentor

Prof. Dr. - Ing. Timon Rabczuk

Weimar, April 2019

Problemstellung und Zielsetzung

1 In der ‚Isogeometrischen Analyse' (IGA) werden dieselben Basisfunktionen zur Berechnung und zur Beschreibung der Geometrie verwendet. Das Geometriemodell liegt jedoch in der Regel als Oberflächenmodell vor und ist damit für die direkte Berechnung ungeeignet. Darüber hinaus ist in der Anwendung die Ableitung von Geometrie-Modellen aus anderen „Rohdaten", beispielsweise aus Bilddateien bestehend aus Voxel, zur Berechnung von Interesse. In diesen Fällen wäre es sinnvoll, die aus Voxel bestehenden Daten in eine Spline-basierte Randdarstellung umzuwandeln. Normalerweise erfordert die Konvertierung nicht nur eine sorgfältig Vorbereitung, sie ist auch besonders rechenintensiv.

2 Die Umwandlung von oberflächenbasierten Geometriedarstellungen in eine Volumenbeschreibung ist eine weitere Herausforderung. Eine mögliche Lösung hierfür ist die Gordon-Coons-Parametrisierung der Geometrie. Diese Darstellung kann aber nicht ohne weitere Bearbeitungsschritte für die Berechnung verwendet werden. Daher werden manuell Kontrollpunkte neu positioniert um das Volumen näherungsweise zu beschreiben. Weniger erfahrene Benutzer können dabei sogenannte verzerrte Elemente im Volumennetz verursachen. Die Generierung volumetrischer Netze wird weiter erschwert, wenn die Geometrie Hohlräume oder andere komplexe Elemente enthält.

3 Ein weiteres Problem bei der Erstellung glatter volumetrischer Netze ist die Geometriebeschreibung mit mehreren ‚Patches'. Die Patch-Grenzen weisen in der Regel nur eine C^0-Stetigkeit auf. Dies ist für die Lösung von partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung eine erhebliche Einschränkung. Das Erzielen von höheren Stetigkeiten mit zusätzlichen Nebenbedingungen an den Patch-Grenzen ist nicht nur sehr mühselig, sondern der daraus resultierende eingeschränkte Lösungsraum verliert auch u.U. die nötigen Approximationseigenschaften (C^1-Locking).

4 Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer in sich abgeschlossenen Berechnungsmethode zur Bestimmung glatter volumetrischer Netze für die numerische Lösung physikalischer Probleme. Unterziele hierfür sind:

a. Untersuchung von Spline-Funktionen zur Darstellung und Verarbeitung von Voxel-basierten Bilddateien.
b. Entwicklung einer Parametrisierungsmethode von Volumen zur Umwandlung Voxel basierter Daten zur Berechnung geeigneter Modelle.
c. Entwicklung von Methoden für die C^1-Kopplung von mehreren Patches und eine mögliche Lösung für das C^1-Locking.

Stand der Wissenschaft und Technik

1 Für einen in Voxel überführten Datensatz werden üblicherweise L^2-Projektions-, Least Square-Fitting- und Faltungsansätze verwendet, um die Spline-basierte Oberflächendarstellung zu erhalten. Der Faltungsansatz liefert eine implizite Definition der exakten Geometrie mit glatten inneren Grenzen. In dieser Arbeit stelle ich eine effiziente Berechnungsmethode für die B-Spline-Faltung vor.

2 Ich untersuche den B-Spline-Faltungsansatz bei der Bildregistrierung. Hierbei handelt es sich um eine Technik, mit der die räumliche Abbildung zwischen den beiden Bildern ermittelt werden soll. Die Ansätze der Free Form Deformation (FFD) und Demon 's Optical Flow

gehören zu den gängigsten Gradienten-basierten Ansätzen für die Erkennung nicht-starrer Bilder. Ein spezieller auf Splines bezogener Ansatz ist der auf B-Splines basierende FFD Ansatz, dessen Verbesserung in der verschiedenen Auflösung dank der B-Spline-Unterteilungen besteht. Basierend auf der B-Spline-Faltung wird ein "isoparametrisches" flexibles Bildregistrierungsverfahren vorgestellt, das sich aus FFD und Optical Flow zusammensetzt.

3 Unter Verwendung der B-Spline-Faltung wird ein Ansatz zur volumetrischen Parametrisierung für Voxel basierte Daten vorgeschlagen. Dieser Ansatz bezieht sich in gewisser Weise auf Methoden, die sich mit komplexen Grenzen beschäftigen, wie etwa die Immersed Boundary-Methode (IBM), die Immers-Finite-Elemente-Methode (IFEM), die Finite-Cell-Methode (FCM), die Immersed Particle-Methode, die weighted Extended B-splines (WEB-Splines) und die Immersed B-Spline Methode. Für diese Arbeit relevant sind auch sog. Cartesian Grid-Methoden und die Meshfree Particle-Methoden, die typischerweise auf lineare Finite-Elemente-Formulierungen beschränkt sind.

