

4 Lineare und nichtlineare statische Stabilität

4.1 Lineare statische Stabilität

Nichtlineares Problem:

$${}^{t+\Delta t}_0 \mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = \left({}^{t+\Delta t} \beta \right) \Delta t \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}_0 \mathbf{F}^{(i-1)}$$

erfordert u. U. sehr zeitaufwendige inkrementelle Lösung.

Bedingung: $\det \left({}^\tau_0 \mathbf{K} \right) = 0$

entspricht: $\Phi^T {}^\tau_0 \mathbf{K} \Phi = 0$

mit Φ als Eigenvektoren von \mathbf{K}

Annahme für **linearisierte** Berechnung:

$${}^\tau_0 \mathbf{K} = {}^{t-\Delta t}_0 \mathbf{K} + \lambda \left({}^t_0 \mathbf{K} - {}^{t-\Delta t}_0 \mathbf{K} \right)$$

$${}^\tau \mathbf{R} = {}^{t-\Delta t} \mathbf{R} + \lambda \left({}^t \mathbf{R} - {}^{t-\Delta t} \mathbf{R} \right)$$

mit λ als Skalierungsfaktor / Lastfaktor

Institut für Strukturmechanik



für $(t - \Delta t) = 0$ und Ersatz von ${}^\tau \mathbf{K}$ ergibt EWP:

$${}^0 \mathbf{K} \Phi = \lambda ({}^0 \mathbf{K} - {}^t \mathbf{K}) \Phi$$

Die Eigenwerte $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ ergeben als Beullasten

$$\mathbf{R}_{\text{buckling}} = {}^0 \mathbf{R} + \lambda_1 ({}^t \mathbf{R} - {}^0 \mathbf{R}) = \lambda_1 {}^{\Delta t} \mathbf{R}$$

mit ${}^0 \mathbf{R} = \mathbf{0}$.

Die Eigenvektoren Φ_i repräsentieren die zugehörigen Beulformen.

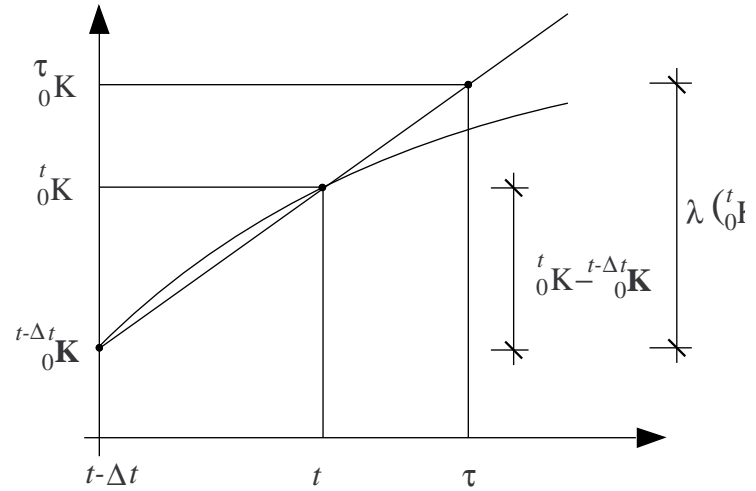


Bild 4.1 Berechnung der Steifigkeitsmatrix

Institut für Strukturmechanik



4.2 Nichtlineare statische Stabilität

Ziel: Finde die kleinste Last, für die das Problem keine eindeutige Lösung liefert.

d.h. Globale Steifigkeitsmatrix singulär
Eigenwerte der Systemmatrix = 0

Methode:

Abschreiten des Last-Verschiebungs-Pfades bei gleichzeitiger Überprüfung des Stabilitätskriteriums

Bogenlängenverfahren:

