

Bauhaus-Universität Weimar
Fakultät Bauingenieurwesen
Institut für Strukturmechanik
Professur Werkstoffmechanik

Diplomarbeit

Weiterentwicklung und Verifizierung eines Näherungsverfahrens zur Berechnung von
Kerbbeanspruchungen bei mehrachsig nichtproportionaler Schwingbelastung

eingereicht von Olaf Hertel
geb. am 13.07.1977 in Haldensleben
Seminargruppe B/97/F

Reg.-Nr. B/2003/36

Erstprüfer	Prof. Dr.-Ing. M. Vormwald
Zweitprüfer	Dipl.-Ing. R. Döring

Ausgabedatum	03.04.2003
Abgabedatum	11.07.2003

Vorwort

Diese Arbeit entstand im Rahmen meiner Diplomphase im Zeitraum vom 03.04.2003 bis zum 11.07.2003 an der Professur Werkstoffmechanik der Bauhaus-Universität Weimar. Mein Dank gilt allen Mitarbeitern der Professur, im Besonderen meinem Erstprüfer Prof. Dr. Michael Vormwald und meinem Betreuer Dipl.-Ing. Ralph Döring, die mir bei offenen Fragen stets mit Antworten und Ratschlägen zur Seite standen. Weiterhin möchte ich mich bei Dipl.-Ing. Jens Hoffmeyer von der TU Darmstadt bedanken, der mir sein FE-Modell der abgesetzten Welle und die Ergebnisse der Kerbdehnungsmessungen zur Verfügung gestellt hat.

Weimar, 9. Juli 2003

Olaf Hertel

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	2
Inhaltsverzeichnis	3
Zusammenfassung	5
Liste der Symbole	7
1 Einleitung und Problemstellung.....	9
2 Theoretische Grundlagen.....	11
2.1 Näherungsverfahren für einachsige Kerbbeanspruchungen	11
2.1.1 Örtlich elastische Beanspruchung.....	11
2.1.2 Bauteilfließkurve	12
2.1.3 Zyklische Belastung.....	13
2.2 Näherungsverfahren für mehrachsige Kerbbeanspruchungen.....	14
2.2.1 Pseudo-Spannungs-Ansatz.....	14
2.2.2 Pseudo-Dehnungs-Ansatz.....	16
2.3 Plastizitätsmodell nach Jiang.....	20
2.3.1 Allgemeines	20
2.3.2 Materialgleichungen	20
2.3.3 Materialparameter.....	22
3 Computerprogramm für die Kerbnäherung nach Köttgen, Barkey, Socie	24
3.1 Implementierung.....	24
3.1.1 Allgemeines	24
3.1.2 Spannungsvorgabe.....	24
3.1.3 Vorgabe plastischer Dehnungen.....	25
3.2 Verifikation.....	26
4 Berechnungsbeispiel abgesetzte Welle.....	28
4.1 Geometrie.....	28
4.2 FE-Modell.....	28
4.3 Kerbfaktoren	29
4.4 Ableitung der Pseudo-Materialparameter für das Jiang-Modell.....	30

4.4.1	Allgemeines	30
4.4.2	Zyklisch stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Kurven.....	31
4.4.3	Non-Masing Verhalten	34
4.4.4	Zyklische Ver- und Entfestigung.....	35
4.4.5	Gedächtnisfläche.....	37
4.4.6	Ratchetting.....	38
4.5	Betrachtete Lastfälle	41
5	Ergebnisse und Diskussion	43
5.1	Proportionale Beanspruchung.....	43
5.2	Nichtproportionale Lastpfade ohne Mittelspannung	44
5.2.1	Boxpfad.....	44
5.2.2	90° Phasenverschiebung	45
5.2.3	Schmetterlingspfad	45
5.3	Lastpfade mit Mittelspannung	46
5.3.1	Zug statisch / Torsion zyklisch.....	46
5.3.2	90° Phasenverschiebung und Mittelspannung	47
6	Schlussfolgerungen und Ausblick	48
	Literaturverzeichnis	50
	Abbildungsverzeichnis.....	51
	Tabellenverzeichnis	53
7	Anlagen.....	54
	Selbständigkeitserklärung.....	74

Zusammenfassung

Die Lebensdauervorhersage nach dem Örtlichen Konzept setzt eine genaue Kenntnis der örtlich elastisch-plastischen Spannungen und Dehnungen voraus. Die Ermittlung dieser örtlichen Beanspruchungen für vollständige Last-Zeit-Abläufe auf Basis von elastisch-plastischen Finite-Element-Analysen kann selbst mit der heutigen Rechentechnik nicht bewältigt werden. Deshalb ist man weiterhin auf Näherungslösungen angewiesen. Für einachsige Kerbbeanspruchungen existieren eine Reihe von Näherungslösungen, die sich in der praktischen Anwendung gut bewährt haben. Das Bekannteste ist das Näherungsverfahren nach Neuber.

Für mehrachsige Kerbbeanspruchungen und nichtproportionale Schwingbelastungen haben Köttgen, Barkey und Socie zwei annähernd gleiche Näherungsverfahren vorgeschlagen. Dabei wird zur Beschreibung des Bauteil- und Werkstoffverhaltens auf das zyklische mehrachsige Plastizitätsmodell von Mroz zurückgegriffen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das Materialmodell von Mroz durch das modernere Plastizitätsmodell von Jiang ersetzt, das viel besser in der Lage ist, zyklisch transientes Werkstoffverhalten wie Ratchetting oder zyklische Ver- und Entfestigung abzubilden.

Für die Berechnung der Kerbnäherung wurde ein Computerprogramm erstellt, das zur Ermittlung des Bauteil- und Werkstoffverhaltens auf ABAQUS-User-Material-Routinen zurückgreift, die für das Plastizitätsmodell von Jiang zur Verfügung standen. Es wurde versucht alle zur Beschreibung des Bauteilverhaltens benötigten Materialparameter des Jiang-Modells unter Zuhilfenahme der einachsigen Neuber-Regel anzupassen. Bis auf die für das Ratchetting verantwortlichen Parameter ließ sich so der gesamte Parametersatz bestimmen. Darüber hinaus wurde auf elastisch-plastische FE-Rechnungen zurückgegriffen. Die Anpassung der Parameter des „Bauteil-Modells“ ist insgesamt sehr aufwendig und lässt sich mit der Ermittlung eines kompletten Parametersatzes für einen unbekanntem Werkstoff vergleichen.

Am Beispiel einer abgesetzten Welle wurden dann Spannungs-Dehnungs-Pfade in der Kerbe für ausgewählte Fälle nichtproportionaler Zug/Druck- und Torsionsbeanspruchung mit den Kerbnäherungsverfahren ermittelt und parallel durchgeführten elastisch-plastischen FE-Rechnungen vergleichend gegenübergestellt. Die Kerbnäherungsverfahren mit Jiang-Modell zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der FE-Rechnungen. Größere Abweichungen ergaben sich nur bezüglich des Ratchetting-Verhaltens. Zur Beschreibung von nichtproportionalem Ratchetting ist hier eine spezielle Anpassung der verantwortlichen Parameter erforderlich.

Weiterhin standen Kerbdehnungsmessungen zur Verfügung, die sich jedoch mit den FE-Rechnungen und den Näherungsrechnungen nur für proportionale Beanspruchungen eindeutig nachvollziehen ließen, da das Jiang-Modell nicht im Stande ist

nichtproportionale Verfestigungseffekte abzubilden. So ergeben sich für die rechnerischen Ergebnisse zu große Kerbdehnungen und zu geringe Kerbspannungen.

Verbesserungen werden von einem modifizierten Jiang-Modell erwartet, welches in der Lage ist nichtproportionale Verfestigungseffekte zu berücksichtigen und gleichzeitig eine optimale Anpassung der Ratchetting-Parameter an proportionale und nichtproportionale Fälle bietet. Eine Verifizierung dieses Materialmodells im Zusammenhang mit den Kerbnäherungsverfahren ist noch nicht erfolgt.

Im Verlauf der Untersuchungen zeigte sich noch ein weiterer Aspekt der betrachteten Kerbnäherungsverfahren, der im Hinblick auf anschließende Lebensdauervorhersagen oder Rissfortschrittsrechnungen in der Kerbe eine größere Rolle spielen könnte. Bezüglich der Beanspruchungen in Umfangsrichtung ergab sich aus den Kerbnäherungsrechnungen eine deutliche Unterschätzung der Spannungen und eine damit einhergehende Überschätzung der Dehnungen im Vergleich zu den FE-Rechnungen.

Mehrachsige Kerbnäherungsverfahren scheinen ein sinnvoller Weg zu sein um örtlich elastisch-plastische Beanspruchungen für nichtproportionale Schwingbelastungen zu berechnen. Um die in dieser Arbeit betrachteten mehrachsigen Kerbnäherungslösungen nach Köttgen, Barkey und Socie besser einordnen zu können, werden weiterführende Untersuchungen an anderen mehrachsigen Kerbnäherungslösungen angestrebt.

Liste der Symbole

${}^e\sigma$	fiktive elastische Kerbspannung, Pseudo-Spannung
K_t	Kerbfaktor
S, S_m	Nennspannung, Nennspannungsvektor
L, L_m	Last, Lastvektor
c_{ij}	Proportionalitätsfaktoren
σ	reale Spannung, realer Spannungstensor
ε	reale Dehnung, realer Dehnungstensor
${}^e\varepsilon$	fiktive Kerbdehnung, Pseudo-Dehnung
K_p	Traglastformzahl
E	E-Modul, Elastizitätstensor
ν	Querdehnzahl
Δ	Schwingweite
K'	zyklischer Verfestigungskoeffizient
n'	zyklischer Verfestigungsexponent
$\alpha, \alpha^{(i)}$	Rückspannungstensor, Teilrückspannungstensor
$c^{(i)}, r^{(i)}$	Parameter Jiang-Modell (kinematische Verfestigung)
\mathbf{n}	Normalentensor der Fließfläche
p	akkumulierte plastische Dehnung
$W^{(i)}$	Wichtungsfunktion
$\chi^{(i)}, Q^{(i)}, a_\chi, b_\chi$	Ratchetting-Parameter Jiang-Modell
R_M	Radius der Gedächtnisfläche
c_M	Parameter zur Erholung der Gedächtnisfläche
k	Schubfließspannung
k_0, a_k, b_k	Parameter Jiang-Modell (Non-Masing)
a_1, b_1, a_2, b_2	Parameter Jiang-Modell (zykl. Ver- und Entfestigung)
E^{ep}	elastisch-plastischer Steifigkeitstensor
F_N, M_T	Normalkraft, Torsionsmoment
d, D	Durchmesser der Welle

X, Y, Z	globales Koordinatensystem
x, y, z	Kerbkoordinatensystem
u	Verschiebungen
H	plastischer Tangentenmodul

1 Einleitung und Problemstellung

Technische Bauteile unterliegen häufig zyklischen Beanspruchungen. Durch die zunehmende Gewichtsreduzierung und Formoptimierung spielt die Festigkeit und damit die Lebensdauervorhersage eine immer zentralere Rolle bei der Auslegung solcher Bauteile. Die aktuellen Konzepte zur Lebensdauervorhersage wie zum Beispiel das Örtliche Konzept setzen dabei eine genaue Kenntnis der örtlich elastisch-plastischen Beanspruchungen an der versagenskritischen Stelle voraus. Solche versagenskritischen Stellen befinden sich meistens in Kerben und sind durch eine Überhöhung der Spannungen und Dehnungen gekennzeichnet. Die Ermittlung der lokalen Spannungen und Dehnungen für vollständige Last-Zeit-Abläufe von mehreren tausend Lastwechseln auf Basis einer elastisch-plastischen Finite-Element-Analyse kann selbst durch die heutige Rechnergeneration nicht geleistet werden. Man ist deshalb immer noch auf Näherungsverfahren angewiesen.

Im Allgemeinen werden die Kerbbeanspruchungen zweckmäßigerweise in für die Näherungsverfahren relevante Hauptgruppen unterteilt (Tabelle 1.1).

Tabelle 1.1: Hauptgruppen von Kerbbeanspruchungen [11].

		äußere Beanspruchung		
		Einzellast	Zusammengesetzte Lasten	
			proportional	nichtproportional
Örtlicher Spannungszustand (elastisch)	einachsige	I	II	
	mehrachsig	III	IV a	IV b

Für die erste Hauptgruppe – Einzellast und einachsige Kerbbeanspruchung – existieren eine Reihe von Näherungslösungen, die sich alle bewährt haben und deren Ergebnisqualität ausreichend bekannt ist. Die Einfachste von ihnen ist das Verfahren nach Neuber.

Die Fälle der zweiten Hauptgruppe – Zusammengesetzte Belastung und einachsige Kerbbeanspruchung – lassen sich mit Hilfe der Näherungsverfahren der ersten Hauptgruppe lösen, wenn man aus den einzelnen Last-Zeit-Verläufen den örtlich elastischen Spannungs-Zeit-Verlauf zusammensetzt und diese Spannung σ als neue Hauptbeanspruchungsgröße für die Näherungslösungen der ersten Hauptgruppe annimmt.

In der dritten Hauptgruppe – Einzellast und örtlich mehrachsige Kerbbeanspruchung – existieren mehrere Ansätze zur Ermittlung der örtlich elastisch-plastischen Beanspruchung auf Basis der Deformationstheorie.

Die vierte Hauptgruppe – zusammengesetzte Belastung und mehrachsige Kerbbeanspruchung – muss zunächst in proportionale (a) und nichtproportionale Beanspruchungen (b) unterschieden werden. Fälle mit proportionaler Beanspruchung lassen sich mit den Näherungsverfahren der dritten Hauptgruppe lösen. Für die nichtproportionalen Beanspruchungsfälle existieren wiederum verschiedene Ansätze, die jedoch den aktuellen Stand der Forschung repräsentieren und bezüglich ihrer Reichweite nur unzureichend numerisch und experimentell überprüft sind. Ein Überblick über die verschiedenen Verfahren wird in [10] gegeben.

Einer der Ansätze zur Beschreibung mehrachsiger Kerbbeanspruchung unter nichtproportionaler Belastung ist das Kerbnäherungsverfahren nach Köttgen, Barkey und Socie [9]. Zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens kommt dabei das Plastizitätsmodell von Mroz zum Einsatz. Es ist bekannt, dass sich das zyklisch transiente Werkstoffverhalten mit dem Mroz-Modell nur unzureichend wiedergeben lässt.

Deshalb soll das Mroz-Modell im Rahmen dieser Arbeit durch das aktuellere Plastizitätsmodell von Jiang [6] ersetzt werden, welches in der Lage ist, zyklisch transientes Werkstoffverhalten wie Ratchetting und zyklische Ver- und Entfestigung abzubilden. Insbesondere soll geklärt werden wie mit den zusätzlichen Materialparametern des Jiang-Modells zu verfahren ist. Dazu ist ein Computerprogramm zu erstellen, welches die Kerbnäherungsberechnungen durchführt. Das Plastizitätsmodell von Jiang steht in Form einer ABAQUS-User-Material-Routine zur Verfügung. Die mit dem Computerprogramm durchzuführenden Kerbnäherungsberechnungen für verschiedene nichtproportionale Beanspruchungsfälle einer abgesetzten Welle sollen anschließend mit parallel laufenden Finite-Element-Rechnungen und bereits vorhandenen Kerbdehnungsmessungen verglichen werden, um die Treffsicherheit des Verfahrens zu überprüfen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Näherungsverfahren für einachsige Kerbbeanspruchungen

2.1.1 Örtlich elastische Beanspruchung

Für gewöhnlich wird die Belastung bei Lebensdauerberechnungen durch eine Nennspannung S ausgedrückt. Die Nennspannung ist meist auf den Nettoquerschnitt bezogen und lässt sich durch einfache mechanische Zusammenhänge aus der Belastung und der Geometrie bestimmen. Die örtlich elastische Spannung ergibt sich dann aus der Nennspannung und einem zugehörigen dimensionslosen Kerbfaktor K_t , der als Maß für die Spannungsüberhöhung in der Kerbe gilt:

$${}^e\sigma = K_t S \quad (2.1)$$

Örtlich elastische Spannungen ${}^e\sigma$ sind nur fiktive Größen, da in der Kerbe von elastisch-plastischem Materialverhalten ausgegangen werden kann und dienen ausschließlich als Zwischenwerte bei der Ermittlung der realen Kerbspannungen und Kerbdehnungen. In [9] wird ${}^e\sigma$ als „Pseudo-Spannung“ und die zugehörige elastische Dehnung ${}^e\varepsilon$ als „Pseudo-Dehnung“ bezeichnet. Der linke Index e kennzeichnet die fiktiven Größen und verhindert eine Verwechslung mit dem elastischen Anteil einer realen Dehnung ε_e .

Für komplexere Geometrien und mehraxiale Belastungen ist die Definition eines Nettoquerschnitts nicht mehr trivial und wie sich zeigt auch nicht nötig, da alle weiteren Betrachtungen anhand der örtlich elastischen Spannung ${}^e\sigma$ durchgeführt werden können. Bei n verschiedenen Lasten L (Kräfte, Momente, Verschiebungen u.a.) kann der Spannungstensor ${}^e\sigma_{ij}$ in folgender Weise dargestellt werden:

$${}^e\sigma_{ij} = \sum_{m=1}^n (K_{t,ij})_m S_m = \sum_{m=1}^n (c_{ij})_m L_m \quad (2.2)$$

Dabei sind c_{ij} dimensionsbehaftete Proportionalitätsfaktoren und $K_{t,ij}$ die Kerbfaktoren, die sich aus linear-elastischen Finite-Element-Rechnungen mit Einheitslasten $|L_m|=1$ bestimmen lassen.

2.1.2 Bauteilfließkurve

Für einachsige Beanspruchungen kann das elastisch-plastische Materialverhalten in der Kerbe durch Näherungsformeln beschrieben werden. Gute Vorhersagen unterhalb der vollplastischen Last erhält man mit der Neuber-Regel (aus [11]):

$$\sigma \cdot \varepsilon = {}^e \sigma \cdot {}^e \varepsilon = \frac{({}^e \sigma)^2}{E} = \frac{(K_t S)^2}{E} \quad (2.3)$$

Zur Bestimmung der Kerbspannungen σ und der Kerbdehnungen ε muss zusätzlich das Werkstoffgesetz, der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung, bekannt sein. Die Potenzgesetzformulierung nach Ramberg und Osgood (2.4) eignet sich besonders gut zur Beschreibung der einachsigen zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve. Sie spielt in der Schwingfestigkeit die selbe zentrale Rolle wie die statische Spannungs-Dehnungs-Kurve bei statischer Belastung. Dabei muss jedoch klar sein, dass Spannungen und Dehnungen hier Amplituden bedeuten. Ansonsten bleibt die Mechanik im elastisch-plastischen Bereich die selbe.

$$\varepsilon = g(\sigma) = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.4)$$

E ist der Elastizitätsmodul. K' und n' sind zwei zyklische Werkstoffparameter: der zyklische Verfestigungskoeffizient und der zyklische Verfestigungsexponent.

Für Belastungen im überelastischen Nenndeformierungsbereich, bei durchplastiziertem Nennquerschnitt, existiert folgende Verallgemeinerung der Neuber-Regel (aus [11]):

$$\begin{aligned} \sigma \cdot \varepsilon &= \frac{({}^e \sigma)^2}{E} \cdot \left(\frac{{}^e E}{S^*} \right) \\ S^* &= \frac{{}^e \sigma}{K_p} \quad K_p = \frac{L_p}{L_F} \\ e^* &= g(S^*) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Als zusätzlicher Eingangsparameter wird nur die Traglastformzahl K_p als Verhältnis der vollplastischen Grenzlasterlast L_p und der Last L_F bei Fließbeginn in der Kerbe benötigt.

Eine noch bessere aber rechnerisch aufwendigere Näherung ist die Fließkurvenbeschreibung nach Seeger/Beste (aus [11]):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left[\left(\frac{e\sigma}{\sigma} \right)^2 \cdot \frac{2}{u^2} \ln \left(\frac{1}{\cos u} \right) - \left(\frac{e\sigma}{\sigma} \right) + 1 \right] \cdot \frac{e^* E}{S^*}$$

$$u = \frac{\pi}{2} \frac{\left(\frac{e\sigma}{\sigma} \right) - 1}{K_p - 1} \quad (2.6)$$

2.1.3 Zyklische Belastung

Mit den genannten Näherungsformeln lassen sich bisher nur quasi statische (monotone) Belastungen beschreiben. Zur Beschreibung des Last-Dehnungs-Pfades bei Lastumkehr werden weitere Annahmen getroffen:

- Bei jeder Lastumkehr erfolgt in allen Werkstoffelementen des Bauteils Spannungs- und Dehnungsumkehr.
- Für jedes Werkstoffelement im Bauteil gilt stabilisiert zyklisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten mit Masing- und Memory-Gesetz.

Die Last-Dehnungs-Pfade bei Lastumkehrung können so nach denselben Masing- und Memory-Gesetzen gebildet werden wie die Spannungs-Dehnungs-Pfade des einachsigen beanspruchten Werkstoffs. Dazu werden die Werte der Last-Dehnungs-Pfade für monoton ansteigende Lasten verdoppelt.

Formal geschrieben bedeutet das: Wenn das zyklische Verformungsverhalten des Werkstoffs durch:

$$\varepsilon = g(\sigma) \quad (2.7)$$

und sein Masing-Verhalten durch:

$$\Delta \varepsilon \operatorname{sgn}(\Delta \sigma) = 2g \left(\frac{|\Delta \sigma|}{2} \right) \quad (2.8)$$

beschrieben wird, sowie alle Werkstoff-Memorys für σ definiert sind, wird das Bauteil-Masing-Memory-Modell durch die zyklische Last-Dehnungs-Beziehung:

$$\varepsilon = f(e\sigma) \quad (2.9)$$

das Bauteil-Masing-Verhalten:

$$\Delta \varepsilon \operatorname{sgn}(\Delta^e \sigma) = 2g \left(\frac{|\Delta^e \sigma|}{2} \right) \quad (2.10)$$

und die Memory-Gesetze für ${}^e \sigma$ vollständig abgebildet. Die reale Spannung σ ist unter Beibehaltung der Werkstoffgesetze durch die „Pseudo-Spannung“ ${}^e \sigma$ zu ersetzen.

Aus den Bauteilfließkurven, dem Bauteil-Masing- und dem Bauteil-Memory-Verhalten können nun für vorgegebene Last-Zeit-Funktionen die Last-Dehnungspfade bestimmt werden. Unter Zuhilfenahme des Werkstoffgesetzes ergeben sich dann die örtlichen Spannungs-Dehnungs-Pfade.

Die beschriebenen Näherungslösungen zur Bestimmung der örtlich elastisch-plastischen Spannungen und Dehnungen gelten für einachsige Kerbbeanspruchungen unter Einzellasten. Sie lassen sich aber auch auf Fälle mit zusammengesetzter proportionaler und nichtproportionaler äußerer Belastung anwenden, solange die Beanspruchung in der Kerbe selber nur einachsig bleibt. Dazu ist aus den Last-Zeit-Funktionen mit Hilfe von Gleichung (2.2) nur der Zeitverlauf der örtlich elastischen Spannung, als neue Hauptbeanspruchungsgröße zu ermitteln.

2.2 Näherungsverfahren für mehrachsige Kerbbeanspruchungen

2.2.1 Pseudo-Spannungs-Ansatz

Durch Köttgen, Barkey und Socie sind in [9] einige Erweiterungen der einachsigen Näherungslösungen zur Berücksichtigung mehrachsiger Kerbbeanspruchungen vorgeschlagen worden.

Mehrachsige Spannungszustände in der Kerbe werden dabei durch ein vollständiges Werkstoffmodell für zyklisch nichtproportionale Beanspruchungen beschrieben. Ausserdem wird wie schon bei den einachsigen Kerbnäherungsverfahren das Werkstoffmodell herangezogen, um das Verhalten der Struktur abzubilden. Dazu wird der reale Spannungstensor σ_{ij} durch den Pseudo-Spannungstensor ${}^e \sigma_{ij}$ ersetzt. Die Parameter des Werkstoffmodells müssen nachfolgend so angepasst werden, dass der Zusammenhang zwischen Last (Pseudo-Spannung) und realer plastischer Kerbdehnung wiedergegeben wird. Das so entstandene Modell wird dann als Strukturmodell oder Pseudo-Materialmodell bezeichnet.

In [9] findet als Referenz das Werkstoffmodell nach Mroz Verwendung. Es wird jedoch darauf hingewiesen, dass die beschriebenen Ansätze auch auf andere Materialmodelle

übertragbar sind. Einziger Eingangsparameter des Werkstoffmodells nach Mroz ist die Beziehung zwischen zyklischer Vergleichsspannung und zyklischer plastischer Vergleichsdehnung:

$$\varepsilon_{p,q} = g(\sigma_q) \quad (2.11)$$

Zur Beschreibung des Strukturverhaltens muss hier der Zusammenhang zwischen der realen plastischen Vergleichsdehnung in der Kerbe und der Pseudo-Vergleichsspannung stehen:

$$\varepsilon_{p,q} = f({}^e\sigma_q) \quad (2.12)$$

Im plastischen Bereich ergibt sich jedoch daraus die in Abbildung 2.1 dargestellte Ungleichheit:

$$\varepsilon_{p,q} \neq \varepsilon_{t,q} - {}^e\sigma_q / E \quad (2.13)$$

Deshalb müssen die mit dem Strukturmodell berechneten plastischen Dehnungen für einen gegebenen ${}^e\sigma_{ij}$ -Zeit-Verlauf noch in das Werkstoffmodell eingegeben werden, um die realen Kerbspannungen und die realen elastischen Kerbdehnungen zu erhalten.

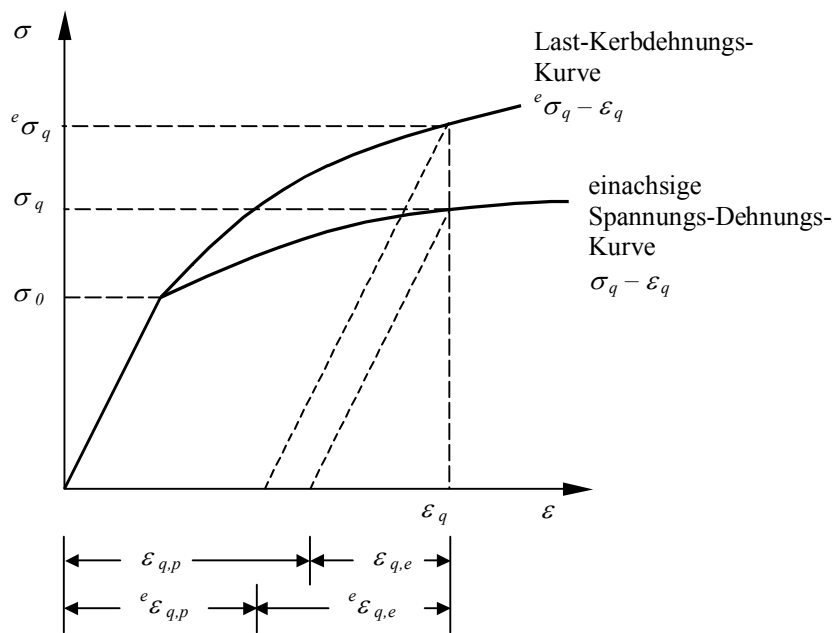


Abbildung 2.1: Zerlegung der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve und der Last-Kerbdehnungs-Kurve in elastischen und plastischen Anteil.