4 Zu den relevantesten Ansätzen in Bezug auf die Glätte der Multipatch-Domänen gehören die Bending Strip Methode, die Mortar-Methode und die Nitsche-Methode. Sie weisen jedoch jeweils einige Nachteile auf. Beispielsweise führen sie zu Sattelpunktproblemen, was erhöhte Anforderungen an die Gleichungslöse zufolge hat. C^1- und C^2-Basisfunktionen basierend auf planaren bilinearen Feldern unter Verwendung symbolischer Algebra sind bekannt. Inzwischen gibt es auch Untersuchungen zur analyse-geeigneter Parametrisierung, die sich auf die C^1-Lockingprobleme konzentriert. Andere verwandte Studien umfassen die Verwendung von T-Spline zur Parametrisierung, um außerordentliche Scheitelpunkte unstrukturierter Netze und Unterteilung von Routinen, um glatte Oberflächen zu erhalten.

Methodik

1 Ich berechne die B-Splines-Faltung mithilfe der Filtertechnik, bei der ein diskreter Kern aus den Cardinal-B-Splines entwickelt wird und wende die B-Spline-Faltung bei der Bildregistrierung an. Insbesondere werden die Verschiebungen explizit berechnet und auf den Raum der B-Spline-Transformation mit zusammengesetzten Updates projiziert. Anschließend werden Filter verwendet, um beispielsweise die Berechnung der Gradienten von Bildern durchzuführen.

2 Für volumetrische Parametrisierungen erhalte ich zunächst eine implizite Randbeschreibung der Bilder mithilfe der B-Spline-Faltung. Diese wird dann in ein Netz eingebettet, das mit den hierarchischen Basisfunktionen C^1 kubische Polynome erzeugt. Dann wird der sog. aktive Bereich bestimmt. Eine Kreisschablone (Kugelschablone für 3D) wird konstruiert und verwendet um die Kontrollpunkte entlang der Grenzen des aktiven Bereichs anzupassen. So erhalte ich eine gute geometrische Näherung der Bilder. Nachfolgend wird die Laplace-Glättung benutzt, um unregelmäßige Formen zu lösen.

3 Ich definiere die C^1-Basisfunktionen auf den Multi-Patch-Bereichen auf zwei verschiedene Arten: i) in Bezug auf das Bézier-Bernstein-Polynom und ii) als lineare Kombination von C^0-Basisfunktionen. Lineare Algebraoperationen werden verwendet, um die Bézier-Ordinaten und Spline-Koeffizienten für den Aufbau der C^1-Basisfunktionen zu bestimmen. Ich reduziere auch die C^1-Locking-Probleme durch eine Erhöhung der Basisfunktionen der C^1-

Kopplung, während die anderen Bereiche der Domäne von den Basisfunktionen mit einem niedrigeren Grad bedeckt werden.

Wesentliche Ergebnisse

1 Methodenentwicklung

a. I habe Filter zur effektiven Berechnung der Spline-basierten Darstellung voxelisierter Bilder entwickelt. Darauf basierend schlage ich einen B-Spline-basierten, flexiblen Bildregistrierungsalgorithmus vor. Insbesondere das Aktualisieren der Bilder unter Verwendung einer B-Spline-Zusammensetzung führt zu einer glatten Transformationsabbildung zwischen den Bildern. Darüber hinaus wird die Berechnung durch leicht parallelisierbare Filter erleichtert. Der Rechenaufwand wird somit erheblich reduziert.

b. Ich schlage eine Methode vor, um ein gegebenes Bild auf eine übereinstimmende C^1-Volumendarstellung zu parametrisieren. Der Vorteil ist, dass die Methode auf einem einzigen Patch-Framework angewendet werden kann, wodurch Stetigkeit gewährleistet wird. Weiterhin wird das Konzept des Krümmungskreises zur Annäherung der Geometrie implementiert. Eine gute Annäherung an die Geometrie kann ohne Optimierungsverfahren erhalten werden.

c. Bézier-Ordinaten und Splines-Ansätze werden für den Aufbau von stetigen C^1-Funktionen auf Domänen mit mehreren Patches vorgeschlagen. Sie ermöglichen die Modellierung der Lösung von partiellen Differentialgleichungen vierter Ordnung in komplexen Gebieten, vorausgesetzt, die angegebenen Patches sind C^1 stetig.

2 Ergebnisse und Anwendungen

a. Für die vorgeschlagene Bildregistrierung untersuche ich mögliche medizinische Anwendungen, indem ich sie zur Erkennung von Gehirnbildern benutze. Verglichen mit der optischen Flussmethode zeigt die Ausgabe meiner vorgeschlagenen Methode eine bessere Übereinstimmung zwischen den festen und den bewegten Bildern.

b. Für die volumetrische Parametrisierung zeigen die numerischen Ergebnisse für Benchmark-Probleme, dass aufgrund der verbesserten geometrischen Näherung sehr genaue Ergebnisse erzielt werden können. Ich zeige auch anhand einiger Beispiele, dass die Methode komplexe 2D- und 3D-Konfigurationen verarbeiten kann. Beispielsweise wurde der sog. ‚Stanford-Hase' parametrisiert, der unregelmäßige Formen und Fehlstellen enthält.

c. Für die C^1-Kopplung in Multi-Patch-Gebieten werden numerische Studien für partielle Differentialgleichungen vierter Ordnung durchgeführt. Ich habe eine C^1-Kopplung auf Oberflächen für Kirchhoff-Love Schalen und Cahn-Hilliard Feldanwendungen implementiert und zeige auch die Verwendung der C^1-Kopplungsmethode zur Lösung biharmonischer Probleme in 2D und 3D.