1. Prädiktorschritt

2. Newton-Iterationen

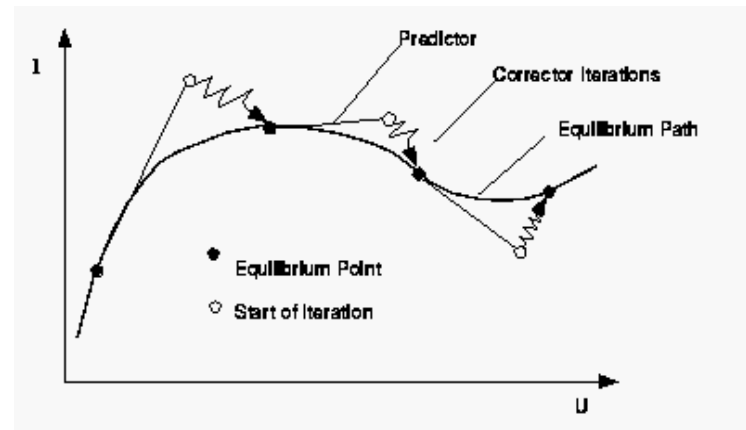


Bild 4.2 Bogenlängenverfahren

Details siehe SLang Manual S.139 Kap.3.8.6

Institut für Strukturmechanik



4.3 Berechnungsbeispiel für lineare statische Stabilität

Zylinderschale mit axialer Druckkraft

Slang-Files: **FE_linear_stability1.s** und
Dose9n.s

Material: Stahl $E=21000 \text{ N/mm}^2$

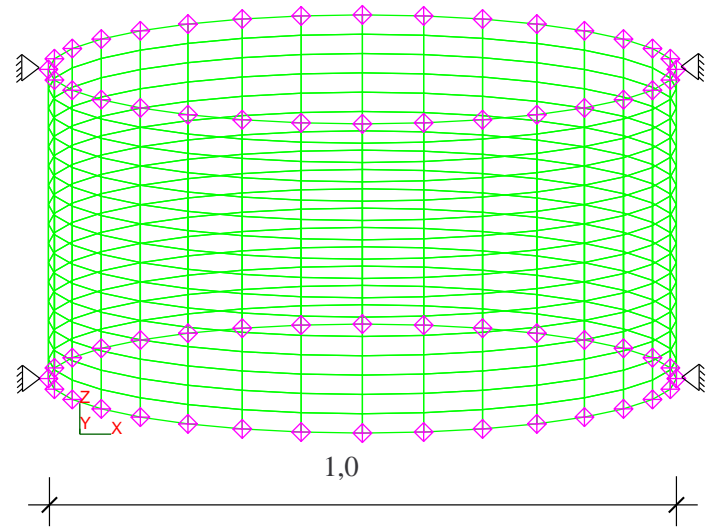
$\nu=0,3$

Geometrie: $d=1,0 \text{ m}$, $h=0,5 \text{ m}$, $t=1 \text{ cm}$

Lagerung: oben: x,y gehalten

unten: x,y,z gehalten

Last: alle Knoten Rand oben
mit Einheitsdruckkraft



Institut für Strukturmechanik



Arbeitsreihenfolge:

(1) Erzeugung des Geometrie mit PreSLang

Dose9n.s

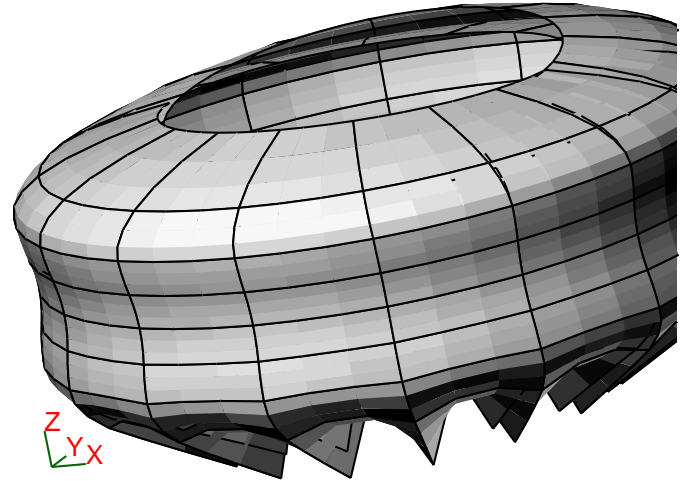
(2) Einbindung in Hauptprogramm

FE_linear_stability1.s

Ergebnis:

output print, loadfactors,/

loadfactors * (-1) = -2,56 kN je Knoten = Stabilitätslast

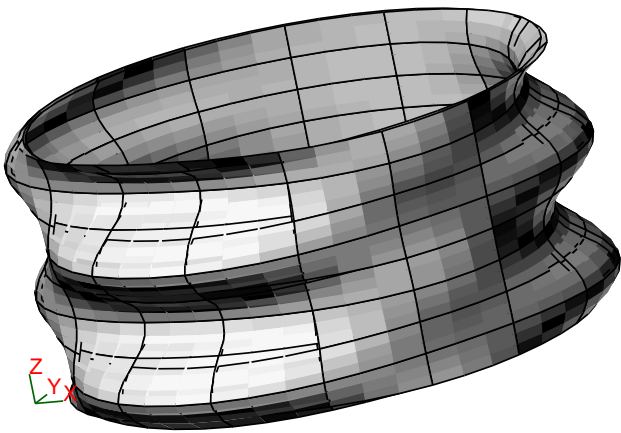


Verformung unter Last (überhöht):