Die Analyse mehrachsiger Kerbbeanspruchungen, basierend auf dem Pseudo-Spannungs-Ansatz, besteht letztendlich aus den folgenden Schritten:

- (1) Bestimmung der Proportionalitätsfaktoren $c_{ij,m}$ oder der Kerbfaktoren $K_{t,ij,m}$ mit Hilfe der Elastizitätstheorie für jede Einheitslast $|L_m|=1$.
- (2) Ableitung der Pseudo-Materialparameter für das Strukturmodell anhand von einachsigen Näherungsformeln, elastisch-plastischen Finite-Element-Analysen oder Kerbdehnungsmessungen.
- (3) Berechnung des zeitlichen Verlaufs des örtlich fiktiven Spannungstensors ${}^e\sigma_{ij}$ mit Gleichung (2.2).
- (4) Berechnung des realen örtlichen plastischen Dehnungsverlaufs mit Hilfe eines spannungskontrollierten Werkstoffmodells unter Verwendung der in Schritt 2 ermittelten Parameter.
- (5) Berechnung der realen Spannungen und elastischen Dehnungen unter Verwendung des selben Werkstoffmodells mit den realen Werkstoffparametern und unter Vorgabe der in Schritt 4 berechneten plastischen Dehnungen.

Abbildung 2.2 zeigt noch einmal den vollständigen Ablauf der Kerbanalyse nach dem Pseudo-Spannungs-Ansatz in Form eines Flussdiagramms.

2.2.2 Pseudo-Dehnungs-Ansatz

Alternativ zum letztgenannten spannungskontrollierten Pseudo-Spannungs-Ansatz wird in [9] noch ein dehnungskontrollierter Ansatz für mehrachsige Kerbanalysen aufgezeigt.

Der Unterschied besteht in der Definition des Strukturmodells. Das Strukturmodell wird hier durch den Zusammenhang zwischen der fiktiven örtlich elastischen Dehnung und der realen Kerbspannung beschrieben.

$$\sigma_q = \mathcal{F}({}^e \varepsilon_q) \quad (2.14)$$

Die fiktiven örtlich elastischen Dehnungen und die fiktiven örtlich elastischen Spannungen sind durch den Elastizitätstensor verknüpft:

$${}^e \varepsilon_{kl} = E_{ijkl}^{(-1)e} \sigma_{ij} \quad (2.15)$$

Für stabiles Werkstoffverhalten und einachsige Beanspruchungen liefern beide Ansätze identische Ergebnisse. Bei mehrachsiger Beanspruchung und/oder transientem Werkstoffverhalten ergeben sich unterschiedliche Spannungs-Dehnungs-Pfade in der Kerbe, ähnlich den Unterschieden, die man bei spannungs- oder dehnungskontrollierter Versuchsdurchführung an ungekerbten Proben erhält.

Die Kerbanalyse nach dem Pseudo-Dehnungs-Ansatz besteht aus den folgenden Schritten:

- (1) Bestimmung der Proportionalitätsfaktoren $c_{ij,m}$ oder der Kerbfaktoren $K_{t,ij,m}$ mit Hilfe der Elastizitätstheorie für jede Einheitslast $|L_m|=1$.
- (2) Ableitung der Pseudo-Materialparameter für das Strukturmodell anhand von einachsigen Näherungsformeln, elastisch-plastischen Finite-Element-Analysen oder Kerbdehnungsmessungen.
- (3) Berechnung des zeitlichen Verlaufs des örtlich fiktiven Dehnungstensors ${}^e \varepsilon_{ij}$ mit Gleichung (2.2) und (2.15).
- (4) Berechnung des realen örtlichen elastisch-plastischen Spannungsverlaufs mit Hilfe eines dehnungskontrollierten Werkstoffmodells unter Verwendung der in Schritt 2 ermittelten Parameter.
- (5) Berechnung der realen elastisch-plastischen Dehnungen unter Verwendung desselben Werkstoffmodells mit den realen Werkstoffparametern und unter Vorgabe der in Schritt 4 berechneten elastisch-plastischen Spannungen.

Das Ablaufdiagramm der Kerbanalyse nach dem Pseudo-Dehnungs-Ansatz ist in Abbildung 2.3 dargestellt.

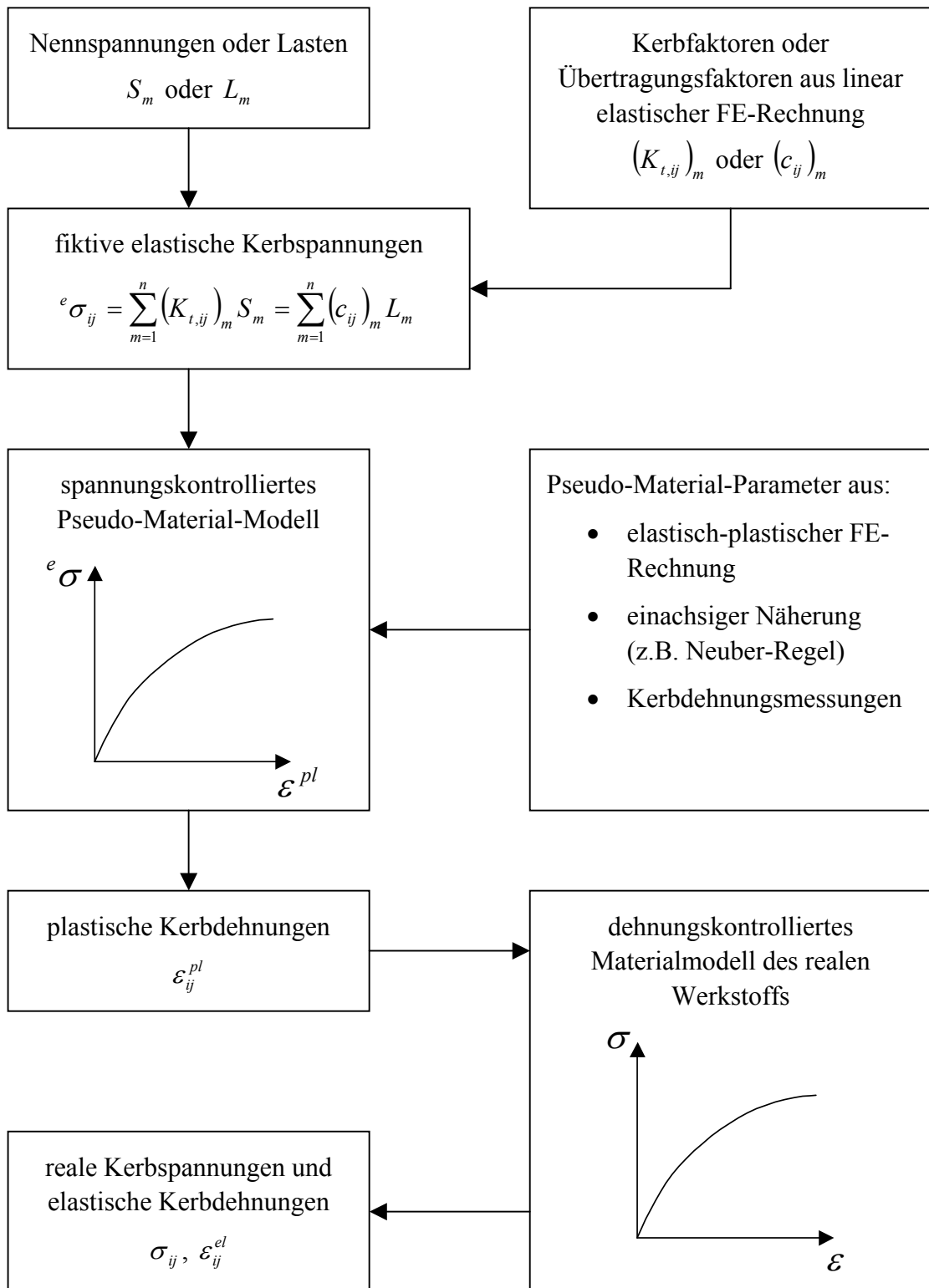


Abbildung 2.2: Ablaufdiagramm Pseudo-Spannungs-Ansatz.

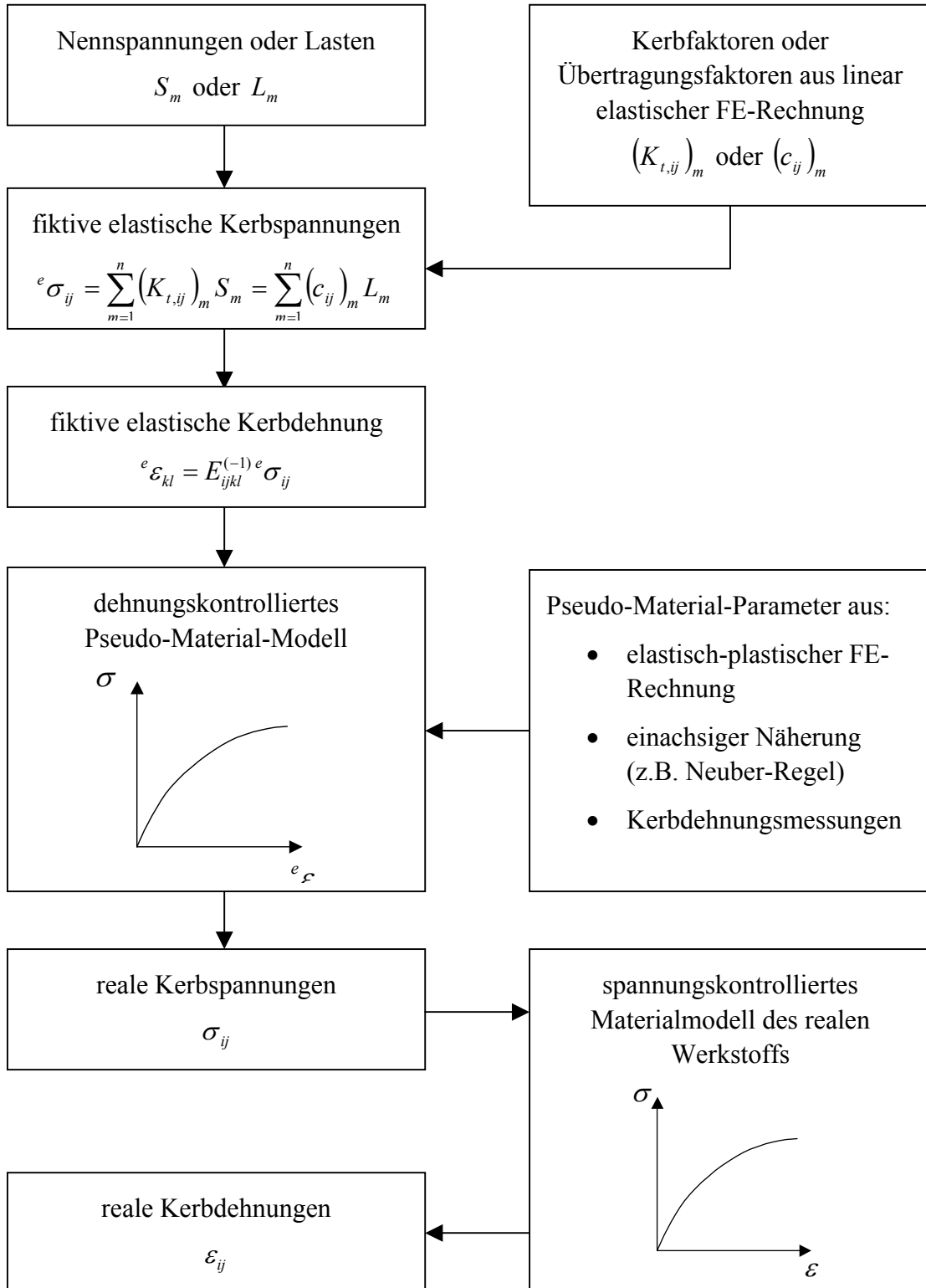


Abbildung 2.3: Ablaufdiagramm Pseudo-Dehnungs-Ansatz.

2.3 Plastizitätsmodell nach Jiang

2.3.1 Allgemeines

Bei der Beschreibung des Struktur- und Werkstoffverhaltens kommt das Plastizitätsmodell von Jiang [6] zum Einsatz. Es ist ein Modell der inkrementellen Plastizitätstheorie mit einer nichtlinearen Verfestigungsregel vom Armstrong-Frederik-Typ und eignet sich besonders gut für Fälle mit nichtproportionaler Beanspruchung. Zyklisch transientes Werkstoffverhalten wie:

- zyklisches Kriechen (Ratchetting),
- Mittelspannungsrelaxation und
- zyklische Ent- und Verfestigungseffekte

lassen sich mit dem Jiang-Modell in guter Übereinstimmung mit experimentellen Daten beschreiben.

2.3.2 Materialgleichungen

Grundlagen des Modells sind die v. Mises-Fließbedingung, die Fließregel nach Prandtl-Reuss und folgende nichtlineare kinematische Verfestigungsregel:

$$\begin{aligned}
 d\boldsymbol{\alpha}^{(i)} &= c^{(i)} \cdot r^{(i)} \cdot \mathbf{n} \cdot dp - W^{(i)} \cdot c^{(i)} \cdot \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \cdot dp \\
 \boldsymbol{\alpha} &= \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\alpha}^{(i)}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Der Rückspannungstensor $\boldsymbol{\alpha}$ (Mittelpunkt der Fließfläche) ist in M Teilrückspannungstensoren zerlegt. Weiterhin ist \mathbf{n} der Normalentensor auf der Fließfläche, p die akkumulierte plastische Dehnung und $c^{(i)}$ und $r^{(i)}$ Werkstoffparameter zur Beschreibung der einachsigen Spannungs-Dehnungs-Kurve. $W^{(i)}$ ist die Wichtungsfunktion, die das Ratchetting-Verhalten des Werkstoffs beschreibt.

$$W^{(i)} = \left(\frac{|\boldsymbol{\alpha}^{(i)}|}{r^{(i)}} \right)^{\chi^{(i)}} \tag{2.17}$$

Die Ratchetting-Parameter $\chi^{(i)}$ sind Parameterfunktionen in Abhängigkeit vom Spannungsniveau und der Nichtproportionalität.

$$\chi^{(i)} = Q^{(i)} \cdot \left(1 + a_\chi \cdot e^{b_\chi \cdot R_M}\right) \cdot \left(2 - \mathbf{n} \cdot \frac{\boldsymbol{\alpha}^{(i)}}{|\boldsymbol{\alpha}^{(i)}|}\right) \quad (2.18)$$

R_M ist der Radius der sogenannten Gedächtnisfläche und steht für das maximale Spannungsniveau in der Beanspruchungsgeschichte. Die Entwicklungsgleichung der Gedächtnisfläche besitzt zusätzlich einen Term zur Beschreibung der Erholung nach einem Überlastniveau.

$$dR_M = H(|\boldsymbol{\alpha}| - R_M) \cdot \left\langle d\boldsymbol{\alpha} \cdot \frac{\boldsymbol{\alpha}}{|\boldsymbol{\alpha}|} \right\rangle - c_M \cdot \left\langle 1 - \frac{|\boldsymbol{\alpha}|}{R_M} \right\rangle \cdot dp \quad (2.19)$$

Zur Beschreibung von Werkstoffen, die vom Masing-Verhalten abweichen, ist eine zusätzliche isotrope Verfestigung in der Art realisiert, dass die Schubfließspannung k auch eine Funktion von R_M ist.

$$k = k_0 \cdot \left(1 + a_k \cdot e^{b_k \cdot R_M}\right) \quad (2.20)$$

Die Abbildung von zyklischer Ent- bzw. Verfestigung geschieht durch die Änderung der Form der Hystereseseite in Abhängigkeit von der akkumulierten plastischen Dehnung.

$$c^{(i)} = c_\infty^{(i)} \cdot \left(1 + a_1 \cdot e^{b_1 \cdot p} + a_2 \cdot e^{b_2 \cdot p}\right) \quad (2.21)$$

Die in Form einer UMAT-Routine für ABAQUS vorliegende Implementierung des Jiang-Modells weist zwei geringfügige Änderungen in den Materialgleichungen auf, die jedoch keinen nennenswerten Einfluss auf die Ergebnisse besitzen und nur die numerische Stabilität des Verfahrens begünstigen. Sie sollen deshalb nur kurz erwähnt werden. Die erste Änderung betrifft die Wichtungsfunktion:

$$W^{(i)} = \left(\frac{|\boldsymbol{\alpha}^{(i)}|}{|r^{(i)}|} \right)^{\chi^{(i)}} \quad (2.22)$$

und die zweite die Entwicklungsgleichung der Ratchetting-Parameter:

$$\chi^{(i)} = Q^{(i)} \cdot \left(1 + a_\chi \cdot e^{b_\chi \cdot R_M}\right) \cdot \left(2 - \left| \mathbf{n} \cdot \frac{\boldsymbol{\alpha}^{(i)}}{\|\boldsymbol{\alpha}^{(i)}\|} \right| \right) \quad (2.23)$$

2.3.3 Materialparameter

Zusätzlich zu den beiden Elastizitätskonstanten E und ν ergeben sich für das Jiang-Modell in Abhängigkeit von der gewählten Anzahl M der Rückspannungstensoren $7M+6$ Werkstoffparameter. Dabei lassen sich die einzelnen Parameter bestimmten Werkstoffeigenschaften zuordnen.

Tabelle 2.1: Zuordnung der Parameter zu Werkstoffeigenschaften.

Werkstoffeigenschaft	verantwortliche Parameter
Hysteresehalbäste im zyklisch stabilisierten Zustand	$c_\infty^{(i)}, r^{(i)}$
Zyklisches Ver- bzw. Entfestigungsverhalten	a_1, b_1, a_2, b_2
Schubfließspannung und Non-Masig-Verhalten	k_0, a_k, b_k
Ratchetting-Verhalten	$Q^{(i)}, a_\chi, b_\chi$

Nahezu alle Werkstoffparameter lassen sich anhand von einachsigen Versuchen identifizieren. Weiterhin besteht die Möglichkeit unerwünschtes Werkstoffverhalten einfach auszuschalten. Dazu müssen die verantwortlichen Parameter entweder auf 0 oder auf ∞ gesetzt werden.

Als Werkstoff für die durchzuführenden FE- und Kerbnäherungsrechnungen wird der mikrolegierte Feinkornbaustahl S460N gewählt, um eine Vergleichbarkeit mit den zur Verfügung stehenden Kerbdehnungsmessungen [5] zu gewährleisten. Die statischen und zyklischen Werkstoffparameter und der zugehörige Parametersatz für das Jiang-Modell wurden aus [4] entnommen und sind in Tabelle 2.2 und Tabelle 2.3 aufgelistet. In [4] wird jedoch daraufhingewiesen, dass die für das Ratchetting verantwortlichen Parameter $Q^{(i)}$, a_χ und b_χ nur als vorläufig zu betrachten sind und das Werkstoffverhalten nicht exakt wiedergeben.

Tabelle 2.2: Statische und zyklische Werkstoffparameter S460N aus [4].

E GPa	ν	$R_{p0,2}$ MPa	R_m MPa	A_5 %	K' MPa	n'	σ'_f MPa	ε'_f	b	c
208.5	0.3	510	682	-	1115	0.161	969.6	0.281	-0.086	-0.493

Tabelle 2.3: Parameter Jiang-Modell S460N ($M=5$) aus [4].

i	$r^{(i)}$ MPa	$c_\infty^{(i)}$	$a_1^{(i)}$	$b_1^{(i)}$	$a_2^{(i)}$	$b_2^{(i)}$	$Q^{(i)}$
1	90	1164	-0,236	18,8	0,295	1,71	0,01
2	50	358	-0,400	18,8	0,386	2,99	0,01
3	40	186	-0,200	30,0	-0,300	0,02	0,01
4	40	71,0	-0,300	25,0	-0,350	0,02	0,01
5	70	37,4	-0,250	20,0	-0,600	0,03	0,01

E MPa	ν	k_0 MPa	a_k	b_k MPa ⁻¹	a_χ	b_χ MPa ⁻¹	c_M MPa
208500	0.3	149	-0,32	-0,0076	$5 \cdot 10^4$	-0,026	100

3 Computerprogramm für die Kerbnäherung nach Köttgen, Barkey, Socie

3.1 Implementierung

3.1.1 Allgemeines

Zur Berechnung der mehrachsigen örtlichen Spannungen und Dehnungen in einer Kerbe nach den Verfahren von Köttgen, Barkey und Socie [9] wurde ein Computerprogramm mit FORTRAN implementiert. Die in [9] beschriebenen Algorithmen (Abbildung 2.2 und Abbildung 2.3) konnten dabei unverändert übernommen werden.

Für die Berechnung der Materialantwort wurde auf sogenannte „UMAT-Subroutinen“ von ABAQUS zurückgegriffen, die jeweils für das Werkstoffmodell von Mroz [7] [8] und für das Jiang-Modell [4] zur Verfügung standen. Die Nutzung der UMAT-Subroutinen bot dabei folgende Vorteile:

- eine genau definierte Schnittstelle
- Implementierung in FORTRAN-Code
- Verfügbarkeit verschiedener Werkstoffmodelle

3.1.2 Spannungsvorgabe

Ein Nachteil der UMAT-Routinen ist jedoch, dass nur totale Dehnungsincrementen vorgegeben werden können. Dafür wird aber nach jedem berechneten Inkrement die aktuelle elastisch-plastische Steifigkeitsmatrix des Werkstoffes zurückgegeben. Dadurch vereinfacht sich die Implementierung eines Iterationsalgorithmus nach dem Newton-Verfahren zur Vorgabe von Spannungsincrementen. Die benötigte Iterationsvorschrift lautet:

$$\Delta \varepsilon_{mn}^{(i+1)} = \Delta \varepsilon_{mn}^{(i)} + \left(E_{klmn}^{ep(i)} \right)^{-1} \cdot (\Delta \sigma_{kl}^0 - \Delta \sigma_{kl}^{(i)}) \quad (3.1)$$

Dabei ist $\Delta \sigma^0$ das vorgegebene Spannungsincrement. $\Delta \sigma^{(i)}$ und $\Delta \varepsilon^{(i)}$ sind die Spannungs- und Dehnungsincrementen des aktuellen Iterationsschrittes und $\Delta \varepsilon^{(i+1)}$ ist das neue Dehnungsincrement. $E^{ep(i)}$ ist die durch die UMAT-Routine zurückgegebene elastisch-plastische Steifigkeitsmatrix, die noch invertiert werden muss. Der Startwert der

Iteration ergibt sich aus dem vorgegebenen Spannungsinkrement und der elastisch-plastischen Steifigkeitsmatrix des letzten Lastschrittes:

$$\Delta \varepsilon_{mn}^{(0)} = \left(E_{klmn}^{ep} \right)^{-1} \cdot \Delta \sigma_{kl}^0 \quad (3.2)$$

Die Abbruchbedingung lautet:

$$\left| \Delta \sigma_{kl}^0 - \Delta \sigma_{kl}^{(i)} \right| \leq 10^{-3} \quad (3.3)$$

3.1.3 Vorgabe plastischer Dehnungen

Beim Pseudo-Spannungs-Ansatz müssen die im ersten Schritt berechneten plastischen Kerbdehnungen nochmals in das Werkstoffmodell gesteckt werden, um die realen Kerbspannungen und elastischen Kerbdehnungen zu erhalten. Da die UMAT-Routine aber nur mit totalen Dehnungsincrementen arbeitet, sind die Spannungsincremente und elastischen Dehnungsincremente wieder iterativ zu ermitteln. Folgende Iterationsvorschrift wurde dafür gewählt:

$$\Delta \varepsilon^{(i+1)} = \Delta \varepsilon^{(i)} + \left(\Delta \varepsilon_p^0 - \Delta \varepsilon_p^{(i)} \right) \quad (3.4)$$

Die Gleichung (3.4) entspricht einer sogenannten Fix-Punkt-Iteration. Dabei ist $\Delta \varepsilon_p^0$ das vorgegebene plastische Dehnungsincrement. $\Delta \varepsilon_p^{(i)}$ und $\Delta \varepsilon^{(i)}$ sind das plastische Dehnungsincrement und das totale Dehnungsincrement des aktuellen Schrittes und $\Delta \varepsilon^{(i+1)}$ ist das neue totale Dehnungsincrement. Als Startwert für die Iteration wird die im ersten Schritt ermittelte totale Kerbdehnung des Strukturmodells angenommen:

$$\Delta \varepsilon^{(0)} = \Delta^e \varepsilon_t \quad (3.5)$$

Die Abbruchbedingung lautet:

$$\left| \Delta \varepsilon_p^0 - \Delta \varepsilon_p^{(i)} \right| \leq 10^{-7} \quad (3.6)$$

Im dreidimensionalen Fall liefert diese Iteration nur die deviatorischen Anteile der Spannungen und elastischen Dehnungen. Der hydrostatische Anteil ist unbestimmt und muss durch eine zusätzliche Bedingung ermittelt werden. Im ebenen Spannungszustand (ESZ), der sich immer an unbelasteten Werkstoffoberflächen einstellt, ist eine solche Bedingung stets dadurch gegeben, dass eine der Normalspannungskomponenten 0 sein muss. Dieses Verhalten wird in der UMAT-Routine immer dann automatisch berücksichtigt, wenn man im ebenen Spannungszustand rechnet.

3.2 Verifikation

Zur Überprüfung der implementierten Algorithmen, wurden die in [9] aufgeführten Kerbnäherungsrechnungen nachvollzogen und die Kerbspannungs-Kerbdehnungs-Kurven vergleichend gegenübergestellt. Die gerechneten Lastpfade und zugehörigen Kerbfaktoren sind in Tabelle 3.1 und Tabelle 3.2 genannt. Weiterhin wurde das Werkstoffmodell nach Mroz in Form der vorliegenden ABAQUS-UMAT-Routine aus [7] und [8] verwendet. Erforderliche Materialparameter sind die Stützstellen der einachsigen zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve, welche sich aus den zyklischen Werkstoffparametern (Tabelle 3.3) und dem Ramberg-Osgood-Gesetz (2.4) ergeben. Abweichend zum Vorgehen in [9], das Strukturverhalten aus elastisch-plastischen FE-Rechnungen zu bestimmen, wurde auf die einachsige Näherungsformel von Neuber (2.3) zurückgegriffen.

Die mit den beiden Näherungsverfahren ($^e\sigma$ - und $^e\varepsilon$ -Näherung) berechneten Spannungs-Dehnungs-Pfade sind in Abbildung 7.1 bis Abbildung 7.12 den Ergebnissen aus [9] vergleichend gegenübergestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung, sodass davon ausgegangen werden kann, dass das Computerprogramm die Näherungsverfahren korrekt wiedergibt.

Tabelle 3.1: Lastfälle Verifikationsrechnung [9].

	$S_{Y,a}$	$S_{YZ,(a)}$	Lastwechsel	Kerbe
„X“-Pfad	350 MPa	230 MPa	10	„mild“
Frequenzverhältnis 1:5	200 MPa	130 MPa	4	„scharf“
Torsion statisch Normalkraft zyklisch	200 MPa	130 MPa	10	„scharf“

Tabelle 3.2: Kerbfaktoren Verifikationsrechnung [9].

Kerbe	$K_{t,y}$	$K_{t,z}$	$K_{t,yz}$
„mild“	1,40	0,26	1,14
„scharf“	2,92	0,79	1,70

Tabelle 3.3: Materialparameter Mroz-Modell [9].

E	ν	K'	n'	Fließflächenanzahl
210000 MPa	0,3	1736 MPa	0,199	50

4 Berechnungsbeispiel abgesetzte Welle

4.1 Geometrie

Um die Näherungslösungen nach den Verfahren aus Abschnitt 2.2 mit experimentellen Daten vergleichen zu können, wurden alle Näherungsrechnungen an der in Abbildung 4.1 dargestellten abgesetzten Welle durchgeführt. Für diese Probenform lagen für verschiedene Lastfälle Kerbdehnungsmessungen vor [5]. Wichtige geometrische Daten sind die Verhältnisse der Durchmesser der zylindrischen Bereiche $D/d=1,3$ und des Kerbradius zum Durchmesser des dünnsten Absatzes $R/d=0,05$. Die Welle wird durch Zug/Druck und Torsion in Längsrichtung beansprucht.

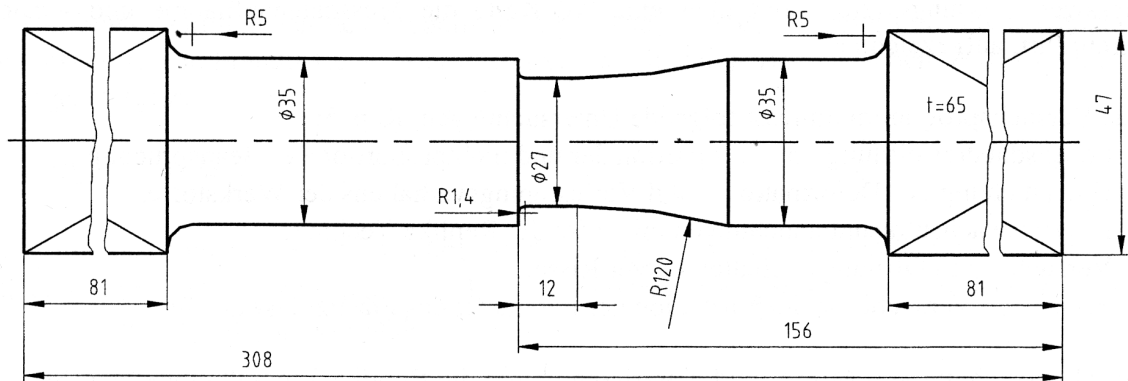


Abbildung 4.1: Abmessungen der abgesetzten Welle [4].

4.2 FE-Modell

Alle FE-Rechnungen wurden mit ABAQUS durchgeführt. Zur Bestimmung der Kerbfaktoren und zur Durchführung der Vergleichsrechnungen stand das in Abbildung 4.2 dargestellte FE-Modell zur Verfügung. Es ist nur der relevante Kerbbereich mit 8-knotigen axialsymmetrischen Elementen (CGAX8R) modelliert. Die Verschiebungen und Verdrehungen an einem Ende der Struktur sind festgehalten. An dem anderen Ende werden die Normalkräfte und Torsionsmomente entsprechend der vorgegebenen Nennspannungen (4.1) aufgebracht. Die Randknoten der Lastseite sind durch Verschiebungsbedingungen gekoppelt und dürfen sich nur synchron verschieben und verdrehen.

$$\begin{aligned} F_N &= S_Y \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \\ M_T &= S_{YZ} \cdot \frac{\pi}{16} d^3 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die Kräfte, Momente und Nennspannungen sind im globalen Zylinderkoordinatensystem $\{X,Y,Z\}$ definiert. Die X-Koordinaten verlaufen dabei in radialer Richtung, die Y-Koordinaten in Wellenlängsrichtung und die Z-Koordinaten in Umfangsrichtung. Für die Ausgabe der Kerbspannungen und Kerbdehnungen wurde ein lokales Kerbkoordinatensystem $\{x,y,z\}$ festgelegt. Die x-Achse ist senkrecht und die y-Achse tangential zur Kerboberfläche. Die z-Achse gibt die Umfangsrichtung an.

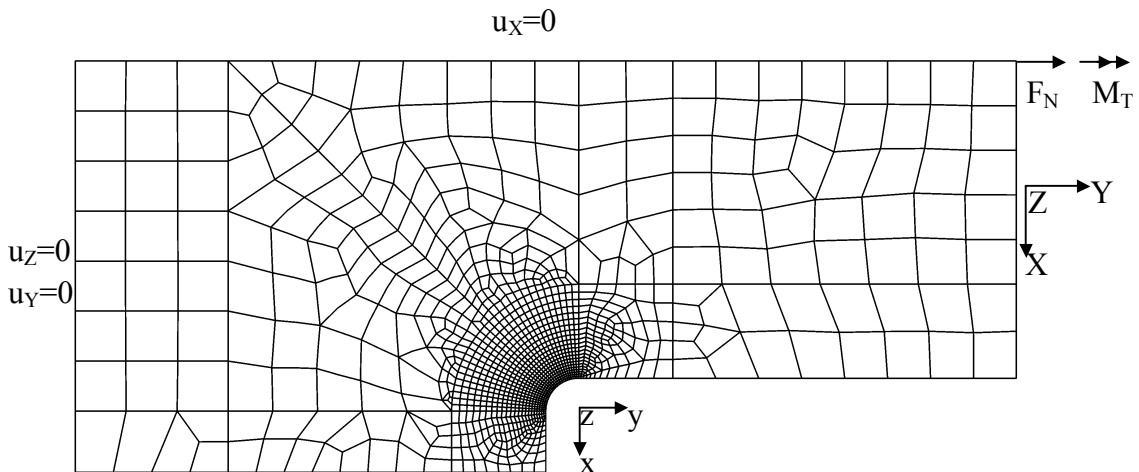


Abbildung 4.2: FE-Modell der abgesetzten Welle.

4.3 Kerbfaktoren

Mit dem in Abbildung 4.2 gezeigten FE-Modell wurden anhand von linear-elastischen FE-Rechnungen die Kerbfaktoren der Welle für die Einheitslasten $S_Y=1$ und $S_{YZ}=1$ bestimmt. Zusätzlich fand eine Überprüfung mit einem alternativen FE-Code (ANSYS) und unterschiedlich diskretisierten FE-Netzen statt. Die ermittelten Kerbfaktoren sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Für die Kerbnäherungsrechnungen wurden die durch ABAQUS gewonnen Kerbfaktoren benutzt. Die sich einstellenden Spannungsverteilungen in der Kerbe bezogen auf das Kerbkoordinatensystem sind in Abbildung 7.25 bis Abbildung 7.27 dargestellt.

Tabelle 4.1: Kerbfaktoren der abgesetzten Welle.

	ANSYS 12 Kerbelemente	ANSYS 24 Kerbelemente	ABAQUS 29 Kerbelemente
$K_{t,y}$	2,43	2,44	2,45
$K_{t,z}$	0,56	0,56	0,565
$K_{t,yz}$	1,56	1,56	1,56

4.4 Ableitung der Pseudo-Materialparameter für das Jiang-Modell

4.4.1 Allgemeines

Zur Beschreibung des Bauteilverhaltens kommt dasselbe Materialgesetz (Jiang-Modell) zur Anwendung wie für das Werkstoffverhalten. Dazu sind jedoch die Materialparameter so anzupassen, dass der Zusammenhang zwischen Strukturkenngröße und Kerbkenngröße wiedergegeben wird. Für das Kerbnäherungsverfahren nach dem Pseudo-Spannungs-Ansatz (${}^e\sigma$ -Näherung) ist dies der Zusammenhang zwischen fiktiver elastischer Kerbspannung ${}^e\sigma$ und realer plastischer Kerbdehnung ε_p . Beim Kerbnäherungsverfahren nach dem Pseudo-Dehnungs-Ansatz (${}^e\varepsilon$ -Näherung) tritt an diese Stelle der Zusammenhang zwischen realer Kerbspannung σ und fiktiver elastischer Kerbdehnung ${}^e\varepsilon$.

Dabei gibt es mehrere Möglichkeiten das Bauteilverhalten aus dem Materialverhalten abzuleiten:

- elastisch-plastische FE-Rechnungen
- einachsige Näherungsverfahren (z.B. Neuber-Regel)
- Kerbdehnungsmessungen

Für den elastischen Nenndehnungsbereich lässt sich zeigen, dass die einachsige Näherungsbeziehung nach Neuber (2.3) verlässliche Aussagen über die elastisch-plastische Kerbbeanspruchung liefert. In Abbildung 4.3 sind dazu elastisch-plastische FE-Rechnungen für die abgesetzte Welle mit verschiedenen Nennspannungsverhältnissen von Schub- und Normalspannung der einachsigen Näherung nach Neuber gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die Neuber-Regel nur bei reiner Schubbeanspruchung oder effektiven plastischen Kerbdehnungen von $\varepsilon_{p,q} > 0,5$ % zu geringe Kerbbeanspruchungen vorhersagt.

Bei der Ableitung der Pseudo-Materialparameter mit Hilfe der einachsigen Neuber-Regel ergeben sich einige Vorteile. Beispielsweise müssen keine weiteren Bauteilparameter wie Kerbfaktoren oder Kerbformzahlen bekannt sein. Weiterhin können fast alle Parameter für das Jiang-Modell bestimmt werden, ohne aufwendige elastisch-plastische FE-Rechnungen am Bauteil durchzuführen, die das in [4] genannte umfassende Versuchsprogramm abbilden müssten. Eine Ausnahme sind die für das Ratchetting verantwortlichen Parameter $Q^{(i)}$, a_χ und b_χ , für deren Bestimmung noch keine analytische Vorgehensweise existiert. Durch „Trial and Error“ sind die Parameter so abzugleichen, dass die Kerbnäherungs- und die FE-Rechnung am Bauteil die gleichen Ratchettingraten liefern. Dadurch sind diese Pseudo-Materialparameter bauteilabhängig und lassen sich vermutlich nicht ohne weiteres auf andere Kerbgeometrien übertragen.

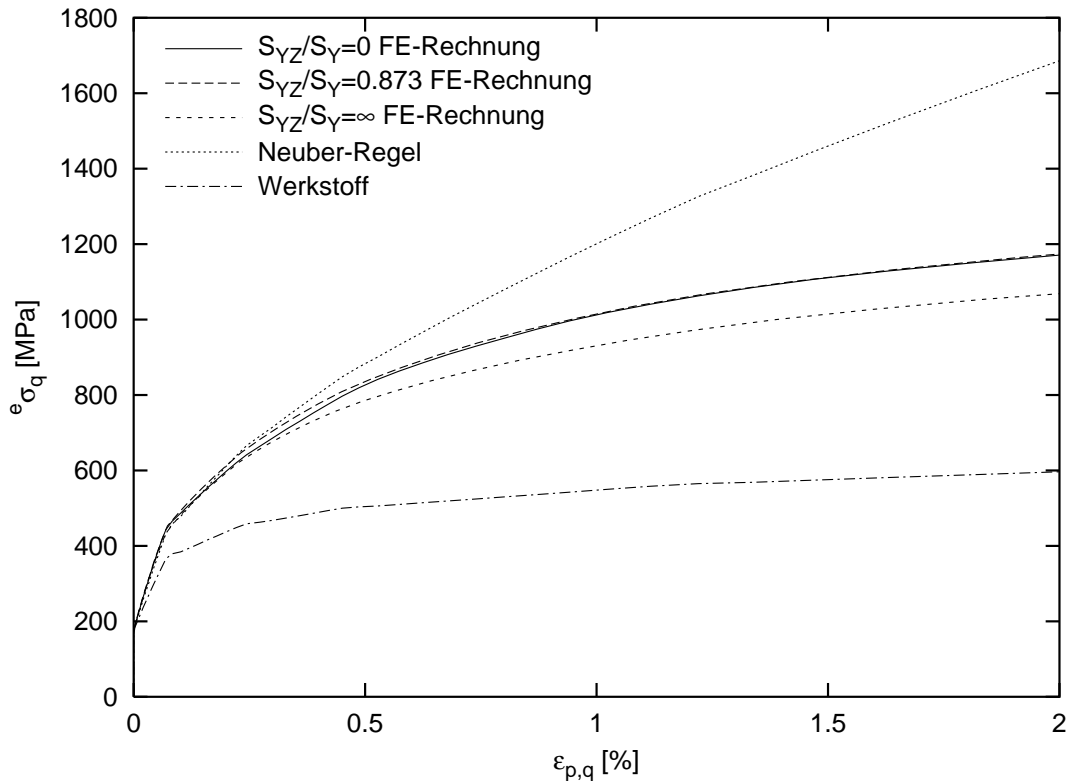


Abbildung 4.3: Pseudo-Spannung und plastische Kerbdehnung bei verschiedenen Nennspannungsverhältnissen.

4.4.2 Zyklisch stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Kurven

Die Grundlage zur Beschreibung des zyklischen Werkstoff- und Bauteilverhaltens ist die einachsige zyklisch stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Kurve bzw. die einachsige zyklisch stabilisierte Last-Kerbdehnungs-Kurve. Sie wird durch M Stützstellen und die Fließspannung beschrieben, wobei M die Anzahl an Teilrückspannungstensenoren ist. Unter der Voraussetzung, dass keine nichtlineare Verfestigung berücksichtigt wird ($\chi=\infty$), der Werkstoff stabilisiert vorliegt ($p=\infty$) und keine Erholung der Gedächtnisfläche auftritt ($c_M=0$), lassen sich diese Stützstellen analytisch aus den Materialgleichungen des einachsigen Falles und den Materialkonstanten ermitteln. Die plastischen Dehnungen ergeben sich zu:

$$\varepsilon_p^{(i)} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{c^{(i)}} \quad (4.2)$$

Als nächstes müssen die Tangentenmodule der einzelnen Abschnitte der Spannungs-Dehnungskurve wie folgt bestimmt werden:

$$H^{(i)} = \frac{3}{2} \sum_{j=i}^M (c^{(j)} r^{(j)}) \quad (4.3)$$

Die Radien der Gedächtnisfläche auf den verschiedenen Spannungsniveaus der zyklisch stabilisierten Spannungs-Dehnungs-Kurve lassen sich folgendermaßen ermitteln:

$$R_M^{(i)} = \sum_{j=1}^i r^{(j)} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot H^{(i+1)} \cdot \varepsilon_p^{(i)} \quad (4.4)$$

Mit den bekannten Radien der Gedächtnisfläche und der isotropen Verfestigungsregel (2.20) lassen sich unter Ausnutzung folgender Bedingung die zu den Stützstellen der zyklisch stabilisierten Spannungs-Dehnungs-Kurve gehörenden Spannungen berechnen.

$$\sigma_{\max} = \sqrt{3} \cdot k + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot R_M \quad (4.5)$$

Die Stützstellen der zyklisch stabilisierten ${}^e\sigma$ - ${}^e\varepsilon_p$ - bzw. σ - ε_p -Kurve erhält man mit der Neuber-Regel (2.3). Für den Pseudo-Spannungs-Ansatz werden damit die realen Spannungen σ in die Pseudo-Spannungen ${}^e\sigma$ umgerechnet (4.6).

$${}^e\sigma = \sqrt{E \cdot \sigma \cdot \varepsilon} = \sqrt{E \cdot \sigma \cdot \left(\frac{\sigma}{E} + \varepsilon_p\right)} \quad (4.6)$$

Für den Pseudo-Dehnungs-Ansatz müssen zunächst die Pseudo-Spannungen ${}^e\sigma$ in die fiktiven Dehnungen ${}^e\varepsilon$ nach Gleichung (4.7) umgerechnet werden.

$${}^e\varepsilon = \frac{{}^e\sigma}{E} \quad (4.7)$$

Dann lassen sich daraus fiktive plastische Dehnungen nach Gleichung (4.8) bestimmen, die später zur Ableitung der Werkstoffparameter $c^{(i)}$ benötigt werden.

$${}^e\varepsilon_p = {}^e\varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (4.8)$$

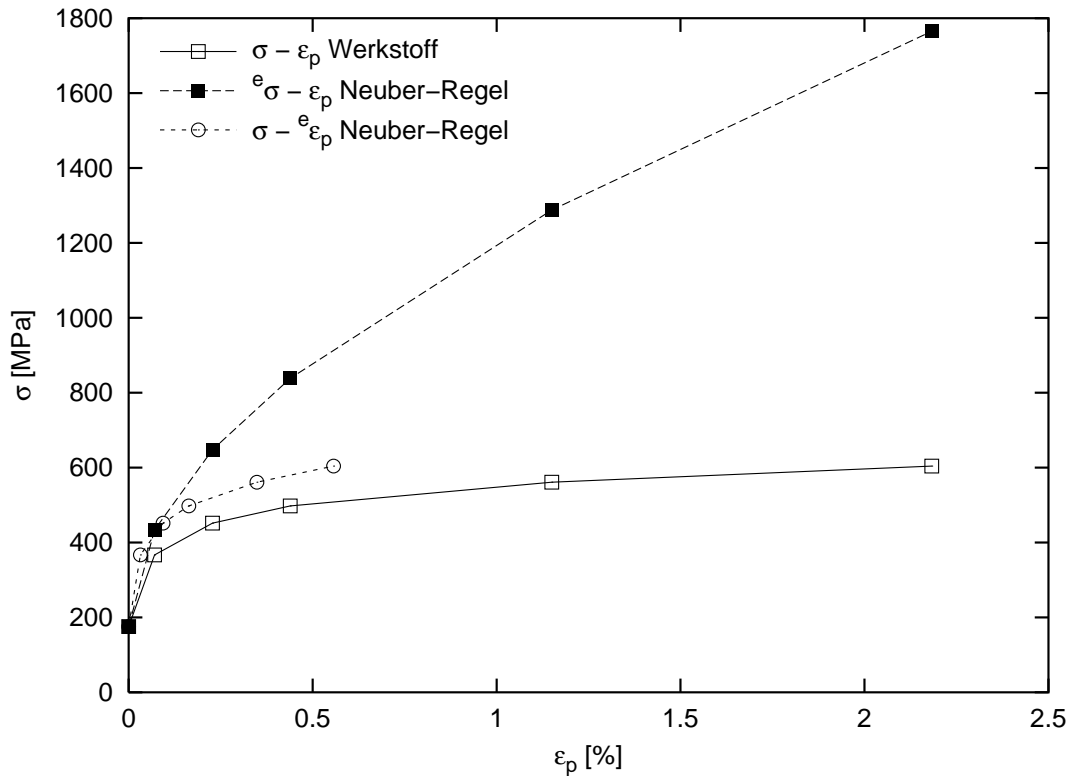


Abbildung 4.4: Zyklisch stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Kurven.

Aus den zyklisch stabilisierten Spannungs-Dehnungs-Kurven (Abbildung 4.4), lassen sich jetzt rückwärts die Parameter $c^{(i)}$ und $r^{(i)}$ für den Pseudo-Spannungs-Ansatz und den Pseudo-Dehnungs-Ansatz ermitteln. Für den Pseudo-Spannungs-Ansatz ergeben sich die selben Werte für $c^{(i)}$ wie für den Werkstoff. Beim Pseudo-Dehnungs-Ansatz können sie mit Gleichung (4.2) aus den ${}^e\varepsilon_p$ bestimmt werden. Die Spannungen der Stützstellen werden nachfolgend um den isotropen Verfestigungs-Anteil reduziert.

$$\begin{aligned} {}^e\sigma^{(i)} &= \sigma^{(i)} - \sqrt{3} \cdot k^{(i)} \\ \sigma^{(i)} &= \sigma^{(i)} - \sqrt{3} \cdot k^{(i)} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Die dazu erforderlichen Werte $k^{(i)}$ wurden schon in Gleichung (4.5) berechnet. Danach können die Tangentenmodule $H^{(i)}$ für beide Ansätze ermittelt werden.

$${}^eH_{\sigma}^{(i)} = \frac{{}^e\sigma^{(i)} - {}^e\sigma^{(i-1)}}{{}^e\varepsilon_p^{(i)} - {}^e\varepsilon_p^{(i-1)}} ; \quad {}^eH_{\varepsilon}^{(i)} = \frac{\sigma^{(i)} - \sigma^{(i-1)}}{{}^e\varepsilon_p^{(i)} - {}^e\varepsilon_p^{(i-1)}} \quad (4.10)$$

Daraus ergeben sich die neuen Werte für $r^{(i)}$ nach folgenden Gleichungen:

$${}^e r_{\sigma}^{(i)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{{}^e H_{\sigma}^{(i)} - {}^e H_{\sigma}^{(i+1)}}{c^{(i)}} \quad \text{und} \quad {}^e r_{\varepsilon}^{(i)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{{}^e H_{\varepsilon}^{(i)} - {}^e H_{\varepsilon}^{(i+1)}}{{}^e c_{\varepsilon}^{(i)}} \quad (4.11)$$

4.4.3 Non-Masing Verhalten

Beim Pseudo-Spannungs-Ansatz sind alle mit der Spannung verknüpften Variablen fiktive Größen. Dazu zählt auch der Radius der Gedächtnisfläche. Aus den Voraussetzungen, dass Fließen im Bauteil und im Werkstoff gleichzeitig einsetzt und im elastischen Bereich Bauteil und Werkstoff das gleiche Verhalten zeigen, ergibt sich, dass die Fließspannung in beiden Modellen gleich sein muss. Darum ist das Non-Masing-Verhalten des Strukturmodells noch an den fiktiven Radius der Gedächtnisfläche ${}^e R_M$ anzupassen.

Mit Gleichung (4.5) lassen sich die zu den Stützstellen der ${}^e \sigma$ - ${}^e \varepsilon_p$ -Kurve gehörenden ${}^e R_M$ berechnen, wenn man σ_{max} durch ${}^e \sigma_{max}$ ersetzt und die zugehörigen Schubfließspannungen k des Werkstoffs annimmt. In Abbildung 4.5 sind die ${}^e R_M$ und zugehörigen k aufgetragen und es wurde eine Funktion vom Typ der Gleichung (2.20) an die Werte angepasst. Man erhält so die Pseudo-Materialparameter ${}^e k_0$, ${}^e a_k$ und ${}^e b_k$.

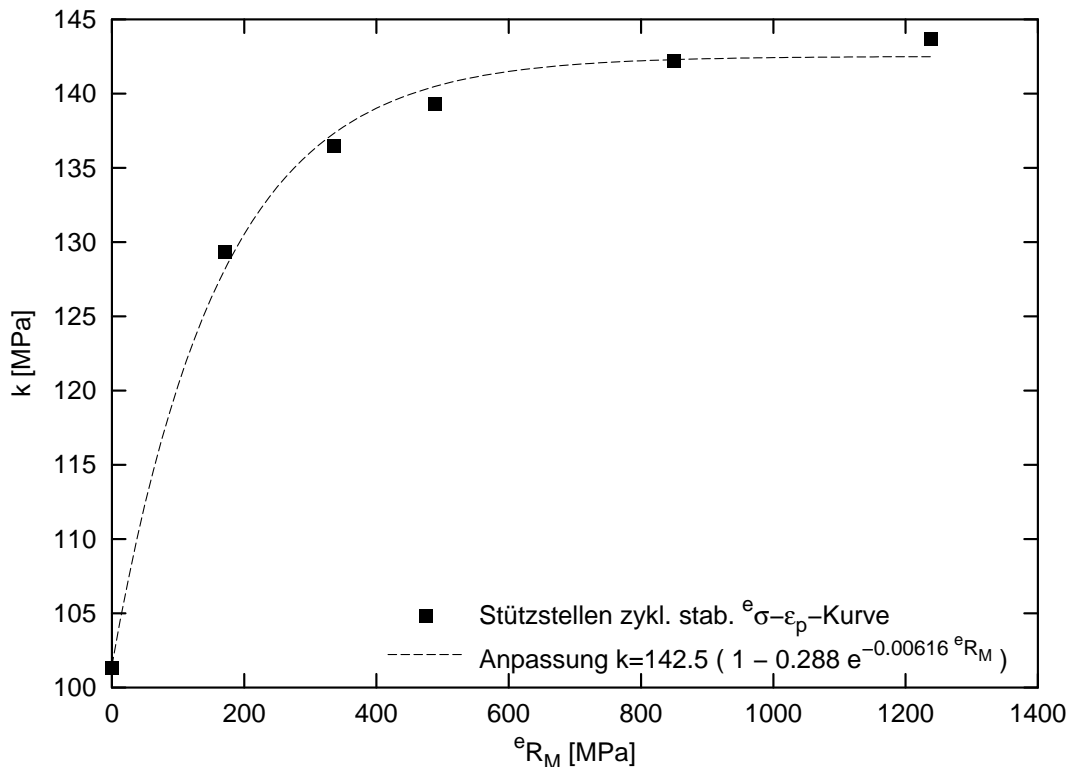


Abbildung 4.5: Anpassung des Non-Masing Verhaltens für den Pseudo-Spannungs-Ansatz.

4.4.4 Zyklische Ver- und Entfestigung

Die zyklische Ver- und Entfestigung des Werkstoffs ist im Jiang-Modell in der Art realisiert, dass die Parameter $c^{(i)}$ von der akkumulierten plastischen Dehnung p abhängig sind. Dadurch ändert sich die Form der Hysteresehalbäste mit zunehmender akkumulierter plastischer Dehnung (Abbildung 4.6).

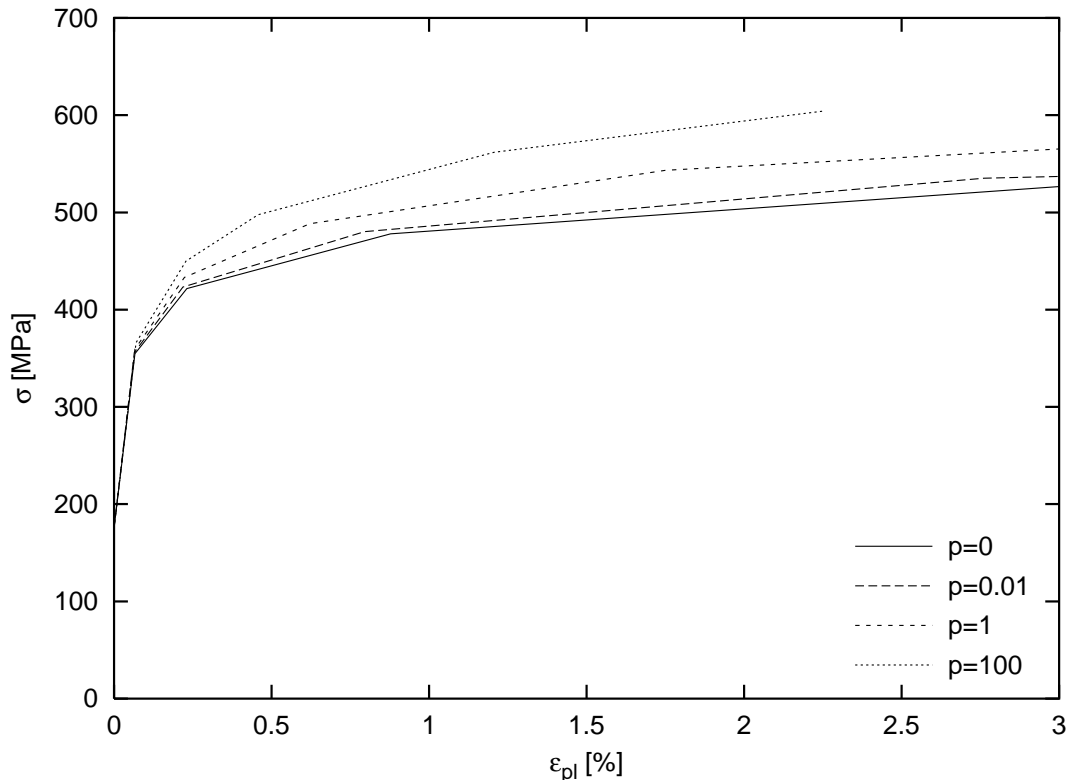


Abbildung 4.6: Zyklische Ver- und Entfestigung des Jiang-Modells.