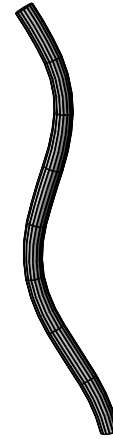
Institut für Strukturmechanik



Beulformen



in Ausgangsskalierung



mit Skalierung x,y * 25, z * 0,5

Institut für Strukturmechanik



SLang - Befehlsfolge für lineare Stabilitätsberechnung

```
element build, stiffness total,,/  
global restraints, remove_rot_singular user_bound , 1e6,/  
global vector, load, 1 1 1000, glob_l/  
global matrix, stiffness, , k_init/  
  
compact factorize,, k_init, sky_k/  
compact solve,, sky_k glob_l, disp/  
node merge,, disp,/  
  
element build, stiffness total,,/  
global matrix, stiffness,, glob_k/  
  
compact lincomb, replace, glob_k -1 k_init 1, delta/  
compact iteigengesy, replace skyline usertolerance first_matrix,  
k_init delta sky_k 4 1e-4,loadfactors vectors /
```

Varinante: **FE_linear_stability.s** mit Vorspannung statt Auflast



4.4 Berechnungsbeispiel für nichtlineare statische Stabilität

Beispiel: FE_nonlinear_stability.s

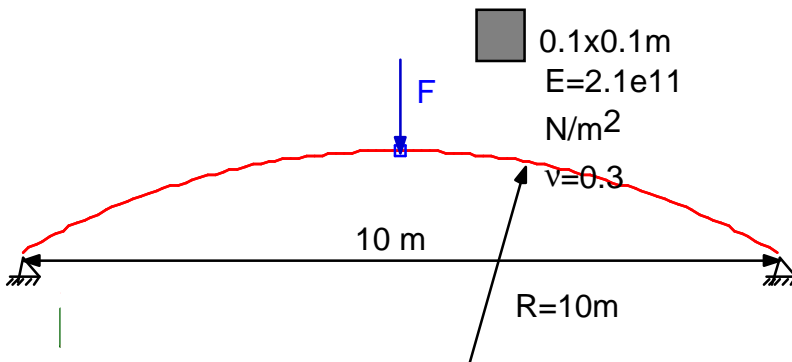
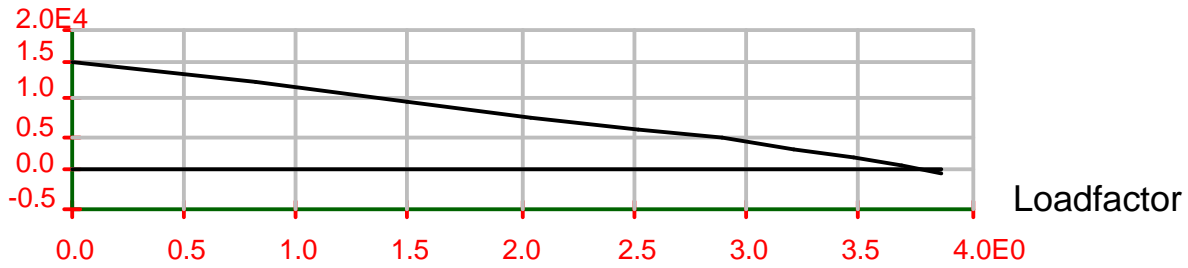


Bild 4.3 Kreisbogen mit Einzellast

Institut für Strukturmechanik



Eigenvalue



U_{top}

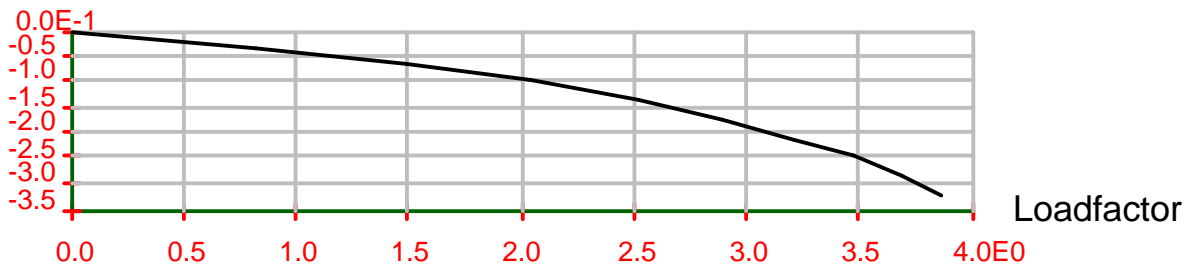


Bild 4.4 Eigenwert der Steifigkeitsmatrix und Verschiebung des Scheitelpunktes

Institut für Strukturmechanik