Um dieses Verhalten mit den Kernnäherungsverfahren abbilden zu können, müssen auch hier die Parameter $c^{(i)}$ der Strukturmodelle in Abhängigkeit von der realen akkumulierten plastischen Dehnung angepasst werden. Dazu ist die in Abschnitt 4.4.2 beschriebene Prozedur zur Ermittlung der zyklisch stabilisierten Spannungs-Dehnungs-Kurve bis zur Gleichung (4.8) für verschiedene Niveaus an akkumulierter plastischer Dehnung zu wiederholen. Man erhält ${}^e\sigma$ - ${}^e\varepsilon_p$ - und σ - ${}^e\varepsilon_p$ -Kurven für verschiedene akkumulierte plastische Dehnungen, aus denen dann wie nachfolgend beschrieben mit vorgegebenen $r^{(i)}$ die zu p gehörenden $c^{(i)}$ ermittelt werden können. Der Algorithmus ist für die ${}^e\sigma$ -Näherung und ${}^e\varepsilon$ -Näherung gleich und wird deshalb nur für die Bestimmung der Parameter der ${}^e\sigma$ -Näherung dargestellt. Bei der Ermittlung der Parameter der ${}^e\varepsilon$ -Näherung muss nur beachtet werden, dass die fiktiven Spannungen ${}^e\sigma$ durch die realen Spannungen σ und die realen plastischen Dehnungen ε_p durch die fiktiven plastischen Dehnungen ${}^e\varepsilon_p$ zu ersetzen sind.

Zunächst werden durch die ermittelten Stützstellen der ${}^e\sigma$ - ${}^e\varepsilon_p$ -Kurve Potenzfunktionen gelegt um einen kontinuierlichen Verlauf zu erhalten.

$${}^e\sigma = f(\varepsilon_p) = q_0 \cdot (\varepsilon_p)^{q_1} + q_2 \quad (4.12)$$

Beginnend bei der höchsten auftretenden Spannung ${}^e\sigma^{(M)}$ lassen sich dann mit den Gleichungen (2.12), (4.13), (2.20), (4.5), (4.3) und (4.2) nacheinander alle $c^{(i)}$ iterativ bestimmen. Dabei sind in Gleichung (2.20) die in Abschnitt 4.4.3 für den Pseudo-Spannungs-Ansatz ermittelten Pseudo-Materialparameter ${}^e k_0$, ${}^e a_k$ und ${}^e b_k$ einzusetzen.

$${}^e\sigma^{(i)} = \sqrt{3} \cdot k + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sum_{j=1}^i {}^e r_\sigma^{(j)} + {}^e H_\sigma^{(i+1)} \cdot \varepsilon_p^{(i)} \quad (4.13)$$

$${}^e H_\sigma^{(M+1)} = 0$$

Die konstanten Werte $r^{(i)}$ müssen gegebenenfalls nochmals verändert werden, so dass sich eine gleichmäßige Verteilung der Stützstellen auf der ${}^e\sigma$ - ε_p -Kurve für alle akkumulierten plastischen Dehnungsniveaus ergibt.

Werden jetzt an die über die akkumulierte plastische Dehnung p aufgetragenen $c^{(i)}$ Funktionen nach Gleichung (2.21) angepasst, erhält man die zyklischen Ver- und Entfestigungsparameter $c_\infty^{(i)}$, a_1 , b_1 , a_2 und b_2 (Abbildung 4.7 und Abbildung 4.8).

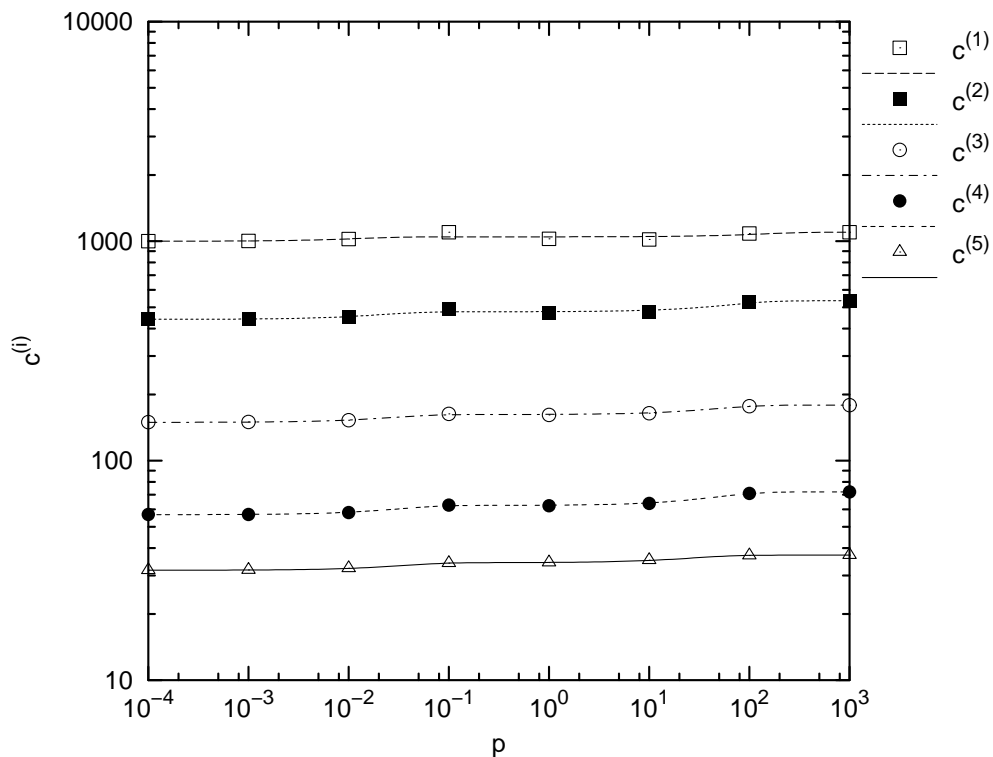


Abbildung 4.7: Anpassung der Ver- und Entfestigungsparameter für den Pseudo-Spannungs-Ansatz.

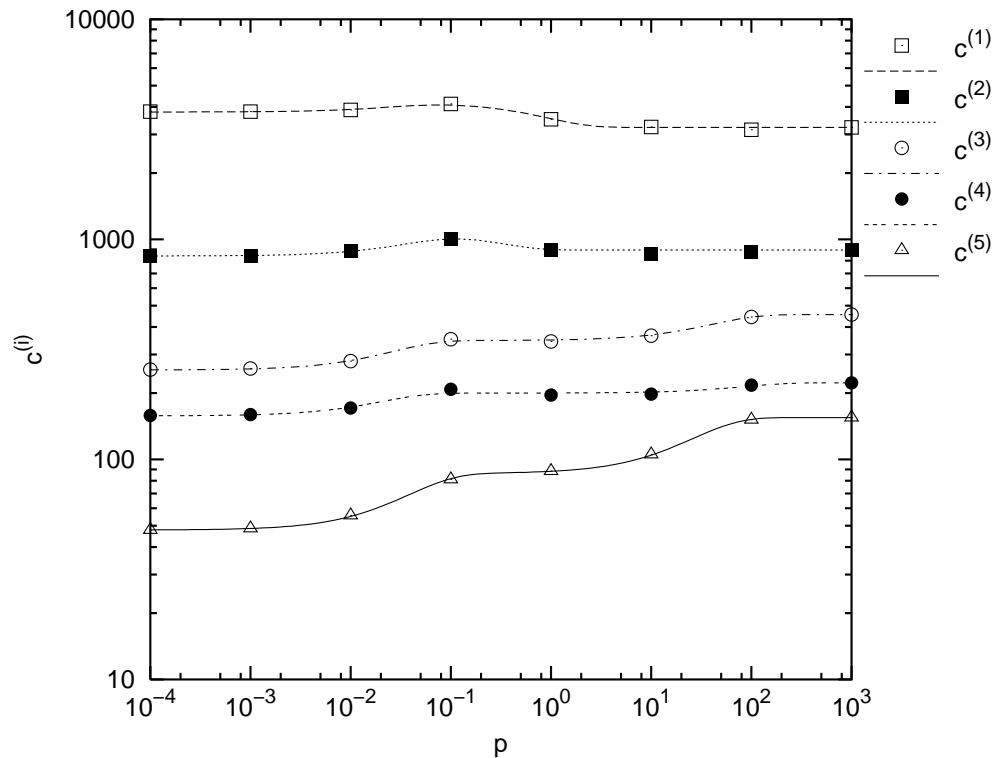


Abbildung 4.8: Anpassung der Ver- und Entfestigungsparameter für den Pseudo-Dehnungs-Ansatz.

Da beim Pseudo-Dehnungs-Ansatz im Strukturmodell mit fiktiven plastischen Dehnungen gerechnet wird, ergeben sich hier auch nur fiktive akkumulierte plastische Dehnungen. Die Parameter $c^{(i)}$ sind jedoch von der realen akkumulierten plastischen Dehnung abhängig. Um das zyklische Ver- und Entfestigungsverhalten dennoch korrekt abbilden zu können, wird vor jedem Inkrement die aktuelle akkumulierte plastische Dehnung des Werkstoffmodells in das Strukturmodell übergeben. Diese Vorgehensweise wird durch die Benutzung der ABAQUS-UMAT-Routine für das Jiang-Modell erleichtert, da der aktuelle Werkstoffzustand nach jedem Inkrement zurückgegeben wird und so vor der Berechnung des nächsten Inkrements manipuliert werden kann. Dabei entstehen natürlich Fehler, da die Integration der Werkstoffgesetze innerhalb der UMAT-Routine des Strukturmodells weiterhin mit fiktiven plastischen Dehnungen erfolgt. Diese Fehler lassen sich durch die Wahl kleinerer Inkremente begrenzen.

4.4.5 Gedächtnisfläche

Für die Erholung der Gedächtnisfläche nach einer Überlast ist der Parameter c_M verantwortlich. Beim Pseudo-Spannungs-Ansatz bedarf dieser Parameter jedoch keiner Anpassung, da in die Erholung lediglich das akkumulierte plastische Dehnung-inkrement dp und das Verhältnis aus dem Betrag des Rückspannungstensors und dem aktuellen Radius der Gedächtnisfläche eingehen (2.19). Im Strukturmodell entsprechen diese Werte denen des Werkstoffmodells.

Für den Pseudo-Dehnungs-Ansatz müsste der Parameter c_M auf die fiktiven akkumulierten plastischen Dehnungsinkremente abgestimmt werden. Da sich diese Anpassung jedoch schwierig gestaltet wird wieder auf die Möglichkeit zurückgegriffen den abgespeicherten Werkstoffzustand vor jedem Inkrement zu manipulieren. Im Strukturmodell wird die Erholung der Gedächtnisfläche dazu komplett abgeschaltet ($c_M=0$). An deren Stelle wird vor jedem Inkrement der aktuelle Radius der Gedächtnisfläche aus dem Werkstoffmodell in das Strukturmodell gesteckt, sodass zumindest am Anfang eines jeden Inkrements alle von R_M abhängigen Variablen korrekt initialisiert werden und sich so eine Erholung der Gedächtnisfläche realisieren lässt.

4.4.6 Ratchetting

Für die Ableitung der Ratchettingparameter $Q^{(i)}$, a_χ und b_χ existiert noch kein analytisches Verfahren. Darum müssen zunächst Ratchettingraten $d\varepsilon_m/dn$ in der Kerbe anhand von FE-Rechnungen ermittelt werden. Anschließend können dann diese FE-Rechnungen mit den Kerbnäherungsverfahren nachvollzogen werden, wobei die Parameter $\chi^{(i)}$ durch „Trial and Error“ so anzupassen sind, dass sich die selben Ratchettingraten einstellen. Alle Berechnungen sollten für einen stabilisierten Werkstoffzustand ($p=\infty$) erfolgen. Zur Anpassung von $Q^{(i)}$, a_χ und b_χ müssen mindestens drei verschiedene Lastniveaus mit Mittelspannung herangezogen werden. Im konkreten Fall der abgesetzten Welle wurden drei FE-Rechnungen unter Zug/Druck mit Nennspannungsamplituden $S_{Y,a}=200, 250$ und 300 MPa und einem R-Verhältnis von $R=-0.5$ durchgeführt. Aus zeitlichen Gründen konnten nur die Ersten 100 Schwingspiele betrachtet werden. Durch Variation der Parameter $\chi^{(i)}$ wurden die Ratchettingraten $d\varepsilon_m/dn$ der Kerbnäherungsrechnungen so eingestellt, dass sie denen der FE-Rechnung entsprachen (Abbildung 4.9). Auf die korrekte Abbildung der Mitteldehnungen wurde dabei verzichtet, da hier größtenteils Fehler auftreten, die aus der Anpassung der anderen Materialparameter herrühren. Anstatt die Ratchettingparameter für jeden Rückspannungstensor einzeln anzupassen, wurde zur Vereinfachung von einem konstanten χ für alle Rückspannungstensoren ausgegangen. Für jedes Lastniveau wurden so die Parameter χ und die zugehörigen Radien der Gedächtnisfläche jeweils für den Pseudo-Spannungs- und Pseudo-Dehnungsansatz bestimmt. Durch Anpassung von Gleichung (2.23) an die erhaltenen Werte können die gesuchten Parameter $Q^{(i)}$, a_χ und b_χ ermittelt werden (Abbildung 4.10). Der Faktor zur Berücksichtigung der Mehrachsigkeit in (2.23) wird dabei im einachsigen Fall zu 1.

Alle Pseudo-Materialparameter für den Pseudo-Spannungs- und Pseudo-Dehnungs-Ansatz sind zusammengefasst in Tabelle 4.2 und Tabelle 4.3 dargestellt.

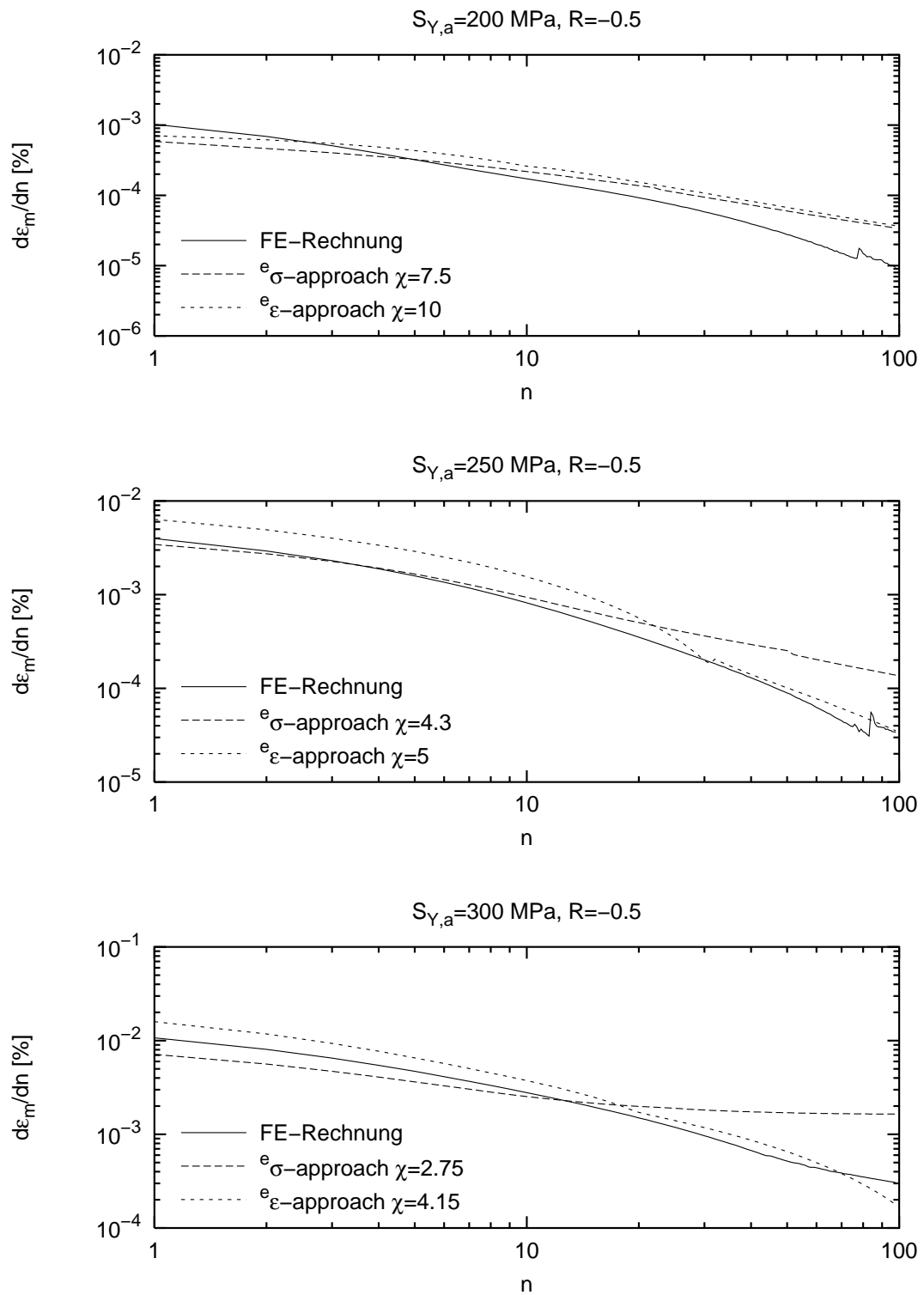


Abbildung 4.9: Anpassung der Ratchetting-Parameter für die Strukturmodelle.

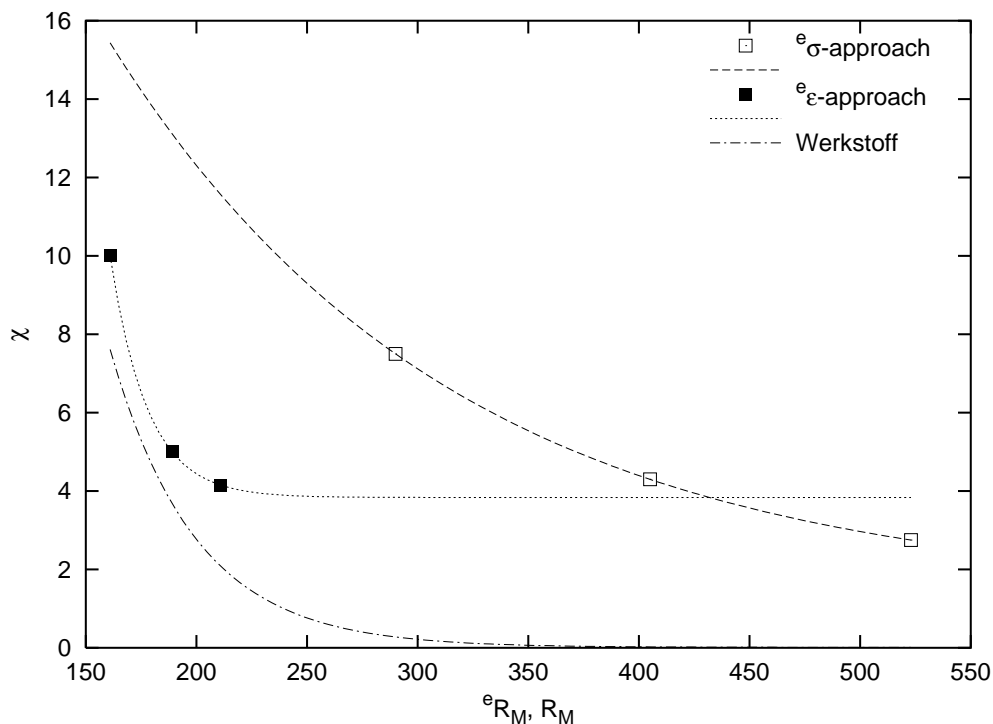


Abbildung 4.10: Abhängigkeit der Ratchetting-Parameter vom Lastniveau.

Tabelle 4.2: Pseudo-Material-Parameter e - σ -Näherung.

i	$r^{(i)}$ MPa	$c_{\infty}^{(i)}$	$a_1^{(i)}$	$b_1^{(i)}$	$a_2^{(i)}$	$b_2^{(i)}$	$Q^{(i)}$
1	95	1099	-0,043	77,4	-0,048	0,007	1,39
2	70	353	-0,068	44,4	-0,109	0,015	1,39
3	100	179	-0,071	34,6	-0,094	0,02	1,39
4	170	72	-0,08	30	-0,132	0,02	1,39
5	805	37,1	-0,07	27	-0,076	0,035	1,39
E MPa	ν	k_0 MPa	a_k	b_k MPa ⁻¹	a_{χ}	b_{χ} MPa ⁻¹	c_M MPa
208500	0.3	142,5	-0,288	-0,00616	28,5	-0,00645	100

Tabelle 4.3: Pseudo-Material-Parameter e - ϵ -Näherung.

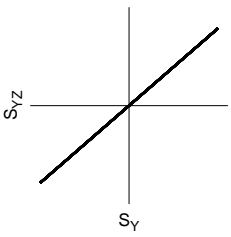
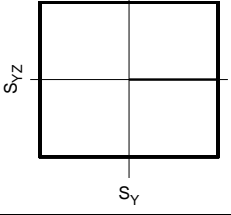
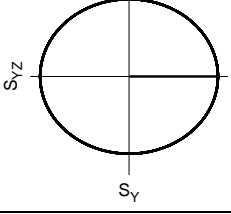
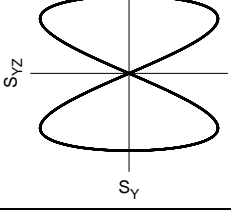
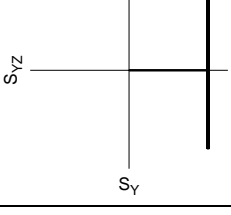
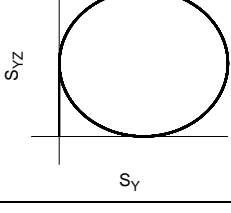
i	$r^{(i)}$ MPa	$c_{\infty}^{(i)}$	$a_1^{(i)}$	$b_1^{(i)}$	$a_2^{(i)}$	$b_2^{(i)}$	$Q^{(i)}$
1	95	3228	-0,124	34,3	0,298	1,144	3,84
2	35	894	-0,277	22	0,217	3,518	3,84
3	30	455	-0,202	34,1	-0,238	0,022	3,84
4	30	223	-0,19	45	-0,103	0,011	3,84
5	100	155	-0,248	21,1	-0,444	0,031	3,84
E MPa	ν	k_0 MPa	a_k	b_k MPa ⁻¹	a_{χ}	b_{χ} MPa ⁻¹	c_M MPa
208500	0.3	149	-0,32	-0,0076	23334	-0,0595	100

4.5 Betrachtete Lastfälle

Zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Kerbnäherungsverfahren unter Verwendung des Plastizitätsmodells von Jiang werden für die abgesetzte Welle die Kerbbeanspruchungen für verschiedene proportionale und nichtproportionale Beanspruchungsfälle mit den beiden Kerbnäherungsverfahren berechnet und den Ergebnissen aus FE-Rechnungen mit dem Jiang-Modell gegenübergestellt. Zusätzlich standen noch Kerbdehnungsmessungen [5] zur Verfügung, welche ebenfalls zum Vergleich herangezogen werden und einen Bezug zwischen den FE-Rechnungen und den realen Verhältnissen in der Kerbe herstellen sollen.

Alle betrachteten Lastfälle orientieren sich an den zur Verfügung stehenden Kerbdehnungsmessungen und sind in Tabelle 4.4 aufgeführt. Die abgesetzte Welle wird mit Zug/Druck und Torsion beaufschlagt. Betrachtet werden jeweils ein proportionaler Fall, drei Fälle mit nichtproportionaler Beanspruchung ohne Mittellasten und zwei nichtproportionale Lastpfade mit Mittellasten. Im proportionalen Beanspruchungsfall und für die Lastfälle ohne Mittellast gilt für das Verhältnis der Nennspannungen $S_{YZ}/S_Y=0.873$, sodass sich in der Kerbe in etwa ein Verhältnis von Schubverzerrung zu Längsdehnung von $\sqrt{3}$ ergibt.

Tabelle 4.4: Lastfälle der abgesetzten Welle mit Jiang-Modell [5].

Lastfall	$S_{Y,(a)}$ [MPa]	$S_{YZ,a}$ [MPa]	Lastpfad
Proportional	225	196,4	
Boxpfad	225	196,4	
90° phasenverschoben R= -1	225	196,4	
Schmetterlingspfad	225	196,4	
Zug statisch und Torsion zyklisch	200	200	
90° phasenverschoben R=0	150	130	

5 Ergebnisse und Diskussion

5.1 Proportionale Beanspruchung

Die Kerbspannungs- und Kerbdehnungspfade für den proportionalen Beanspruchungsfall sind in Abbildung 7.13 und Abbildung 7.14 dargestellt. Beide Näherungsverfahren zeigen in bezug auf die Normal- und Schubbeanspruchung eine gute Übereinstimmung mit der FE-Rechnung und der Kerbdehnungsmessung.

Größere Abweichungen ergeben sich nur für die Dehnungen und Spannungen in Umfangsrichtung. Der Pseudo-Spannungs-Ansatz und auch der Pseudo-Dehnungs-Ansatz überschätzen hier die plastischen Dehnungen um ein Vielfaches und unterschätzen gleichzeitig die sich einstellenden Umfangsspannungen. Wie zu erwarten, zeigt der Pseudo-Dehnungs-Ansatz aufgrund der Dehnungskontrolle bei der Ermittlung der realen Kerbspannungen hier geringere Abweichungen zur FE-Rechnung als der spannungskontrollierte Pseudo-Spannungs-Ansatz, der viel zu große plastische Dehnungen vorhersagt. Dieses Verhalten der Kerbnäherungsverfahren wurde auch schon von Köttgen im Zusammenhang mit dem Mroz-Modell beobachtet [9]. Die Ursache dieser Fehleinschätzung der Umfangsspannung und -dehnung ist darin zu suchen, dass diese Größen sich im FE-Modell aus der Gleichgewichtsiteration an der Gesamtstruktur ergeben. Die einfache Vorgabe fiktiver Kerbdehnungen oder fiktiver Kerbspannungen in Umfangsrichtung basierend auf linear elastischen Kerbfaktoren kann bei den Näherungsverfahren somit nicht zum gleichen Ergebnis führen. Da jedoch die Spannungen und Dehnungen die sich in Umfangsrichtung ergeben deutlich kleiner sind als die Längs- und Schubbeanspruchungen, kann diese Ungenauigkeit im Hinblick auf eine anschließende Lebensdauervorhersage mit herkömmlichen Verfahren vernachlässigt werden, wobei diese Verfahren eine Beanspruchung in Umfangsrichtung meist nicht berücksichtigen.

Das zyklische Ver- und Entfestigungsverhalten kann an diesem Beispiel nur schlecht gezeigt werden. Zum einen wird innerhalb der zehn hier betrachteten Lastwechsel nicht genügend plastische Dehnung akkumuliert um signifikante Änderungen in der Spannungs-Dehnungs-Kurve ausmachen zu können. Zum anderen legt die Anpassung der Pseudo-Materialparameter in Abbildung 4.7 und Abbildung 4.8 nahe, dass sich auf niedrigen Lastniveaus kaum zyklisch ver- oder entfestigendes Materialverhalten beobachten lässt. Die mit dem Pseudo-Spannungs-Ansatz berechneten Spannungs-Dehnungs-Pfade zeigen eine leichte Erhöhung der Spannungsamplituden bei gleichzeitiger Abnahme der Dehnungsamplituden, also ein leicht verfestigendes Materialverhalten, welches mit der FE-Rechnung übereinstimmt. Die Abweichungen der Dehnungsamplituden zu den Messergebnissen sind auch auf den nicht stabilisierten Zustand des Werkstoff nach zehn berechneten Lastwechseln zurückzuführen. Wie

Abbildung 4.6 nahe legt, ergibt sich bis zum stabilisierten Zustand noch eine deutliche Verfestigung des Materials, welche die Dehnungsamplituden der FE-Rechnung und Kerbnäherung noch näher an die im stabilisierten Zustand durchgeführte Kerbdehnungsmessung bringen würde.

5.2 Nichtproportionale Lastpfade ohne Mittelspannung

5.2.1 Boxpfad

Die Ergebnisse des Pseudo-Spannungs-Ansatzes (Abbildung 7.15) zeigen bis auf die im vorhergehenden Abschnitt bereits besprochene Umfangsrichtung eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der FE-Rechnung. Dabei stimmt sowohl der qualitative Verlauf von Kerbspannung und –dehnung als auch die Amplituden überein.

Beim Pseudo-Dehnungs-Ansatz (Abbildung 7.16) ergibt sich nur eine Übereinstimmung für die Kerbspannungen. Die mit der Näherungslösung berechneten Kerbdehnungen sind kleiner als die Kerbdehnungen der FE-Rechnung.

Vergleicht man jedoch die Näherungsrechnungen mit den Kerbdehnungsmessungen, ergibt sich ein umgekehrtes Bild. Der Pseudo-Dehnungs-Ansatz liefert jetzt korrekte Kerbdehnungen und die mit dem Pseudo-Spannungs-Ansatz ermittelten Kerbdehnungen erscheinen zu groß.

Dieser Effekt entsteht wie schon in [4] festgestellt dadurch, dass das Jiang-Modell nicht in der Lage ist Cross-Hardening-Effekte zu beschreiben. Unter Cross-Hardening versteht man eine Zusatzverfestigung des Werkstoffs unter nichtproportionaler Beanspruchung. Erklärt wird dies mit der gegenseitigen Blockierung von Gleitebenen im Werkstoff bei sich verändernden Hauptspannungsrichtungen.

Da solche Verfestigungseffekte vom Jiang-Modell nicht abgebildet werden, kann man davon ausgehen, dass bereits die FE-Rechnungen den tatsächlichen Zustand in der Kerbe nicht wiedergeben. Der Werkstoff erscheint zu „weich“ und man erhält zu geringe Spannungen und zu große Dehnungen. Letzteres zeigt sich beim Vergleich der FE-Ergebnisse mit den Kerbdehnungsmessungen (Abbildung 7.15).

Für die Näherungslösungen ergeben sich daraus folgende Konsequenzen:

Der Pseudo-Dehnungs-Ansatz liefert im ersten Schritt bei vorgegebenen fiktiven Dehnungen ohne Berücksichtigung von nichtproportionaler Verfestigung mit der FE-Rechnung übereinstimmende zu geringe reale Kerbspannungen. Im zweiten Schritt werden wiederum ohne den Cross-Hardening-Effekt aus den zu geringen Kerbspannungen zu geringe Kerbdehnungen berechnet. Diese stimmen jedoch mit den realen gemessenen Kerbdehnungen überein. Die zweimalige Anwendung des Materialmodells, einmal dehnungs- und einmal spannungskontrolliert, führt hier am Ende zu korrekten Dehnungen aber zu geringeren Spannungen.

Beim Pseudo-Spannungs-Ansatz wird das Materialmodell im Prinzip zweimal spannungskontrolliert aufgerufen. Erst werden aus den fiktiven Spannungen die realen plastischen Kerbdehnungen berechnet. Da das Cross-Hardening nicht berücksichtigt wird, sind die berechneten plastischen Kerbdehnungen zu groß. Im zweiten Schritt werden dann elastische Dehnungen (Spannungen) so vorgegeben, dass sich die gleichen plastischen Kerbdehnungen einstellen. Ohne die Berücksichtigung der nichtproportionalen Verfestigung ergeben sich hier zu geringe elastische Dehnungen (Spannungen).

5.2.2 90° Phasenverschiebung

Die Ergebnisse der Berechnungen für sinusförmige Belastungen mit einer Phasenverschiebung zwischen Normal- und Nennschubspannung sind in Abbildung 7.17 und Abbildung 7.18 dargestellt. Prinzipiell zeigen beide Verfahren hier dasselbe Verhalten wie für den Boxpfad. Allerdings treten die oben genannten Effekte aufgrund der Vernachlässigung des Cross-Hardenings noch deutlicher ans Licht. Der Pseudo-Spannungs-Ansatz sagt eindeutig zu große Dehnungen im Vergleich zu den Kerbdehnungsmessungen und den FE-Ergebnissen voraus. Beim Pseudo-Dehnungs-Ansatz wird das durch den zweimaligen dehnungs- und spannungskontrollierten Aufruf der Materialroutine etwas kompensiert und die abgeschätzten Kerbdehnungen stimmen gut mit den FE-Rechnungen und Messungen überein. Beide Verfahren zeigen eine gute Übereinstimmung mit der FE-Rechnung bezüglich der vorhergesagten Spannungen. Da diese jedoch ohne die nichtproportionale Verfestigung zu gering sind, sollte die Übereinstimmung an dieser Stelle nicht überbewertet werden.

5.2.3 Schmetterlingspfad

Im nächsten Fall wurden die Kerbspannungen und Kerbdehnungen für eine sinusförmige Belastung mit unterschiedlicher Frequenz der beiden Hauptbeanspruchungskomponenten abgeschätzt. Dabei lief die Nennschubspannung mit der doppelten Frequenz der Nennnormalspannung. Die Spannungs-Dehnungs-Pfade für die beiden Näherungsverfahren sind in Abbildung 7.19 und Abbildung 7.20 dargestellt.

Aufgrund der unterschiedlichen Frequenz der Nennspannungen kommt es innerhalb des ersten Lastwechsels zu einem zyklischen Kriechen des Werkstoffs. Der Werkstoff kriecht unter der niederfrequenten Normalspannung bei gleichzeitig wechselnder Schubspannung in Wellenlängsrichtung. Die FE-Rechnungen weisen eine deutlich hervortretende Zug-Mitteldehnung auf, die sich durch die Messungen nicht bestätigen lässt. In [4] wurde aber schon darauf hingewiesen, dass der verwendete Parametersatz für das Jiang-Modell nur einachsiges Ratchetting gut wiedergibt. Das Ratchetting-Verhalten wird durch die Näherungsverfahren im Vergleich zur FE-Rechnung nur qualitativ aber nicht quantitativ beschrieben. Grund dafür ist die nur im begrenzten Rahmen durchgeführte Anpassung der für das Ratchetting verantwortlichen Pseudo-

Materialparameter. Die Anpassung erfolgte nur für die Mindestanzahl von drei Lastniveaus und nur für einachsige Fälle (siehe Abschnitt 4.4.6).

Die berechneten Spannungen stimmen wie schon in den anderen Fällen gut mit den FE-Ergebnissen überein, wobei auch hier die Einschränkungen bezüglich der nichtproportionalen Verfestigung gelten.

Der Pseudo-Spannungs-Ansatz weist aufgrund der reinen Spanningskontrolle wieder höhere Kerbdehnungen als der Pseudo-Dehnungs-Ansatz auf.

5.3 Lastpfade mit Mittelspannung

5.3.1 Zug statisch / Torsion zyklisch

Ein Standardfall zur Beurteilung des mehrachsigen Ratchetting-Verhaltens eines Werkstoffs ist die Überlagerung einer statischen Lastkomponente mit einer zyklischen Beanspruchung. Die mit den Näherungsverfahren abgeschätzten Kerbbeanspruchungen für den Fall einer statischen Normalkraft unter zyklischer Torsion sind in Abbildung 7.21 und Abbildung 7.22 dargestellt.

Die FE-Rechnung überschätzt die sich im mehrachsigen Fall einstellende Mitteldehnung im Vergleich zur Kerbdehnungsmessung um ein Vielfaches. Das wurde auch schon in [4] festgestellt und ist der Tatsache zuschreiben, dass die hier verwendeten Parameter des Jiang-Modells nur für einachsige Ratchetting gültig sind.

Weiterhin zeigen die FE-Rechnungen, dass in der Kerbe bei Relaxation der statischen Normalspannung gleichzeitig ein Kriechen in Längsrichtung auftritt. Dieses Verhalten kann bei der Benutzung des Jiang-Modells von beiden Näherungsverfahren abgebildet werden. Unter Verwendung des Werkstoffmodells von Mroz ergibt der Pseudo-Spannungs-Ansatz nur zyklisches Kriechen (Abbildung 7.10) und der Pseudo-Dehnungs-Ansatz hauptsächlich Relaxation (Abbildung 7.12).

Beim Pseudo-Dehnungs-Ansatz mit Jiang-Modell relaxiert die statische Kerbnormalspannung im ersten Schritt bei der Vorgabe einer fiktiven Mitteldehnung und unter zyklischer fiktiver Schubverzerrung. Im zweiten Schritt bei der Berechnung der Kerbdehnungen erzeugt diese Mittelspannung ein Kriechen unter Einwirkung der zyklischen Schubspannung. Aufgrund der am einachsigen Fall abgeleiteten Materialparameter wird die Relaxation im ersten Schritt bezogen auf die FE-Rechnung überschätzt. Das führt im zweiten Schritt der Näherungsrechnung zu einer Unterschätzung der aus der FE-Rechnung gewonnenen Kriechraten.

Beim Pseudo-Spannungs-Ansatz werden mit den ungeeigneten Materialparametern im ersten Schritt bei vorgegebenen fiktiven Mittelspannungen im Vergleich zur Kerbdehnungsmessung zu große Kriechraten bestimmt. Diese stimmen jedoch wieder ungefähr mit den FE-Ergebnissen überein.

Insgesamt lässt sich wieder eine Übereinstimmung der Spannungen aus FE-Rechnung und Kerbnäherung feststellen. Der Pseudo-Dehnungs-Ansatz sagt auch im Fall von Ratchetting geringere Dehnungen als der Pseudo-Spannungs-Ansatz voraus und liegt damit eher zufällig näher an der Wirklichkeit. Die Dehnungen aus dem Pseudo-Spannungs-Ansatz stimmen wie schon in allen vorhergehenden Beanspruchungsfällen eher mit den Ergebnissen der FE-Rechnung überein.

Prinzipiell ist das Jiang-Modell sehr gut geeignet um Ratchetting für proportionale und nichtproportionale Beanspruchungen zu beschreiben, wenn die Ratchetting-Parameter speziell angepasst werden. Ebenso lassen sich auch mit den Kerbnäherungsverfahren optimale Ergebnisse für zyklisches Kriechen und Mittelspannungsrelaxation in der Kerbe erzielen, wenn auf sorgfältig angepasste Materialparametersätze zurückgegriffen werden kann.

5.3.2 90° Phasenverschiebung und Mittelspannung

Als letztes wurde ein Beanspruchungsfall mit gleichzeitigem Auftreten von Phasenverschiebung und Mittellast betrachtet. Dabei hatten Zug- und Torsionsbeanspruchung eine Mittelspannungskomponente und waren gegeneinander um 90° phasenverschoben. Die ermittelten Spannungs-Dehnungs-Pfade aus FE-Rechnung und Kerbnäherung sind Abbildung 7.23 und Abbildung 7.24 dargestellt.

Bezüglich der Spannungen zeigen beide Näherungsverfahren eine gute Übereinstimmung mit der FE-Rechnung. Die sich einstellenden Mitteldehnungen und Dehnungsamplituden aus FE-Rechnung, Kerbdehnungsmessung und Kerbnäherung weichen jedoch deutlich voneinander ab. Ursachen dafür sind wieder die nicht ausreichend angepassten Ratchetting-Parameter und die unberücksichtigten nichtproportionalen Verfestigungseffekte.

6 Schlussfolgerungen und Ausblick

Die für das Beispiel der abgesetzten Welle berechneten Spannungs-Dehnungs-Pfade zeigen, dass die realisierte Erweiterung der Kerbnäherungsverfahren nach Kötting, Barkey und Socie [9] durch das Plastizitätsmodell von Jiang [6] ein durchaus erfolgversprechender Weg ist um zyklisches Werkstoffverhalten in Kerben abzubilden. Dabei ergibt sich aus dem Jiang-Modell eine qualitativ deutlich bessere Beschreibung des Ratchettings und der zyklischen Ver- und Entfestigung in der Kerbe als mit anderen Materialmodellen wie z.B. dem Mroz-Modell. Dieser Sachverhalt wurde auch schon in [4] für ungekerbte Strukturen festgestellt. Die mit den Kerbnäherungsverfahren berechneten Spannungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der FE-Rechnung. Der Pseudo-Spannungs-Ansatz liefert aufgrund der reinen Spannungsvorgabe nur leicht größere Kerbdehnungen im Vergleich zu den FE-Ergebnissen. Der Pseudo-Dehnungs-Ansatz weist in Übereinstimmung mit den Kerbdehnungsmessungen stets kleinere Kerbdehnungen gegenüber der FE-Rechnung aus.

Der Vergleich der FE- und Näherungsrechnungen mit den Kerbdehnungsmessungen zeigt einen gravierenden Nachteil des Jiang-Modells. Es berücksichtigt keine nichtproportionale Verfestigung, das sogenannte Cross- oder Out-of-Phase-Hardening. Dadurch werden bei nichtproportionalen Beanspruchungen stets zu große Kerbdehnungen und zu geringe Kerbspannungen vorhergesagt. Im Hinblick auf anschließende Lebensdauervorhersagen können sich daraus schwerwiegende Fehleinschätzungen der Bauteillebensdauer ergeben. Weiterhin lassen sich die für das Ratchetting verantwortlichen Parameter kaum gleichzeitig für proportionale und nichtproportionale Beanspruchungen anpassen. Verbesserungen in dieser Hinsicht werden jedoch von einem modifizierten Jiang-Modell [2] erwartet, welches sich zur Zeit in der Entwicklung befindet. Es verspricht eine genauere Anpassung des Ratchetting-Verhaltens an proportionale und nichtproportionale Beanspruchungen sowie die Berücksichtigung des Cross- oder Out-of-Phase-Hardenings, durch die Einführung weiterer Materialparameter. Weiterführende vergleichende Untersuchungen der Kerbnäherungsverfahren in Verbindung mit dem neuen Materialmodell sollten deshalb durchgeführt werden, wenn es zur Verfügung steht.

Ein weiterer Fehler, der bei den Kerbnäherungsrechnungen an der abgesetzten Welle unter Zug auffällt, ist die deutliche Unterschätzung der Spannungen und Überschätzung der Dehnungen in Umfangsrichtung durch beide Näherungsverfahren. Ursache ist hier die triviale Vorgabe fiktiver Dehnungen oder Spannungen entsprechend der linear-elastischen Kerbfaktoren. Die Auswirkungen dieser Fehleinschätzung der Kerbeanspruchungen in Umfangsrichtung auf die anschließenden Lebensdauervorhersagen sollte auf jeden Fall weiter betrachtet werden, sofern die Beanspruchungsgrößen in Umfangsrichtung dort eine Rolle spielen.

Weiterhin sollte ein Vergleich der in dieser Arbeit betrachteten Kerbnäherungsverfahren für mehrachsig nichtproportionale Beanspruchungen mit anderen mehrachsigen Kerbnäherungslösungen erfolgen. Insbesondere sollte dabei neben der Qualität der Ergebnisse auch der praktisch zu bewältigende Aufwand im Vordergrund stehen, da die Näherungslösungen nach Köttgen, Barkey und Socie speziell in Verbindung mit den aktuellen Plastizitätsmodellen eine sehr aufwendige Anpassung der Pseudo-Materialparameter erfordern. Im Besonderen ist dabei auf das Näherungsverfahren nach Glinka [3] hinzuweisen, das ohne die Anpassung der Materialparameter auskommt und sich auf eine inkrementelle Neuber-Regel stützt.

Literaturverzeichnis

- [1] Barkey, M. E., Socie, D. F., Hsia, K. J.; A Yield Surface Approach to the Estimation of Notch Strains for Proportional and Nonproportional Cyclic Loading. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 116, pp. 173-180, 1994
- [2] Döring, R., Hoffmeyer J., Seeger, T., Vormwald, M.; A Plasticity Model for Calculating Stress-Strain Sequences Under Multiaxial Nonproportional Cyclic Loading. Unveröffentlicht, 2002
- [3] Glinka, G., Bucynski, A.; An Analysis of Elasto-Plastic Strains and Stresses in Notched Bodies Subjected to Cyclic Non-Proportional Loading Paths. In: *Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, pp. 265-283, 2000
- [4] Hoffmeyer, J., Döring, R., Schliebner, R., Vormwald, M., Seeger, T.; Lebensdauervorhersage für mehrachsige nichtproportional schwingbeanspruchte Werkstoffe mit Hilfe des Kurzrissfortschrittskonzepts. FD-2/2000, FG Werkstoffmechanik, TU Darmstadt, 2000
- [5] Hoffmeyer, J.; Persönliche E-Mail vom 15.06.2003, TU Darmstadt, 2003
- [6] Jiang, Y.; Cyclic Plasticity with an Emphasis on Ratchetting. Ph. D. Thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, Illinois, 1993
- [7] Köttgen, V. B., Anthes, R. J., Seeger, T.; Implementation des Werkstoffmodells von Mroz in das Finite Element Programm ABAQUS – Teil 1: Grundlagen. FF-7/1991, FG Werkstoffmechanik, TU Darmstadt, 1991
- [8] Köttgen, V. B., Anthes, R. J., Seeger, T.; Implementation des Werkstoffmodells von Mroz in das Finite Element Programm ABAQUS – Teil 2: Quelltext und Beispiele. FW-8/1991, FG Werkstoffmechanik, TU Darmstadt, 1991
- [9] Köttgen, V. B., Barkey, M. E., Socie, D. F.; Pseudo Stress and Pseudo Strain based Approaches to Multiaxial Notch Analysis. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 18(9), pp. 981-1006, 1995
- [10] Socie, D. F., Marquis, G. B.; *Multiaxial Fatigue*, SAE, Warrendale/Pa., 2000
- [11] Vormwald, M.; Vorlesungsskript Werkstoffmechanik. Bauhaus-Universität Weimar, 2000

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1:	Zerlegung der zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve und der Last-Kerbdehnungs-Kurve in elastischen und plastischen Anteil. ..	16
Abbildung 2.2:	Ablaufdiagramm Pseudo-Spannungs-Ansatz.	18
Abbildung 2.3:	Ablaufdiagramm Pseudo-Dehnungs-Ansatz.	19
Abbildung 4.1:	Abmessungen der abgesetzten Welle [4].	28
Abbildung 4.2:	FE-Modell der abgesetzten Welle.	29
Abbildung 4.3:	Pseudo-Spannung und plastische Kerbdehnung bei verschiedenen Nennspannungsverhältnissen.	31
Abbildung 4.4:	Zyklisch stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Kurven.	33
Abbildung 4.5:	Anpassung des Non-Masing Verhaltens für den Pseudo-Spannungs-Ansatz.	34
Abbildung 4.6:	Zyklische Ver- und Entfestigung des Jiang-Modells.	35
Abbildung 4.7:	Anpassung der Ver- und Entfestigungsparameter für den Pseudo-Spannungs-Ansatz.	36
Abbildung 4.8:	Anpassung der Ver- und Entfestigungsparameter für den Pseudo-Dehnungs-Ansatz.	37
Abbildung 4.9:	Anpassung der Ratchetting-Parameter für die Strukturmodelle.	39
Abbildung 4.10:	Abhängigkeit der Ratchetting-Parameter vom Lastniveau.	40
Abbildung 7.1:	„X“-Pfad mit ${}^e\sigma$ -Näherung Verifikationsrechnung.	54
Abbildung 7.2:	„X“-Pfad mit ${}^e\sigma$ -Näherung aus [9].	54
Abbildung 7.3:	„X“-Pfad mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung Verifikationsrechnung.	55
Abbildung 7.4:	„X“-Pfad mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung aus [9].	55
Abbildung 7.5:	Frequenzverhältnis 1:5 mit ${}^e\sigma$ -Näherung Verifikationsrechnung.	56
Abbildung 7.6:	Frequenzverhältnis 1:5 mit ${}^e\sigma$ -Näherung aus [9].	56
Abbildung 7.7:	Frequenzverhältnis 1:5 mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung Verifikationsrechnung.	57
Abbildung 7.8:	Frequenzverhältnis 1:5 mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung aus [9].	57
Abbildung 7.9:	Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit ${}^e\sigma$ -Näherung Verifikationsrechnung.	58
Abbildung 7.10:	Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit ${}^e\sigma$ -Näherung aus [9].	58

Abbildung 7.11:	Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung Verifikationsrechnung.....	59
Abbildung 7.12:	Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung aus [9].....	59
Abbildung 7.13:	Proportionale Beanspruchung mit ${}^e\sigma$ -Näherung.....	60
Abbildung 7.14:	Proportionale Beanspruchung mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung.....	61
Abbildung 7.15:	Boxpfad mit ${}^e\sigma$ -Näherung.....	62
Abbildung 7.16:	Boxpfad mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung.....	63
Abbildung 7.17:	90° phasenverschobene Beanspruchung mit ${}^e\sigma$ -Näherung.....	64
Abbildung 7.18:	90° phasenverschobene Beanspruchung mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung.....	65
Abbildung 7.19:	Schmetterlingspfad mit ${}^e\sigma$ -Näherung.....	66
Abbildung 7.20:	Schmetterlingspfad mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung.....	67
Abbildung 7.21:	Normalkraft statisch, Torsion zyklisch mit ${}^e\sigma$ -Näherung.....	68
Abbildung 7.22:	Normalkraft statisch, Torsion zyklisch mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung.....	69
Abbildung 7.23:	Phasenverschobene Belastung R=0 mit ${}^e\sigma$ -Näherung.....	70
Abbildung 7.24:	Phasenverschobene Belastung R=0 mit ${}^e\varepsilon$ -Näherung.....	71
Abbildung 7.25:	Kerbnormalspannung σ_y bei $S_Y=1$ MPa (ABAQUS).....	72
Abbildung 7.26:	Umfangsspannung σ_z bei $S_Y=1$ MPa (ABAQUS).....	72
Abbildung 7.27:	Schubspannung τ_y bei $S_{YZ}=1$ MPa (ABAQUS).....	73

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1.1:	Hauptgruppen von Kerbbeanspruchungen [11].	9
Tabelle 2.1:	Zuordnung der Parameter zu Werkstoffeigenschaften.	22
Tabelle 2.2:	Statische und zyklische Werkstoffparameter S460N aus [4].	23
Tabelle 2.3:	Parameter Jiang-Modell S460N (M=5) aus [4].	23
Tabelle 3.1:	Lastfälle Verifikationsrechnung [9].	26
Tabelle 3.2:	Kerbfaktoren Verifikationsrechnung [9].	27
Tabelle 3.3:	Materialparameter Mroz-Modell [9].	27
Tabelle 4.1:	Kerbfaktoren der abgesetzten Welle.	29
Tabelle 4.2:	Pseudo-Material-Parameter $^e\sigma$ -Näherung.	40
Tabelle 4.3:	Pseudo-Material-Parameter $^e\varepsilon$ -Näherung.	40
Tabelle 4.4:	Lastfälle der abgesetzten Welle mit Jiang-Modell [5].	42

7 Anlagen

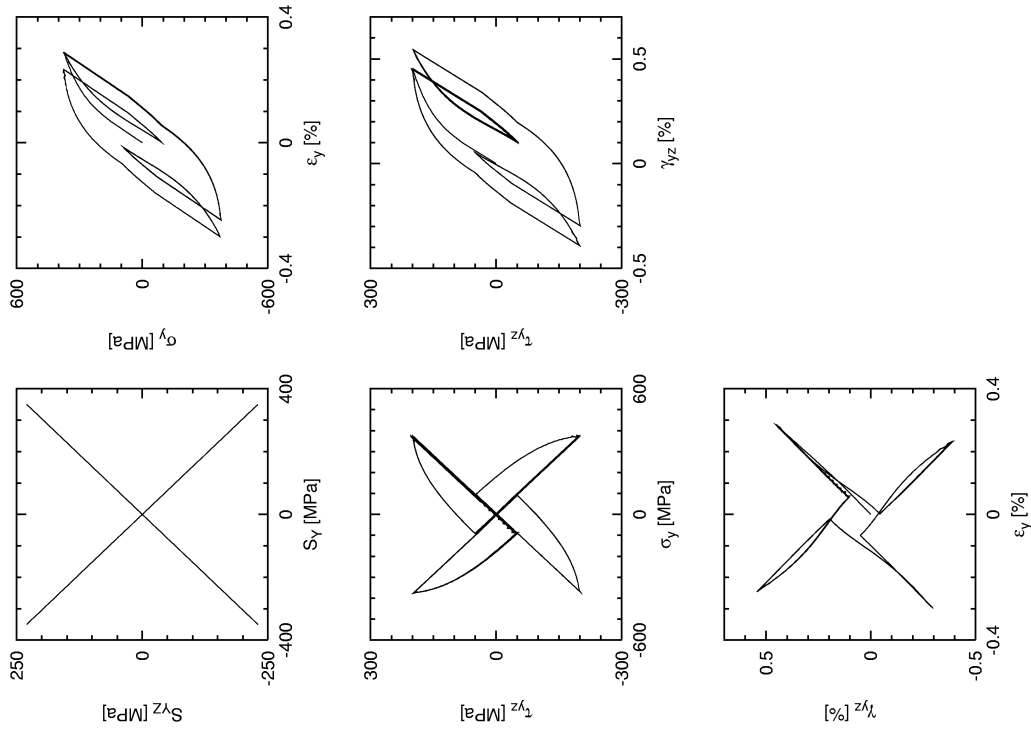


Abbildung 7.1: „X“-Pfad mit σ -Näherung Verifikationsrechnung.

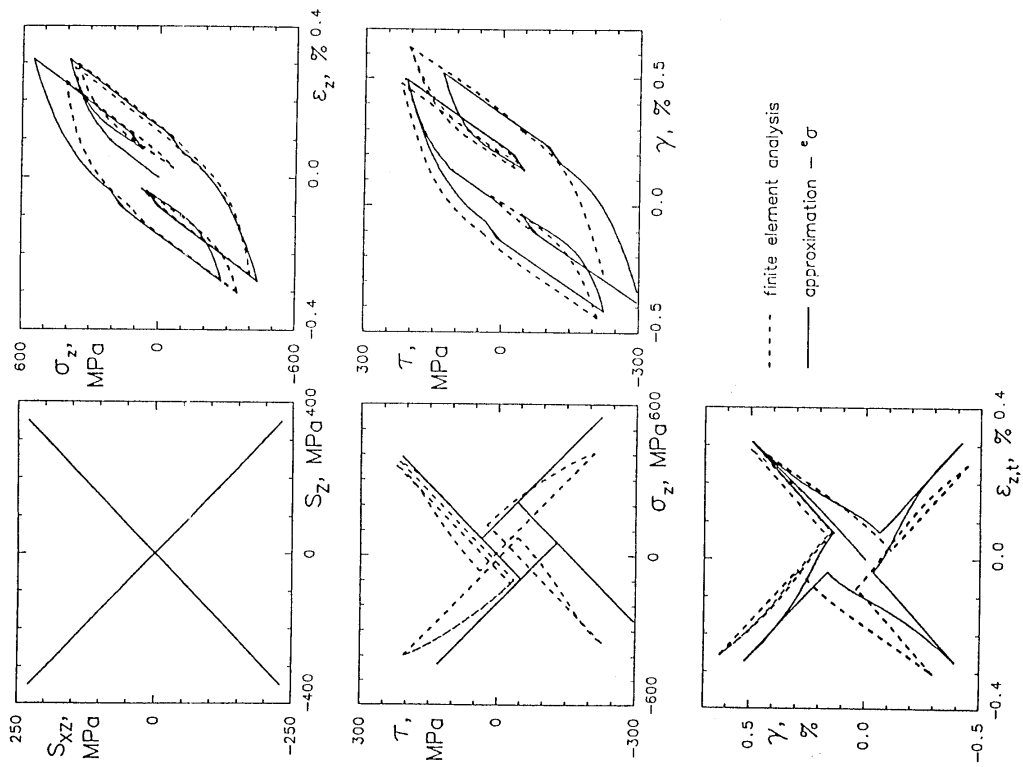


Abbildung 7.2: „X“-Pfad mit σ -Näherung aus [9].

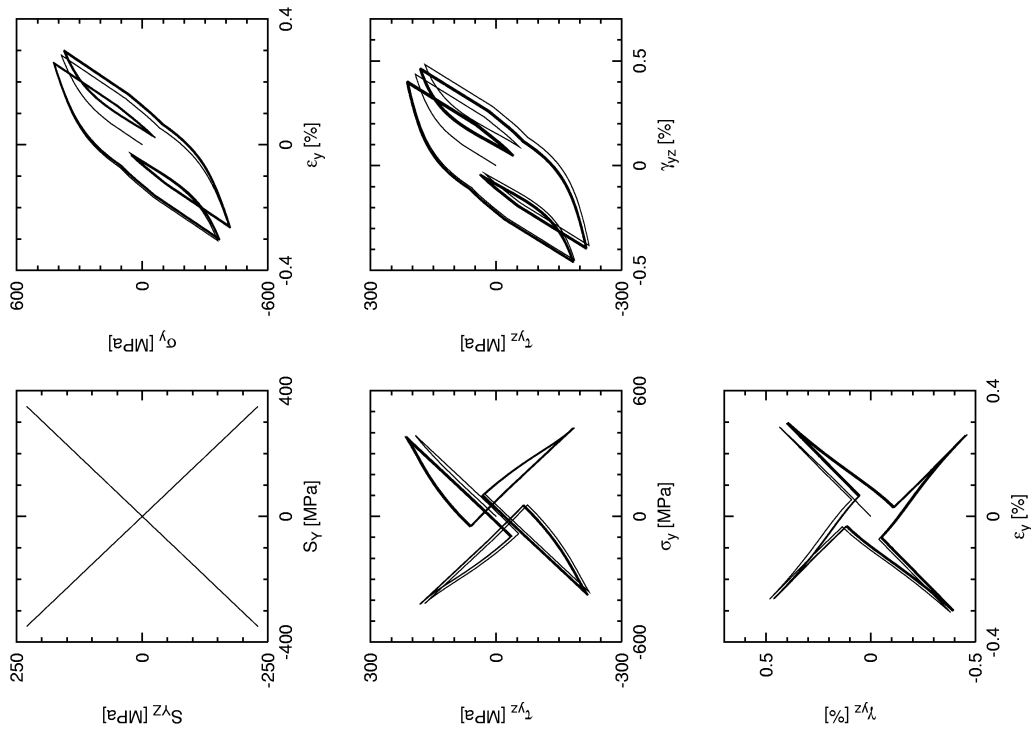


Abbildung 7.3: „X“-Pfad mit ϵ -Näherung Verifikationsrechnung.

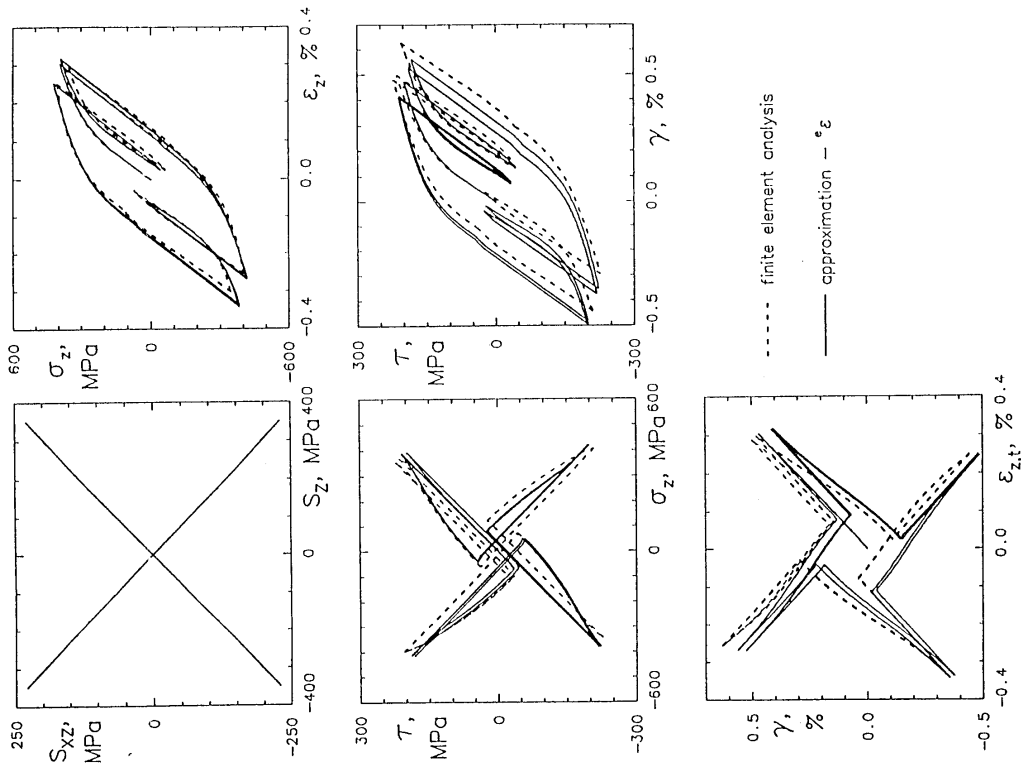


Abbildung 7.4: „X“-Pfad mit ϵ -Näherung aus [9].

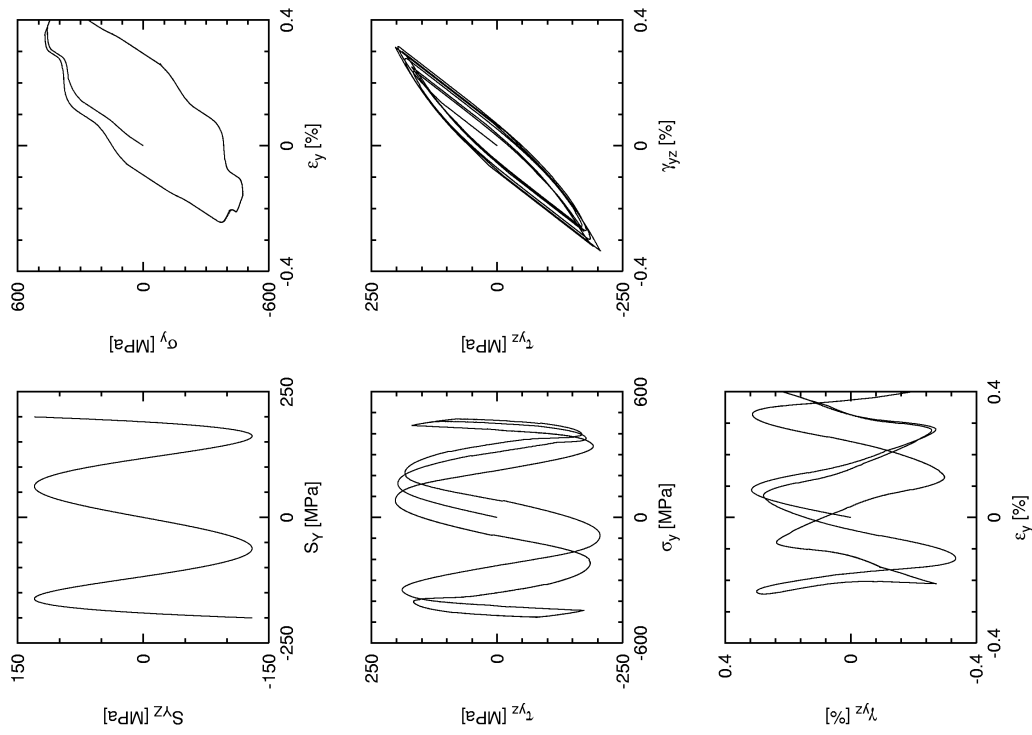


Abbildung 7.5: Frequenzverhältnis 1:5 mit σ -Näherung Verifikationsrechnung.

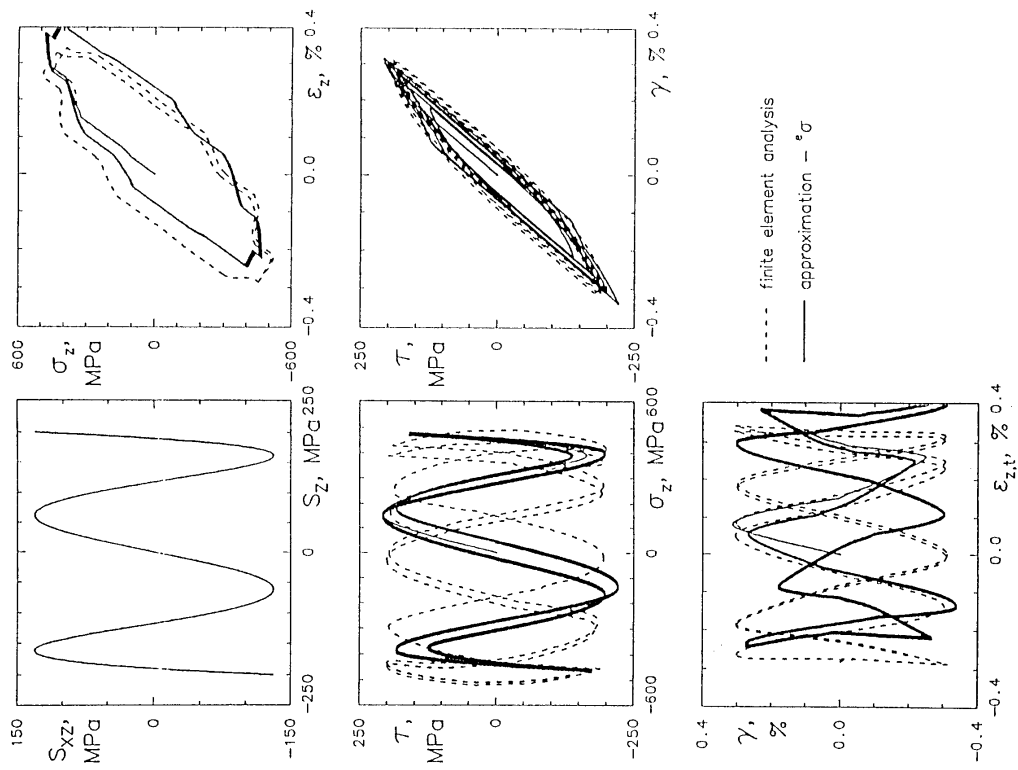


Abbildung 7.6: Frequenzverhältnis 1:5 mit σ -Näherung aus [9].

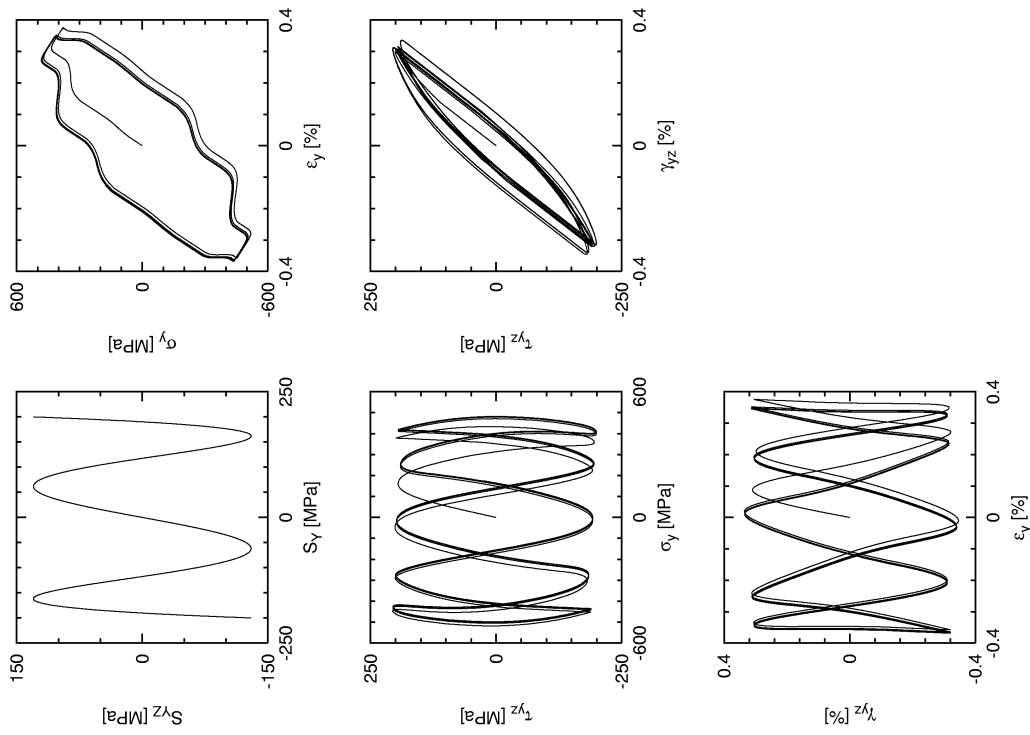


Abbildung 7.7: Frequenzverhältnis 1.5 mit ϵ -Näherung Verifikationsrechnung.

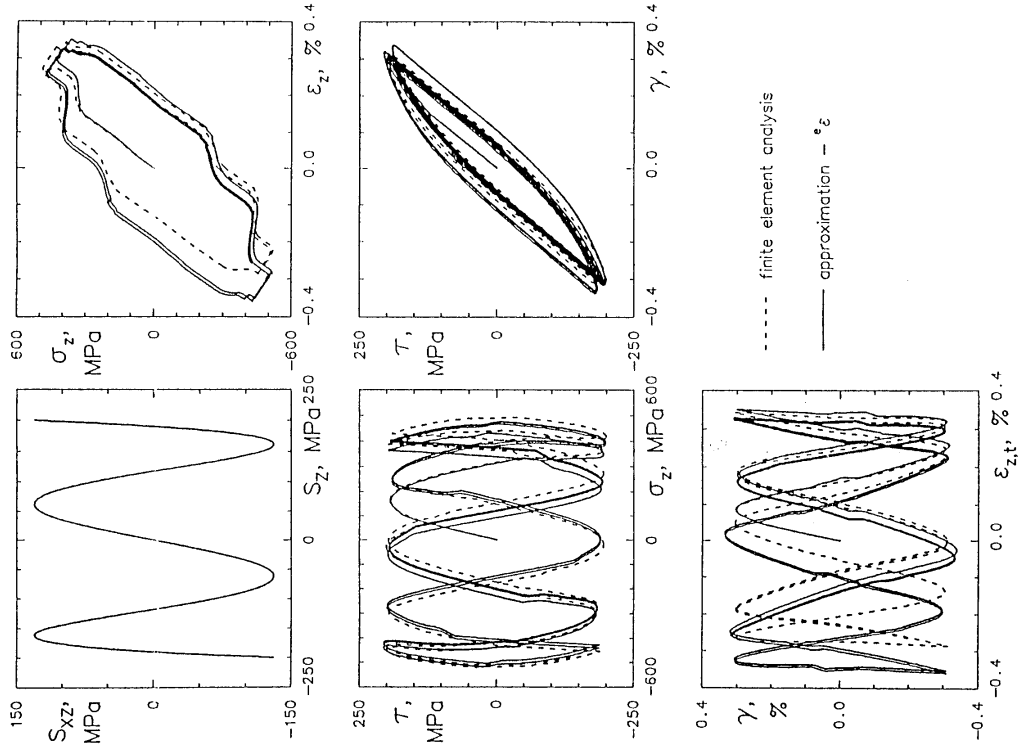


Abbildung 7.8: Frequenzverhältnis 1.5 mit ϵ -Näherung aus [9].

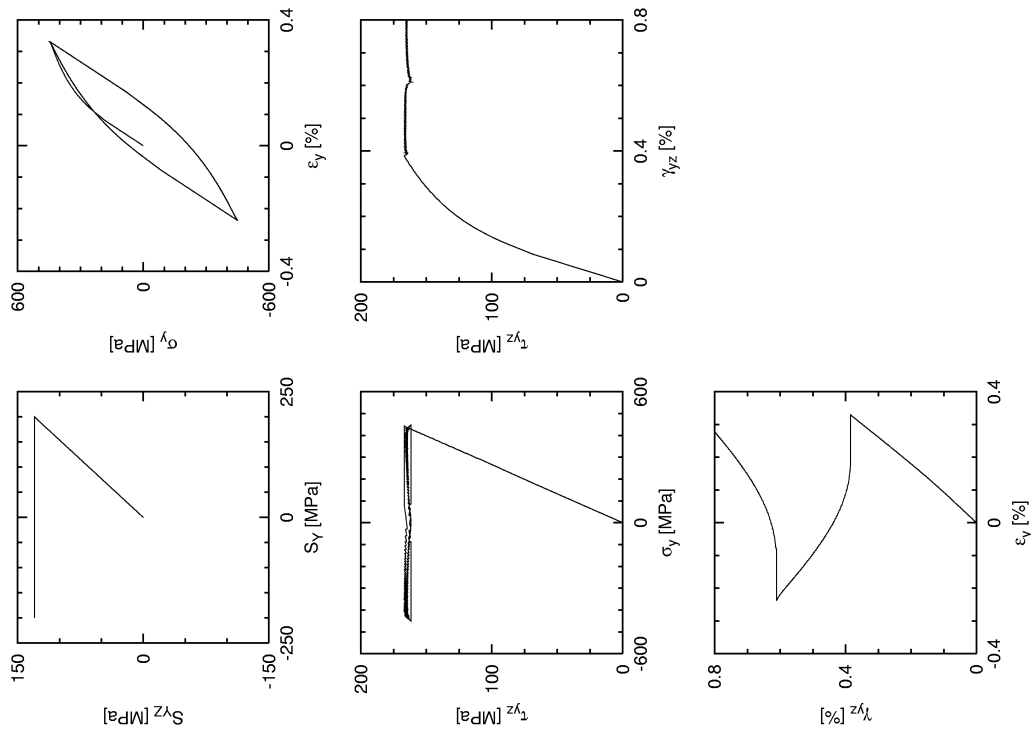


Abbildung 7.9: Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit σ -Näherung Verifikationsrechnung.

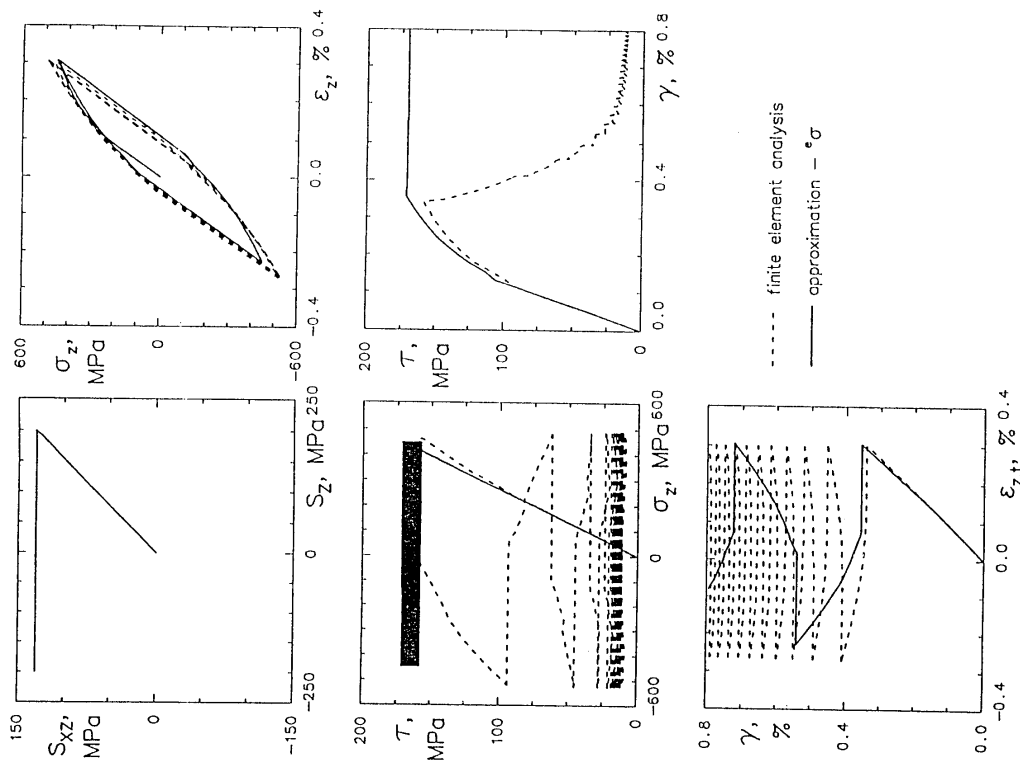


Abbildung 7.10: Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit σ -Näherung aus [9].

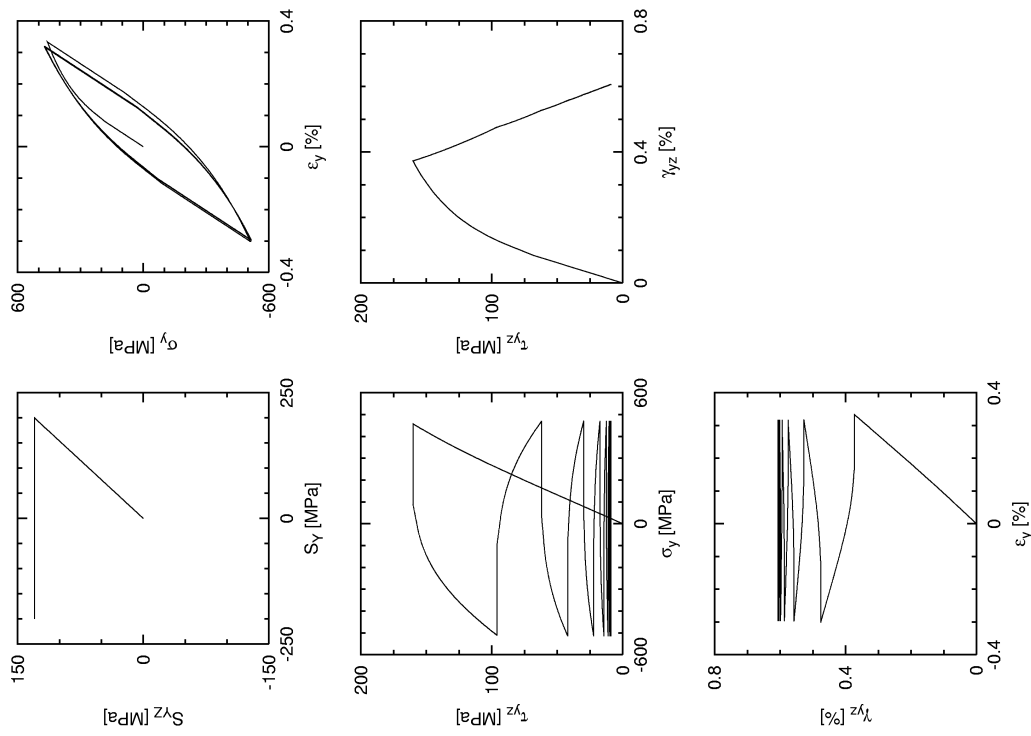


Abbildung 7.11: Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit ϵ -Näherung Verifikationsrechnung.

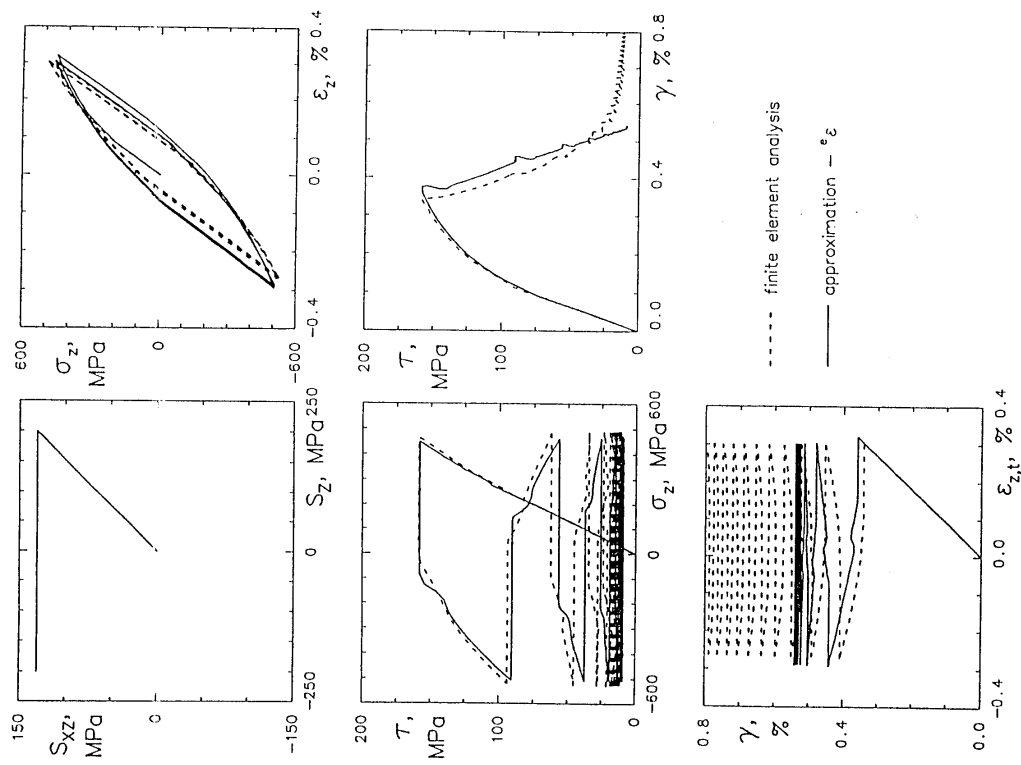


Abbildung 7.12: Torsion statisch, Normalkraft zyklisch mit ϵ -Näherung aus [9].

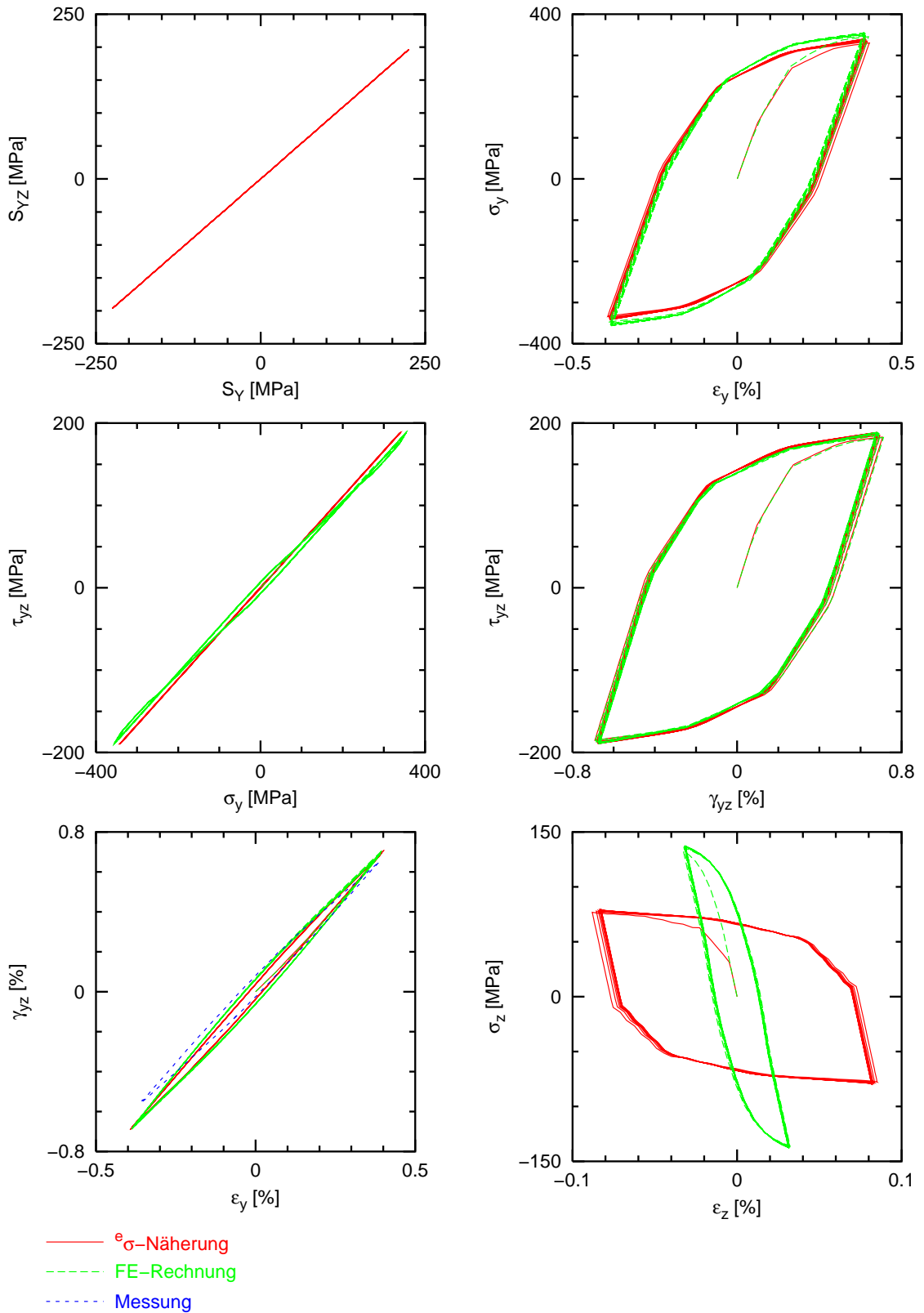


Abbildung 7.13: Proportionale Beanspruchung mit ϵ - σ -Näherung.

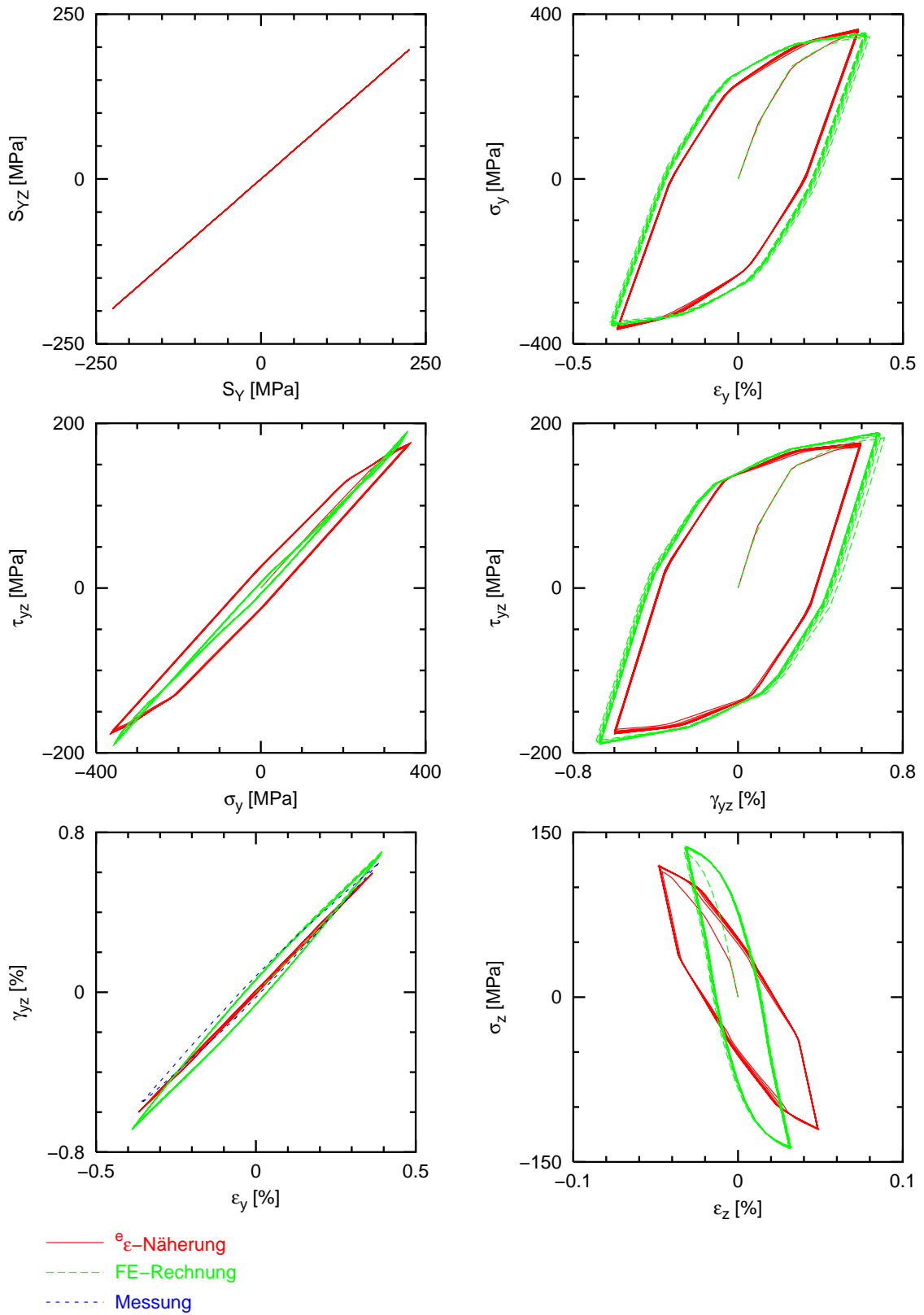


Abbildung 7.14: Proportionale Beanspruchung mit ϵ -Näherung.

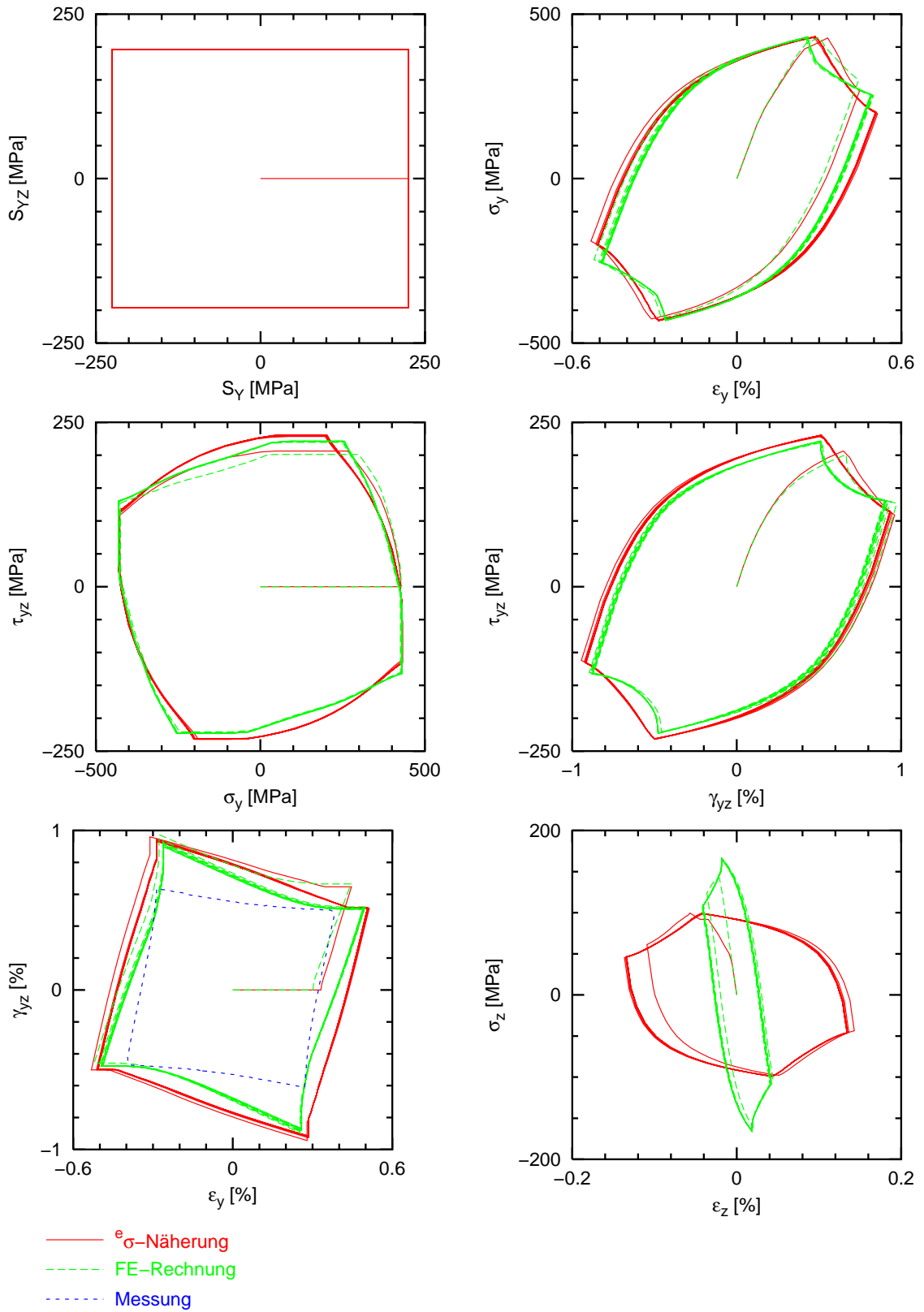


Abbildung 7.15: Boxpfad mit e_σ -Näherung.

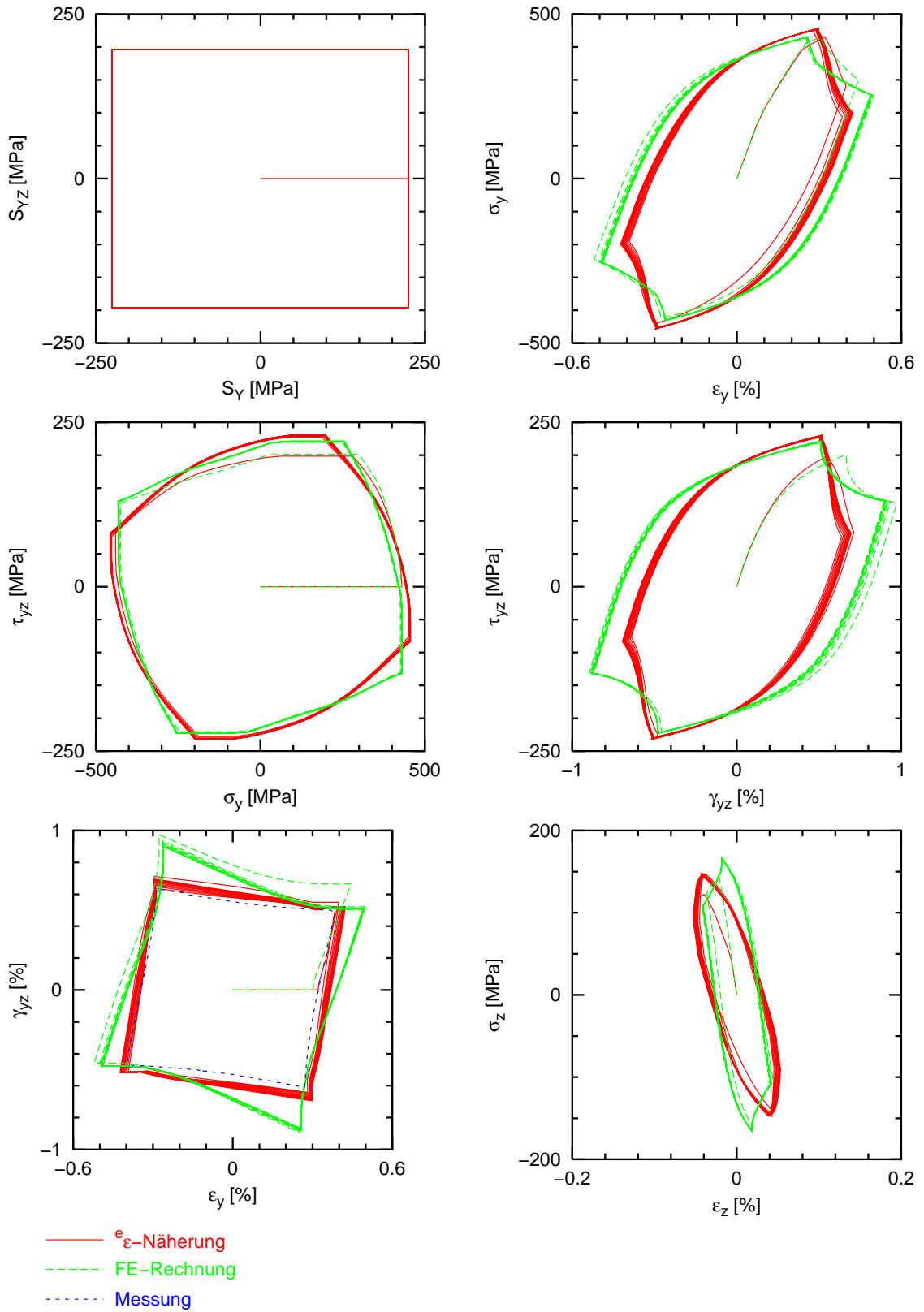


Abbildung 7.16: Boxpfad mit ϵ -Näherung.

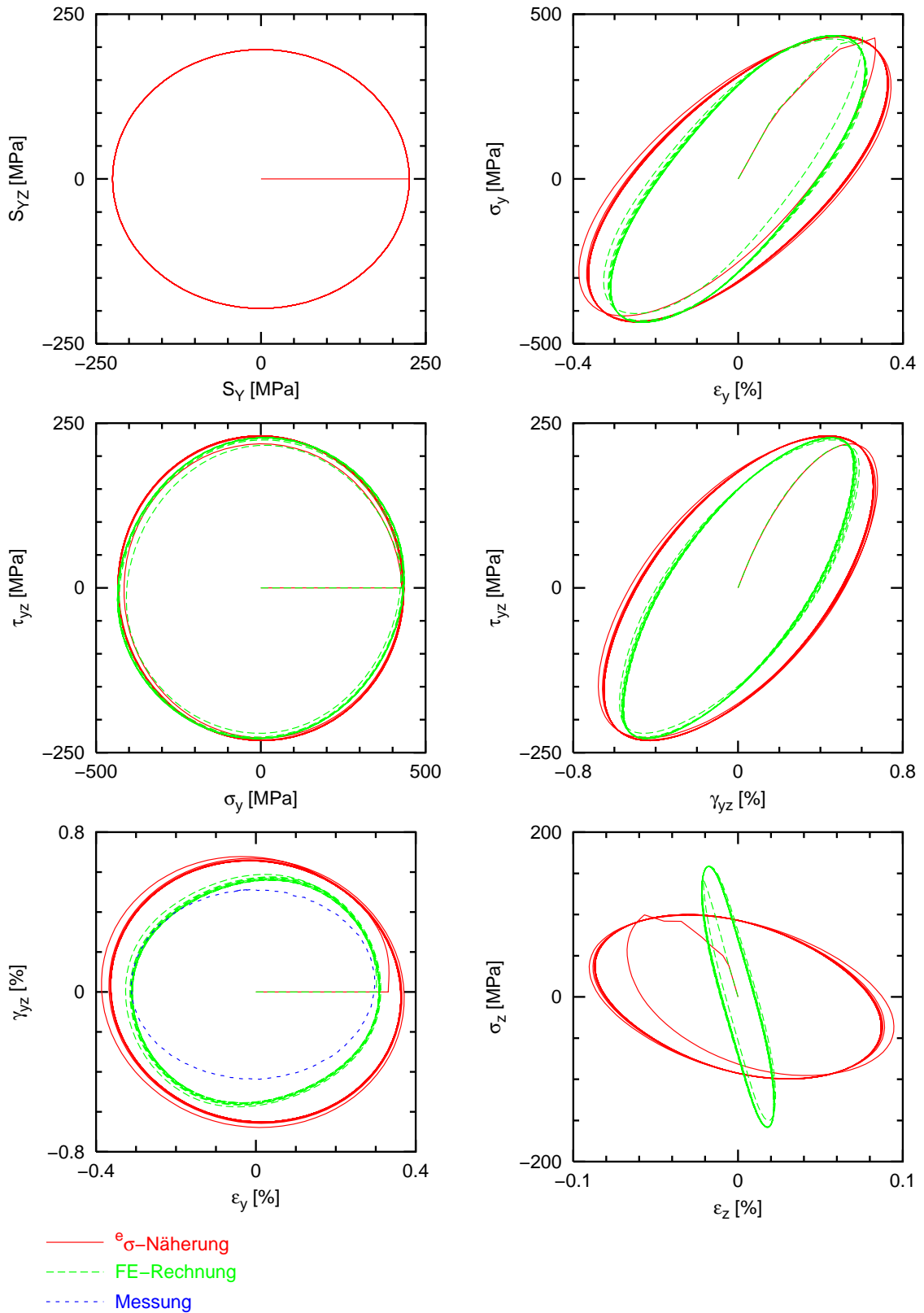


Abbildung 7.17: 90° phasenverschobene Beanspruchung mit e_σ -Näherung.

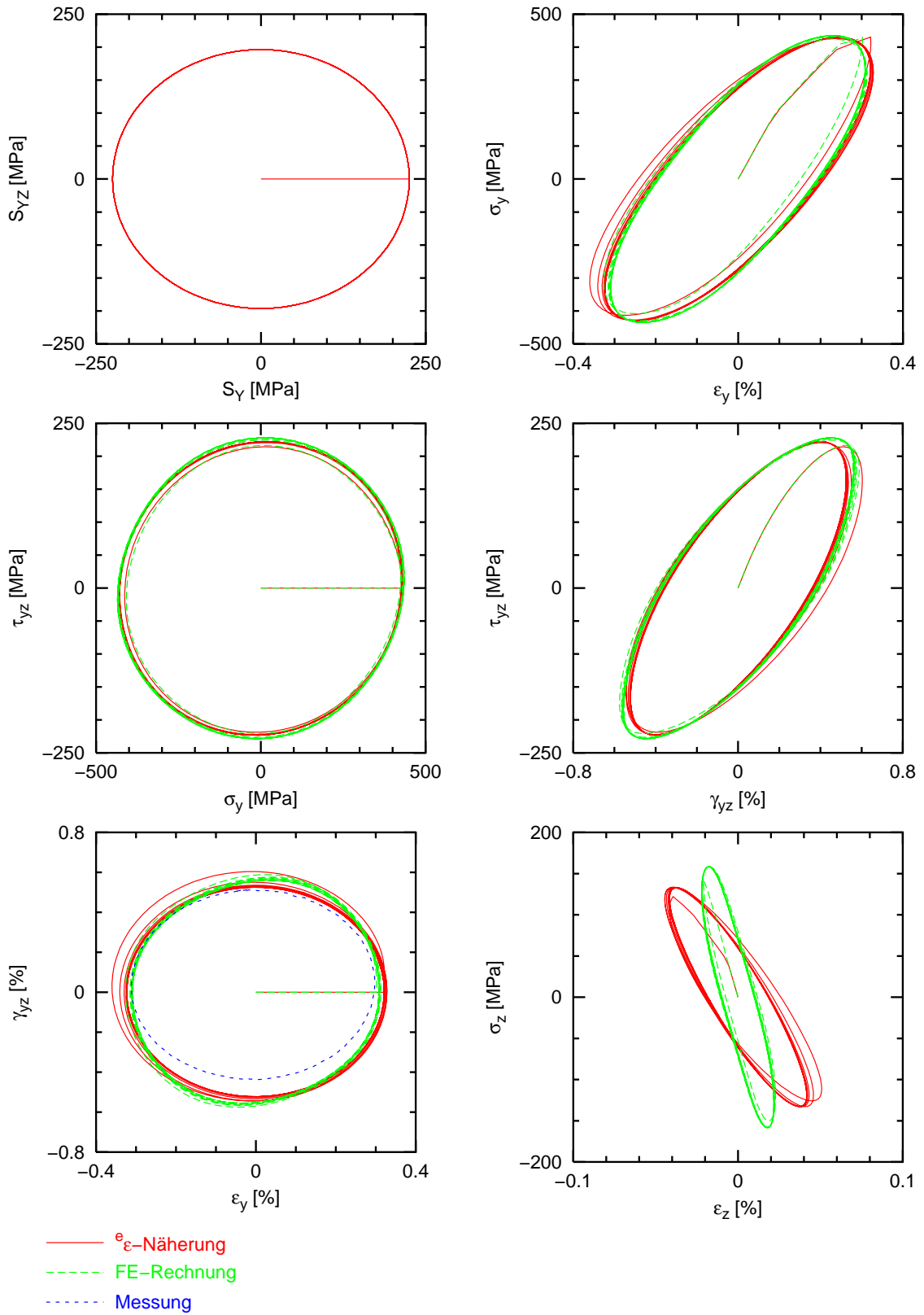


Abbildung 7.18: 90° phasenverschobene Beanspruchung mit ϵ -Näherung.

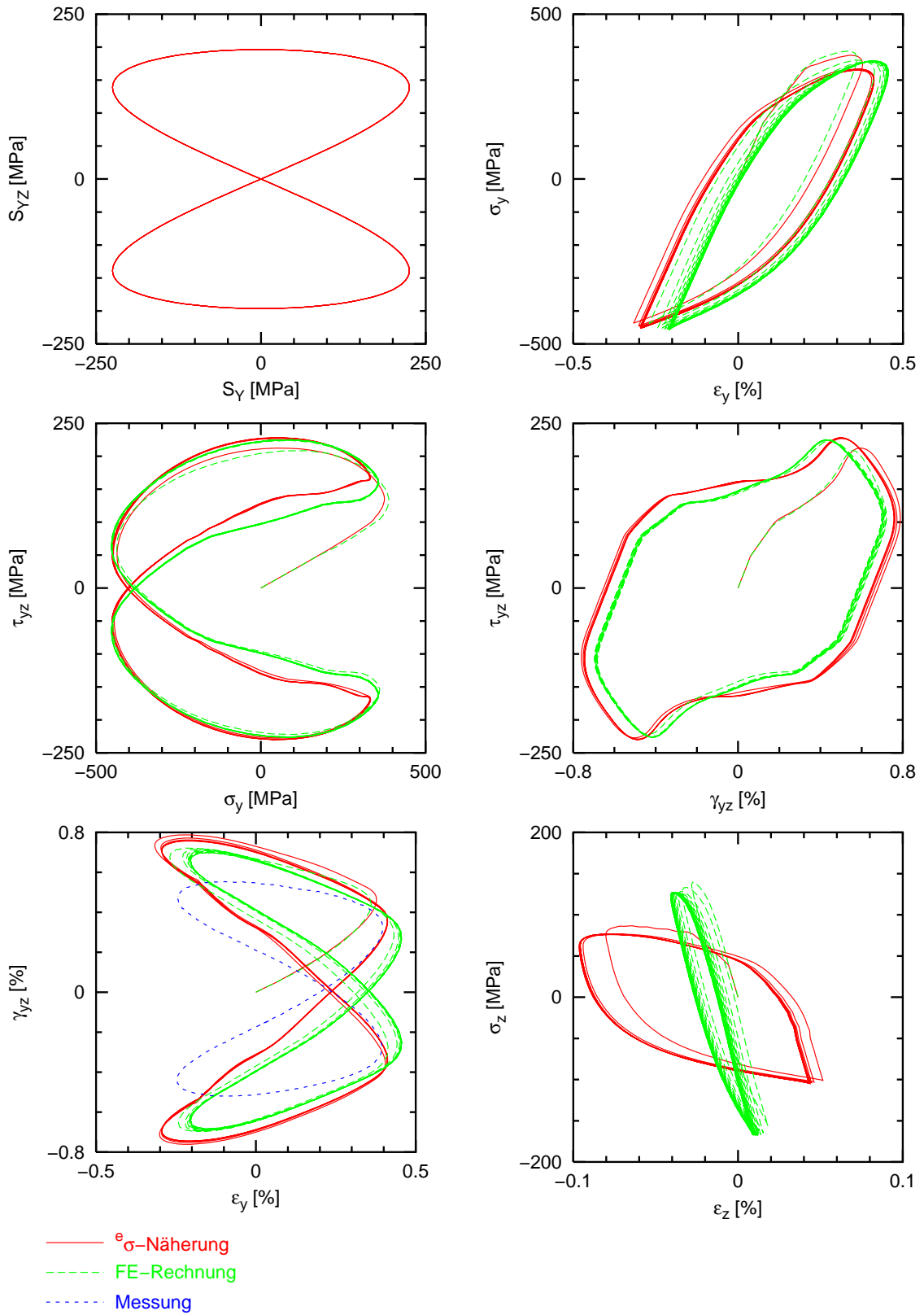


Abbildung 7.19: Schmetterlingspfad mit ${}^e\sigma$ -Näherung.

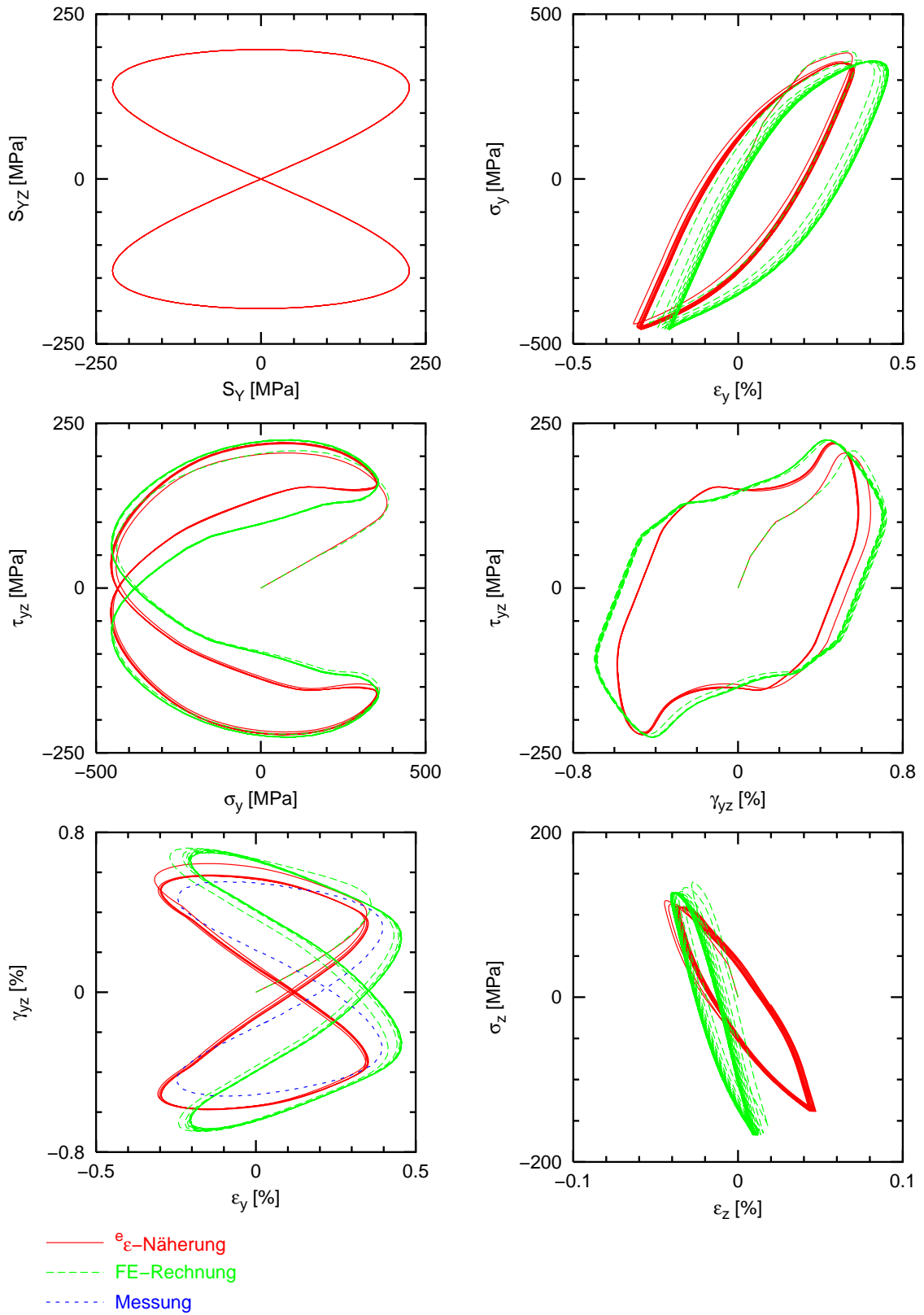


Abbildung 7.20: Schmetterlingspfad mit ϵ -Näherung.

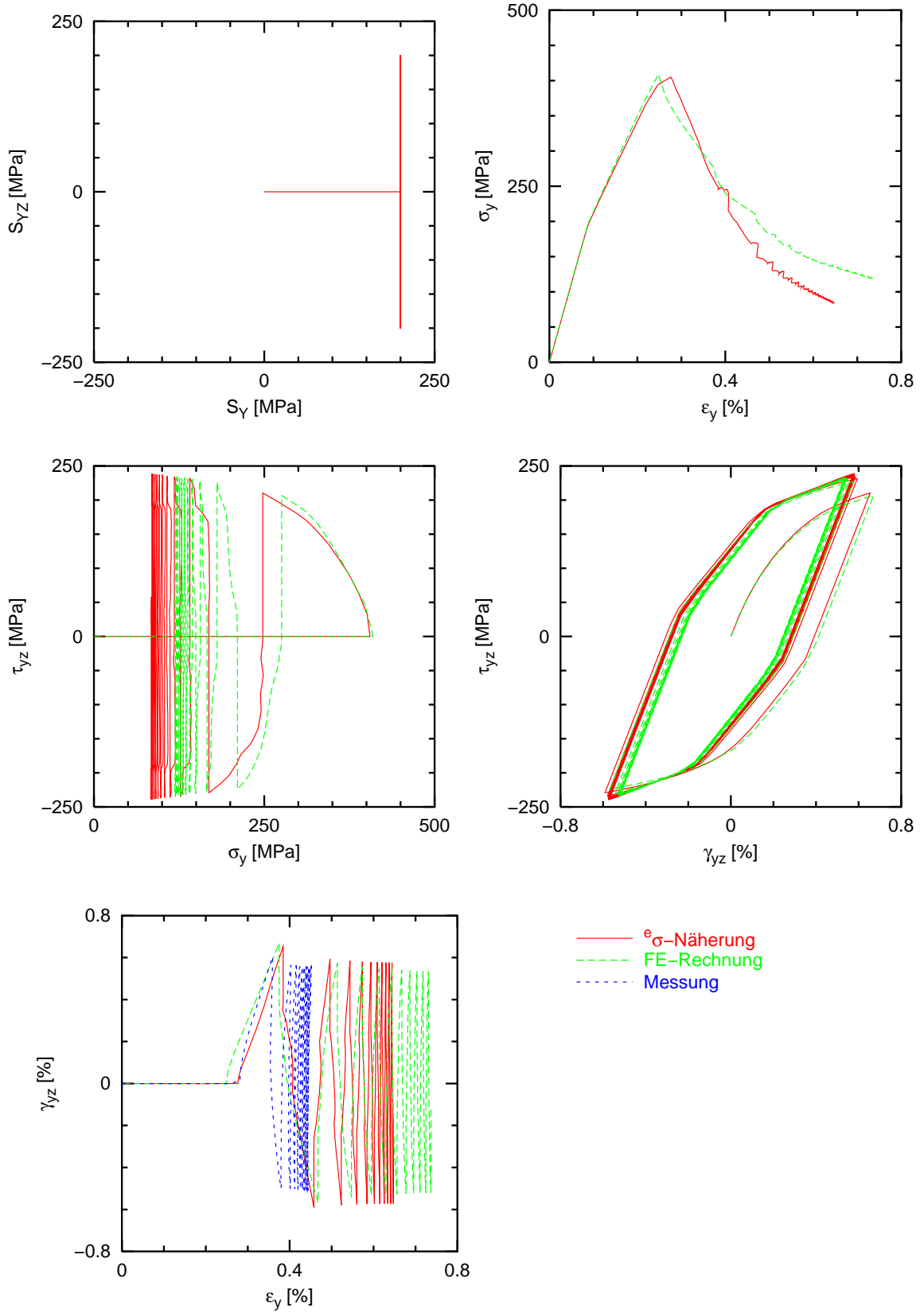


Abbildung 7.21: Normalkraft statisch, Torsion zyklisch mit ϵ_σ -Näherung.

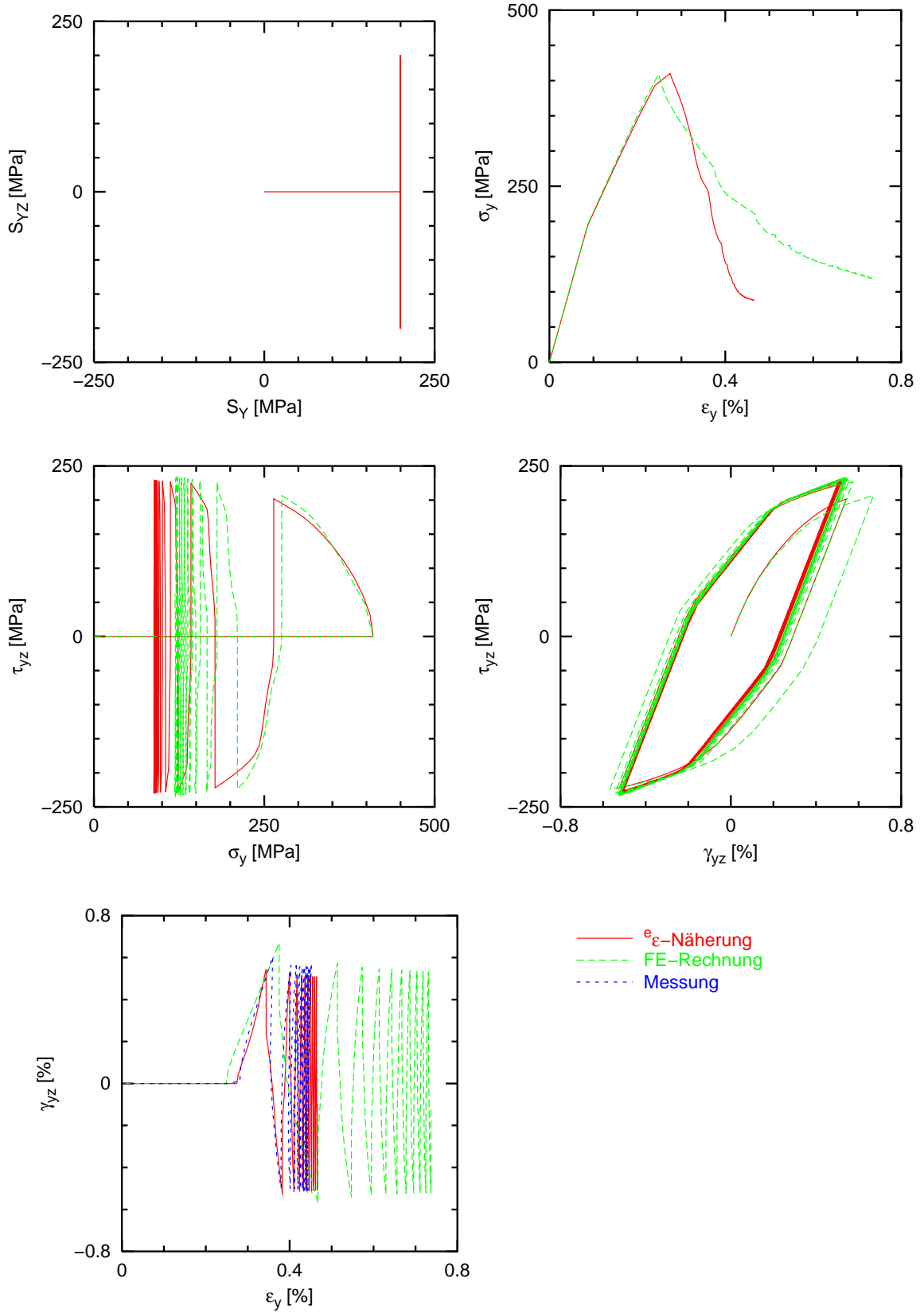


Abbildung 7.22: Normalkraft statisch, Torsion zyklisch mit ϵ_ϵ -Näherung.

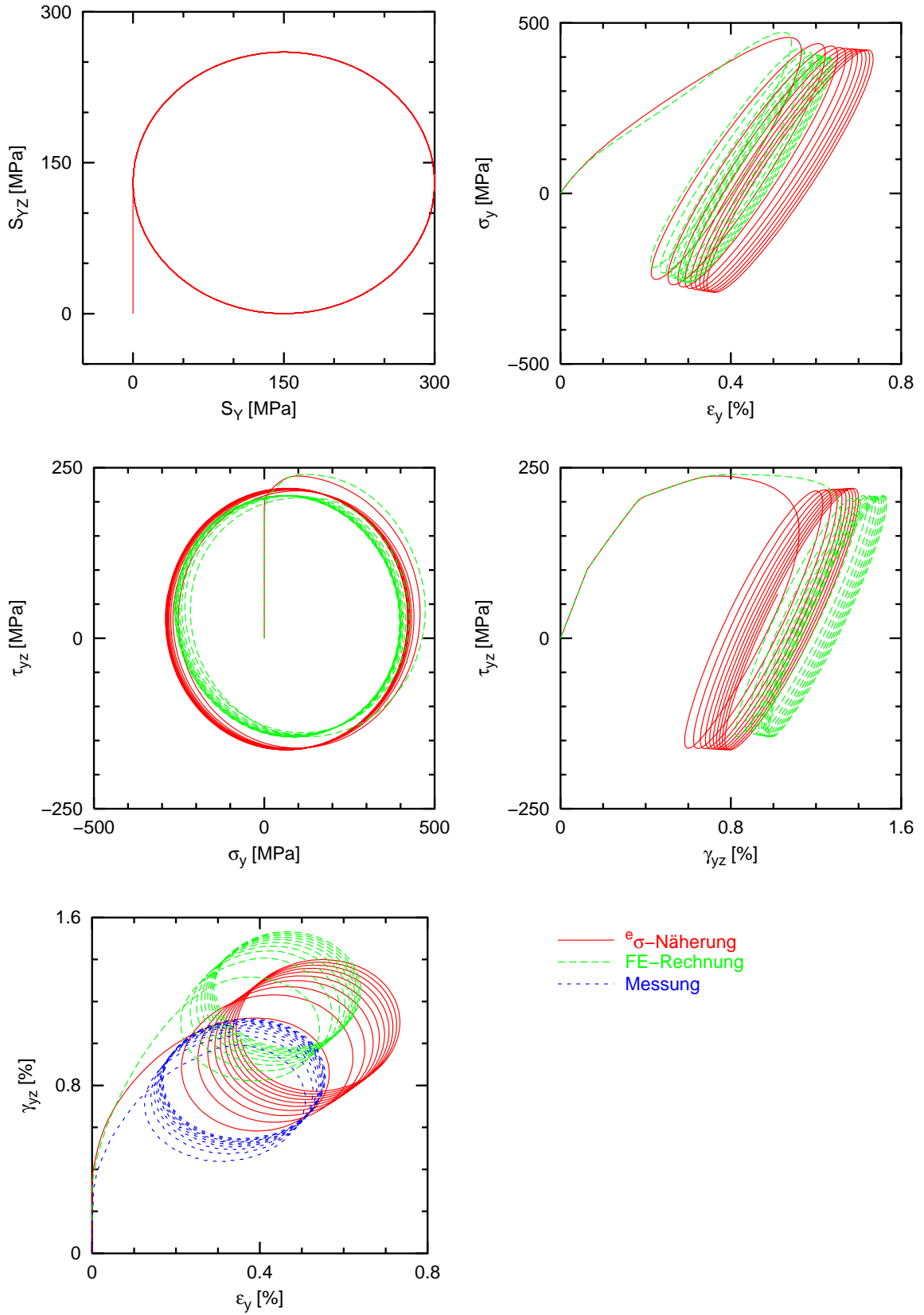


Abbildung 7.23: Phasenverschobene Belastung $R=0$ mit σ -Näherung.

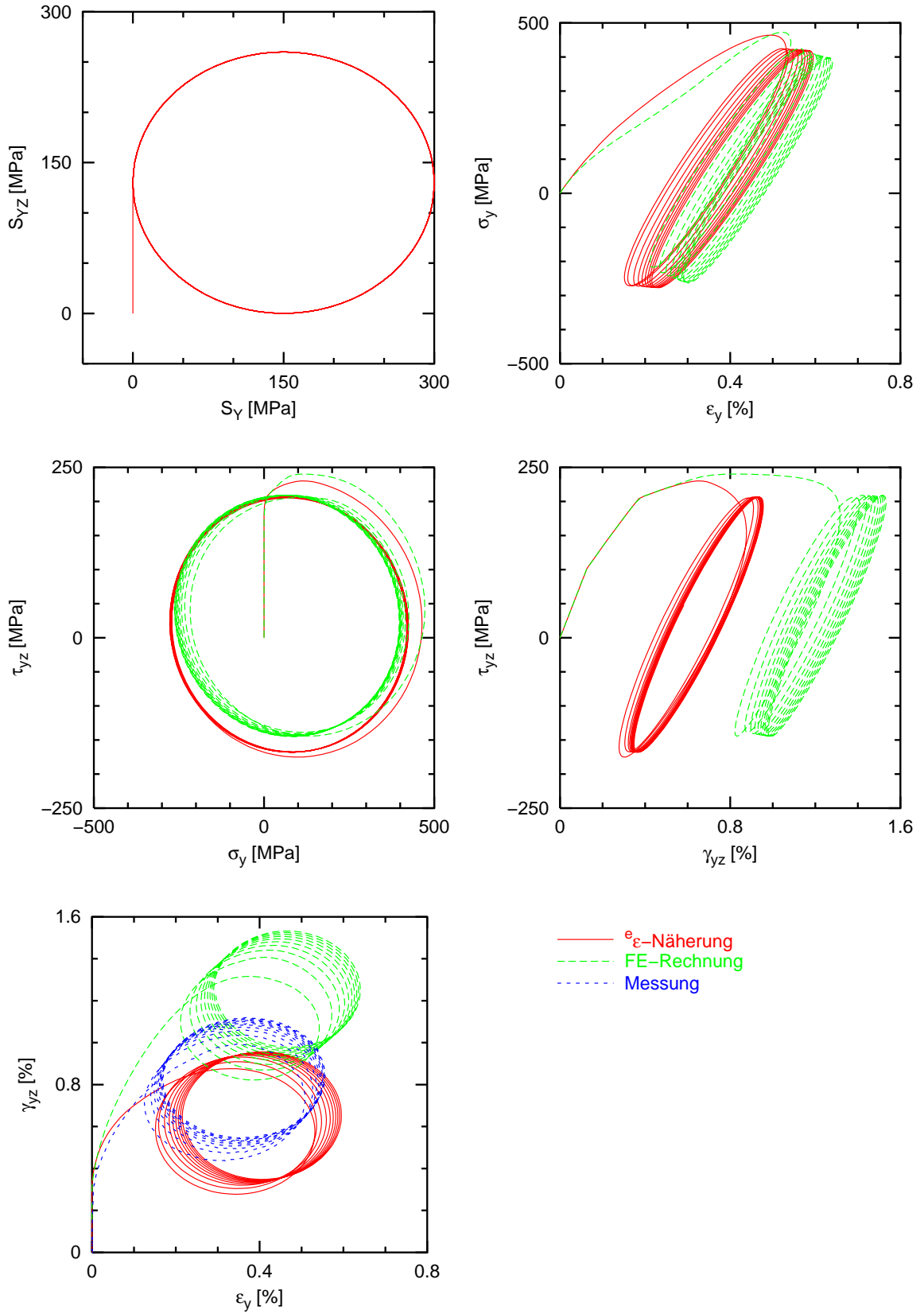


Abbildung 7.24: Phasenverschobene Belastung $R=0$ mit ϵ -Näherung.

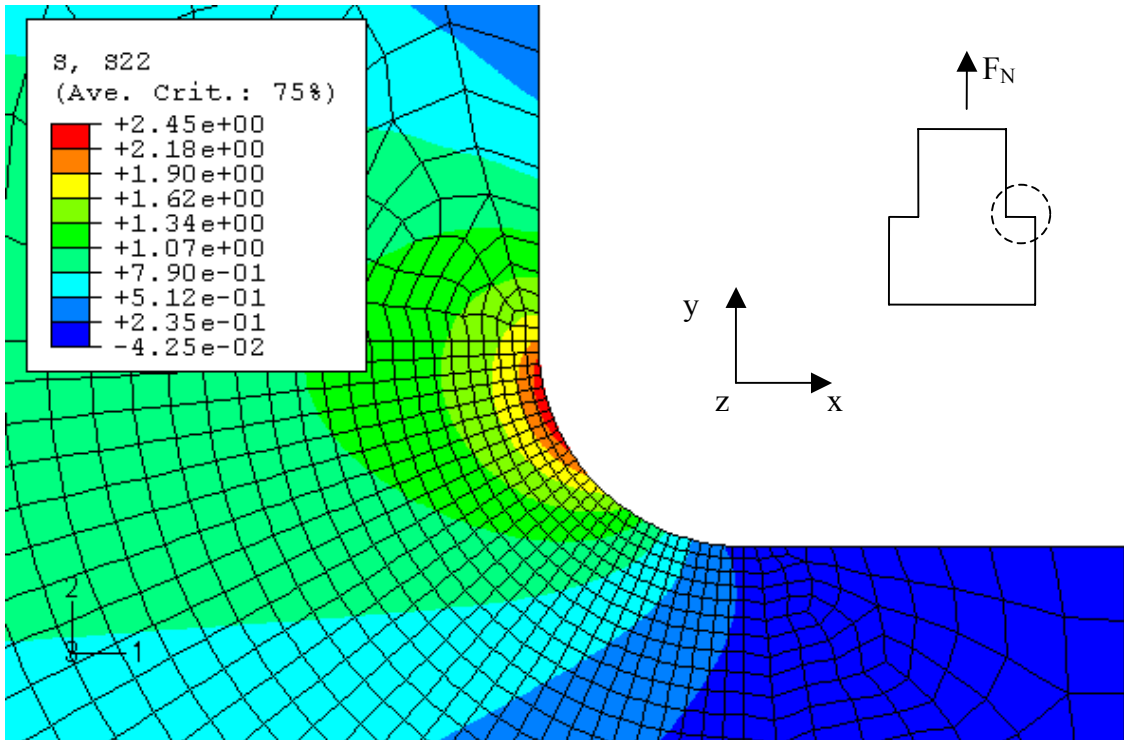


Abbildung 7.25: Kerbnormalspannung σ_y bei $S_Y=1$ MPa (ABAQUS).

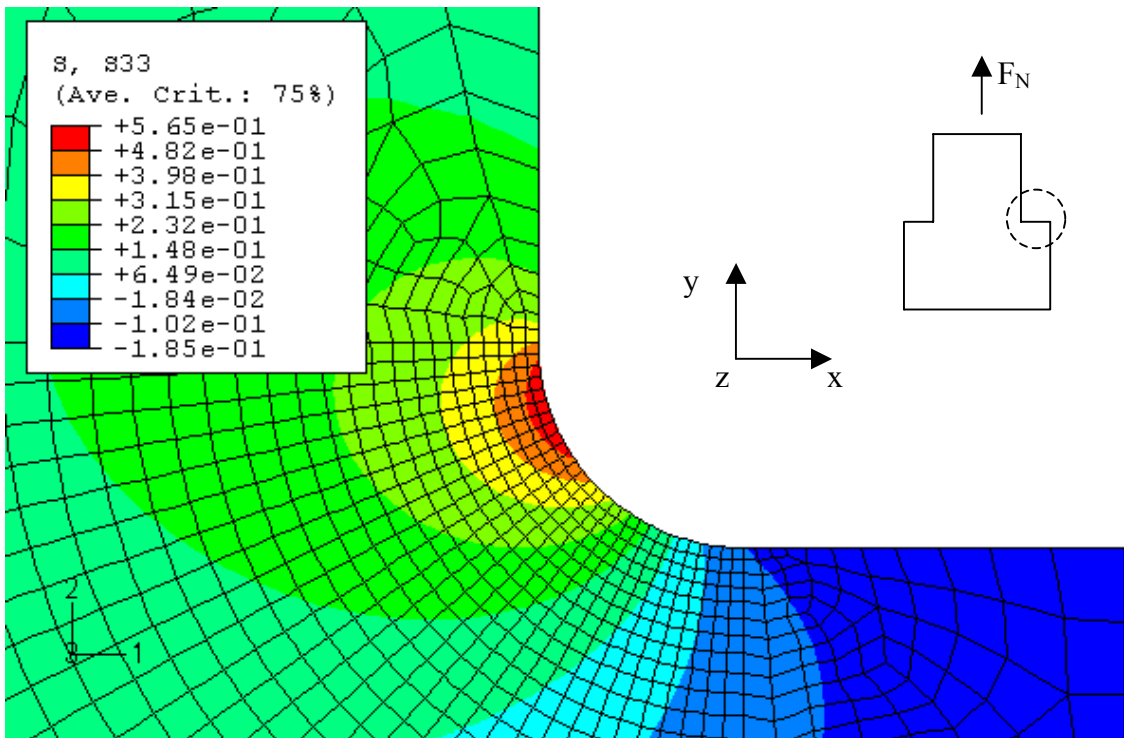


Abbildung 7.26: Umfangsspannung σ_z bei $S_Y=1$ MPa (ABAQUS).

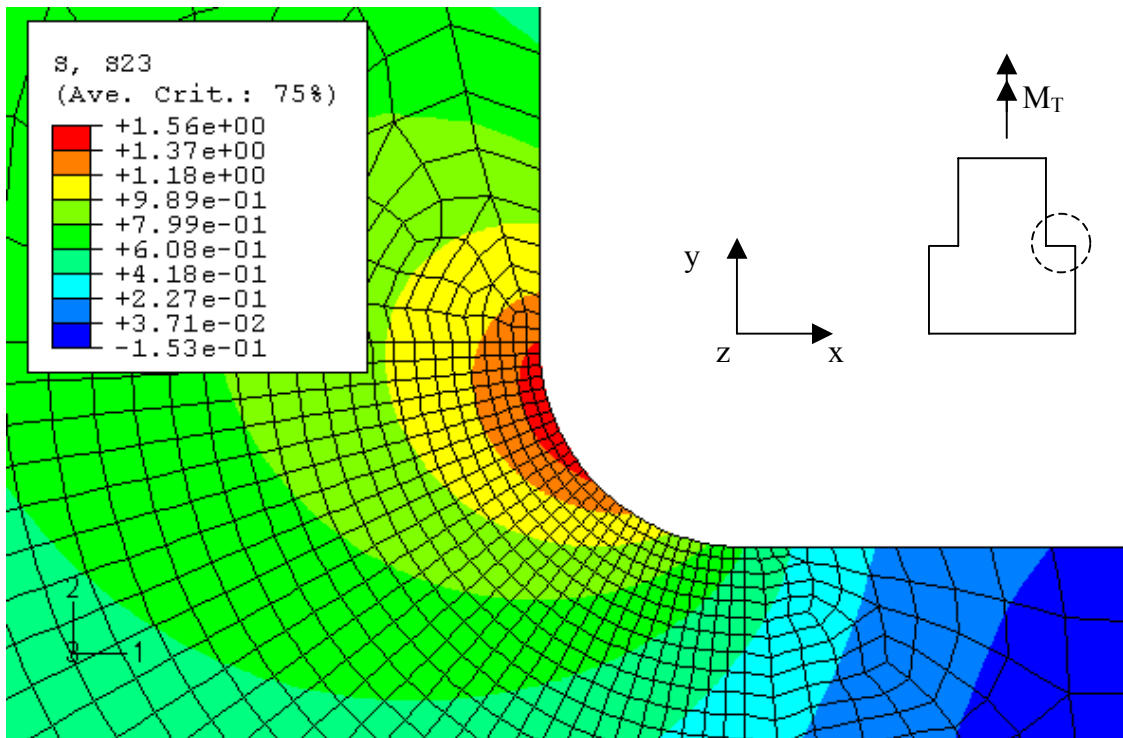


Abbildung 7.27: Schubspannung τ_y bei $S_{YZ}=1$ MPa (ABAQUS).

Selbständigkeitserklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Weimar, 09.07.2003